ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Χ.Θ.Κυρανούδης
Επ. Καθηγητής ΕΜΠ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
2005

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην σημερινή ιδιαιτέρως ανταγωνιστική παγκόσμια αγορά, η πίεση για να βρεθούν νέοι τρόποι αντιμετώπισης των συνεχώς διαμορφούμενων τάσεων, όπως η μείωση του κόστους των λειτουργιών ενός οργανισμού, η αυξανόμενη μεταβλητότητα στη ζήτηση των καταναλωτών, η απαίτηση για διασφάλιση της ποιότητας των προϊόντων και η υψηλή ποιότητα υπηρεσιών στους πελάτες, συνεχώς αυξάνεται. Εν τούτοις, τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια αναγνωρίζεται όλο και περισσότερο ότι η αποτελεσματική διαχείριση των δραστηριοτήτων της Εφοδιαστικής ή/και γενικότερα της Εφοδιαστικής Αλυσίδας έχει ως αποτέλεσμα την επίτευξη των προαναφερθέντων στόχων. Η Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας αποτελεί ένα σύνολο ενεργειών που χρησιμοποιούνται καταλλήλως, με στόχο να συντονιστούν οι προμηθευτές, οι βιομηχανίες, οι χώροι αποθήκευσης και οι χώροι κατανάλωσης των προϊόντων, έτσι ώστε τα προϊόντα να παράγονται και να διανέμονται γρήγορα, στις σωστές ποσότητες, και στους σωστούς προορισμούς. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του κόστος της παραγωγής και της διανομής του προϊόντος, καθώς και η παροχή υψηλού επιπέδου υπηρεσιών προς τους πελάτες.

Όσον αφορά τον επίσημο ορισμό της Εφοδιαστικής, το Συμβούλιο Διαχείρισης της Εφοδιαστικής αναφέρει ότι «η Εφοδιαστική είναι μέρος της διαδικασίας της εφοδιαστικής αλυσίδας που σχεδιάζει, υλοποιεί και ελέγχει την αποτελεσματική και αποδοτική ροή και αποθήκευση των προϊόντων, των υπηρεσιών και των σχετικών πληροφοριών, από την αφετηρία της διαδικασίας μέχρι το σημείο της κατανάλωσης, για να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις των πελατών». Στη διεθνή βιβλιογραφία, οι δυο αυτοί όροι δεν διαχωρίζονται αν και κάποιοι ερευνητές θεωρούν ότι η Διαχείριση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας αποτελεί ευρύτερη έννοια από τη Διαχείριση της Εφοδιαστικής διότι εκτός από την ροή των υλικών διαχειρίζεται και τις αλληλοεπιδράσεις μεταξύ των ενδιάμεσων καναλιών, (όπως των προμηθευτών, των εργοστασίων, των χώρων αποθήκευσης, των πελατών) μέσα από τα οποία η ροή αυτή λαμβάνει χώρα.

Εκτός του γεγονότος ότι η «Εφοδιαστική βρίσκεται παντού» - αναφέρουμε κάποια παραδείγματα όπως στις συμβατικές και μη χημικές βιομηχανίες, στο στρατό, στις εταιρίες διανομών, στα μέσα μαζικής μεταφοράς, στις κατασκευαστικές εταιρείες - θα πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι η Εφοδιαστική αποτελεί ένα σημαντικό και αναπτυσσόμενο τμήμα της οικονομίας κάθε αναπτυγμένης χώρας. Συγκεκριμένα, τα πιο πρόσφατα και ταυτοχρόνως επίσημα οικονομικά στοιχεία που ανακοινώθηκαν στις ΗΠΑ έδειξαν ότι τα έξοδα που σχετίζονται με την Εφοδιαστική ξεπέρασαν το 1 τρισεκατομμύριο δολάρια, ποσό που αναλογεί στο 10.1% του Ακαθάριστου Εθνικού

Προϊόντος αυτής της χώρας (δυστυχώς ανάλογα στοιχεία δεν έχουν δημοσιοποιηθεί για την Ελλάδα). Εκτός από το τεράστιο πρακτικό ενδιαφέρον, αξιοσημείωτο είναι και το επιστημονικό ενδιαφέρον που παρουσιάζει η επίλυση των σύνθετων προβλημάτων που προκύπτουν κατά την ανάλυση των διαδικασιών της Εφοδιαστικής Αλυσίδας. Δυστυχώς, οι ακριβείς μαθηματικοί αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν για την επίλυση αυτών των δύσκολων προβλημάτων απέτυχαν να λειτουργήσουν, είτε επειδή στις περιπτώσεις επίλυσης των μεγάλης κλίμακας προβλημάτων (τα οποία αποτελούν και τις ρεαλιστικές περιπτώσεις προβλημάτων), δεν μπόρεσαν να δώσουν λύσεις εντός λογικών χρονικών ορίων (εξαιτίας της εκθετικής πολυπλοκότητας που παρουσιάζουν τα συγκεκριμένα προβλήματα), είτε επειδή τα προβλήματα αυτά χαρακτηρίζονταν από διαφόρων ειδών περιορισμούς που δεν ήταν δυνατό να αναπαραστηθούν από κάποιο μαθηματικό πρότυπο. Η λύση στο πρόβλημα αυτό δόθηκε με τη χρησιμοποίηση των ευρετικών αλγορίθμων, τα οποία αποτελούσαν ένα σύνολο καθορισμένων στρατηγικών με βάση το υπό εξέταση πρόβλημα, των οποίων ο στόχος ήταν η εύρεση μια καλής λύσης του προβλήματος (όχι όμως απαραίτητα της βέλτιστης), εμπλέκοντας λογικό υπολογιστικό χρόνο.

Το γεγονός όμως ότι οι λύσεις που παράγονταν από τους ευρετικούς αλγορίθμους δεν ήταν κατά κανόνα υψηλής ποιότητας, ώθησε τους ερευνητές, στο σχεδιασμό μιας νέας γενιάς προσεγγιστικών αλγορίθμων, αποτελεσματικότερων από τους ακριβείς αλγορίθμους (με την έννοια ότι μπορούσαν να επιλύουν και μεγάλης κλίμακας προβλήματα εντός ιδιαιτέρως λογικού υπολογιστικού χρόνου), αποδοτικότερων από τους κλασικούς ευρετικούς (λόγω της ικανότητας να παράγουν υψηλής ποιότητας λύσεις, αν όχι τις βέλτιστες), και λιγότερο εξαρτώμενων, σε σχέση με τους ευρετικούς, από τις ιδιότητες του υπό εξέταση προβλήματος. Αυτοί οι αλγόριθμοι ονομάστηκαν μεταευρετικοί αλγόριθμοι ή απλά μεταευρετικοί. Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι είναι δυνατό να χαρακτηριστούν ως υψηλού επιπέδου διαδικασίες οι οποίες καθοδηγούν και τροποποιούν τη λειτουργία υποδεέστερων ευρετικών, χρησιμοποιώντας διαφορετικών ειδών στρατηγικές. Οι στρατηγικές αυτές εφαρμόζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται μία δυναμική ισορροπία ανάμεσα στην αξιοποίηση του ιστορικού της πορείας της έρευνας και στην εξερεύνηση του χώρου των λύσεων. Η επίτευξη αυτής της ισορροπίας έχει ως αποτέλεσμα αφενός τον άμεσο προσδιορισμό των περιοχών με υψηλής ποιότητας λύσεις και αφετέρου την αποφυγή της σπατάλης χρόνου σε περιοχές που είτε έχουν ήδη εξερευνηθεί είτε δεν παρέχουν υψηλής ποιότητας λύσεις.

Σκοπός του παρόντος συγγράμματος είναι η αποτύπωση των βασικών αυτών μεταευρετικών μεθόδων και η υλοποίηση τους μέσα από διδακτικές μεθοδολογίες υπολογιστικών παραδειγμάτων.

Χ.Θ.Κυρανούδης
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Αθήνα 2005

1

Εφοδιαστικη Διαχειριση

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Ανασκόπηση της περιοχής της διακριτής αριστοποίησης με επιμέρους χαρακτηριστικά παραδείγματα προβλημάτων. Διατύπωση της έννοιας των αλγορίθμων και της αποτελεσματικότητας επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εφοδιαστική διαχείριση ασχολείται με τον προγραμματισμό και τον έλεγχο των υλικών ροών καθώς και με σχετικά δεδομένα σε οργανισμούς, τόσο στον δημόσιο όσο και στον ιδιωτικό τομέα. Γενικά αποστολή της εφοδιαστικής διαχείρισης είναι να λαμβάνει τα σωστά υλικά στο σωστό σημείο την κατάλληλη χρονική στιγμή, ενώ βελτιστοποιεί ένα δοσμένο κριτήριο (π.χ. ελαχιστοποίηση συνολικών λειτουργικών δαπανών) και ικανοποιεί ένα δοσμένο σύνολο περιορισμών (π.χ. περιορισμός προϋπολογισμού). Στο στρατιωτικό περιβάλλον, η εφοδιαστική διαχείριση αφορά στην προμήθεια των στρατευμάτων με τροφή, εξοπλισμό, πυρομαχικά και ανταλλακτικά. Στους αστικούς οργανισμούς, τα θέματα εφοδιαστικής διαχείρισης συναντώνται σε προϊόντα φίρμες καθώς και σε διανομές υλικών αγαθών. Το κλειδί στην όλη υπόθεση είναι να αποφασιστεί πως και πότε οι υλικές ροές, τα ημιτελή και τελικά προϊόντα, θα πρέπει να αποκτηθούν, να μετακινηθούν και να αποθηκευθούν. Προβλήματα εφοδιαστικής διαχείρισης επίσης εμφανίζονται σε φίρμες και δημόσιους οργανισμούς παραγωγής υπηρεσιών. Κάτι τέτοιο είναι η περίπτωση της συλλογής απορριμμάτων, η διανομή ταχυδρομείου, οι υπηρεσίες που παρέχονται μετά τις πωλήσεις προϊόντων.

Η εφοδιαστική διαχείριση είναι μία από τις σημαντικότερες δραστηριότητες στις σύγχρονες κοινωνίες. Εκτιμάται ότι οι συνολικές δαπάνες εφοδιαστικής διαχείρισης που προκλήθηκαν σε οργανισμούς των Η.Π.Α. το 1997 ήταν 862 δισεκατομμύρια δολάρια, τα οποία αντιστοιχούν στο 11% της ολικής εγχώριας παραγωγής των Η.Π.Α. Η δαπάνη αυτή είναι μεγαλύτερη από την ετήσια κυβερνητική δαπάνη για κοινωνική ασφάλεια, τις υπηρεσίες υγείας και την άμυνα. Τα παραπάνω συμπεράσματα είναι κοινά με εκείνα που παρατηρούνται σε χώρες της Ευρωπαϊκής ένωσης. Επιπλέον οι δαπάνες εφοδιαστικής διαχείρισης αντιπροσωπεύουν ένα σημαντικό μέρος των πωλήσεων των εταιριών, όπως φαίνεται και στον πίνακα 1.1 για φίρμες της Ευρωπαϊκής ένωσης το 1993.

Τομέας	**Μεταφορά**	**Αποθήκευση**	**Διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής**	**Διαχείριση**	**Σύνολο**
Τροφή	3.7	2.2	2.8	1.7	10.4
Ηλεκτρονικά	2.0	2.0	3.8	2.5	10.3
Χημικά	3.8	2.3	2.6	1.5	10.2
Αυτοκινούμενα	2.7	2.3	2.7	1.2	8.9
Φαρμακευτικά	2.2	2.0	2.5	2.1	8.8
Εφημερίδες	4.7	3.0	3.6	2.1	13.4

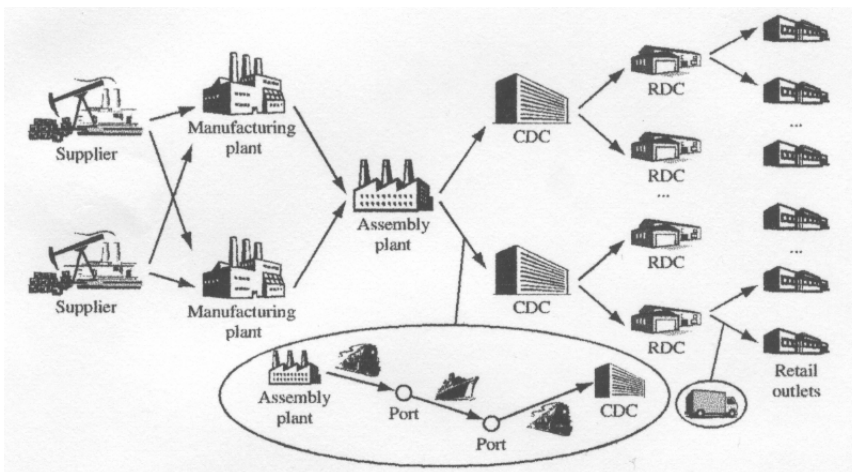
Πίνακας 1. Δαπάνες εφοδιαστικής διαχείρισης (σε ποσοστό της συνολικής εγχώριας παραγωγής) σε χώρες της Ευρωπαϊκής ένωσης

Συστήματα εφοδιαστικής διαχείρισης. Ένα σύστημα εφοδιαστικής διαχείρισης κατασκευάζεται από ένα σύνολο διευκολύνσεων που συνδέονται με υπηρεσίες μεταφορών. Οι διευκολύνσεις αυτές είναι τοποθεσίες όπου υλικά επεξεργάζονται, π.χ. κατασκευή, αποθήκευση, ταξινόμηση, πώληση ή κατανάλωση. Αυτές περιλαμβάνουν κατασκευαστικά κέντρα και κέντρα συναρμολόγησης, κέντρα αποθήκευσης, διανομής, σημεία μεταφόρτωσης, αγορές λιανικής πώλησης, κέντρα ταξινόμησης ταχυδρομείου, κλιβάνους αποτέφρωσης απορριμμάτων κ.α. Οι υπηρεσίες μεταφορών μετακινούν υλικά χρησιμοποιώντας οχήματα και εξοπλισμό όπως τρακτέρ, πλοία και αυτοκίνητα. Το παράδειγμα που ακολουθεί θα βοηθήσει στην διευκρίνιση των παραπάνω αρχών.

Ο φαρμακευτικός όμιλος Pfizer είναι η μεγαλύτερη φαρμακευτική εταιρία στον κόσμο. Η εταιρία παρασκευάζει και διανέμει μια ευρεία ποικιλία φαρμακευτικών προϊόντων καλύπτοντας ουσιώδεις ιατρικές ανάγκες, μια μεγάλη ποικιλία καταναλωτικών προϊόντων για ατομική φροντίδα και ευεξία, καθώς και προϊόντα υγιεινής διατροφής για ζώα. Το σύστημα εφοδιαστικής διαχείρισης της Pfizer περιλαμβάνει 58 θέσεις παραγωγής σε πέντε ηπείρους και παράγει φάρμακα για περισσότερες από 150 χώρες. Επειδή η παραγωγή φαρμακευτικών προϊόντων απαιτεί υψηλή εξειδίκευση και δαπανηρά μηχανήματα, κάθε εργοστάσιο της Pfizer παράγει μια μεγάλη ποσότητα ενός περιορισμένου αριθμού φαρμακευτικών συστατικών ή φαρμάκων που προορίζονται για μια διεθνή αγορά. Για παράδειγμα, το ALPHA 10, ένα καρδιαγγειακό σκεύασμα, παράγεται σε ένα μοναδικό εργοστάσιο για μια διεθνή αγορά που περιλαμβάνει 90 χώρες. Για το λόγο αυτό η μεταφορά φορτίων παίζει ρόλο κλειδί στην αλυσίδα εφοδιασμού της Pfizer.

Αλυσίδες εφοδιασμού. Η αλυσίδα εφοδιασμού είναι ένα περίπλοκο σύστημα της εφοδιαστικής διαχείρισης στο οποίο υλικές ροές μετατρέπονται σε τελικά προϊόντα και κατόπιν διανέμονται στους τελικούς χρήστες (καταναλωτές ή εταιρίες). Αυτή περιλαμβάνει προμηθευτές, κέντρα παραγωγής, κέντρα αποθήκευσης, κέντρα διανομής και αγορές λιανικής πώλησης. Το Σχήμα 1 απεικονίζει μια τυπική αλυσίδα εφοδιασμού στην οποία τα συστήματα παραγωγής και διανομής δημιουργούνται από δύο βαθμίδες το κάθε ένα. Στο σύστημα παραγωγής, τα συστατικά και τα ημιτελικά τμήματα παράγονται σε δύο κέντρα παραγωγής ενώ τα τελικά προϊόντα συναρμολογούνται σε διαφορετικό εργοστάσιο. Το σύστημα διανομής αποτελείται από δύο κεντρικά κέντρα διανομής (CDCs) που εφοδιάζονται κατευθείαν από το κέντρο συναρμολόγησης. Η εξάρτηση από το προϊόν και η απαίτηση των χαρακτηριστικών είναι περισσότερο κατάλληλη για το σχεδιασμό της αλυσίδας εφοδιασμού χωρίς ξεχωριστά κέντρα παραγωγής και διανομής, χωρίς περιφερειακά κέντρα διανομής (RDCs) ή με διαφορετικά είδη διευκολύνσεων. Κάθε ένας από τους συνδέσμους μεταφοράς στο Σχήμα 1 μπορεί να είναι μια απλή μεταφορική γραμμή ή μια περισσότερο περίπλοκη μεταφορική διαδικασία που περιλαμβάνει επιπρόσθετες διευκολύνσεις και εταιρίες. Κάθε διευκόλυνση στο Σχήμα 1 αποτελείται από διάφορες διατάξεις και υποσυστήματα. Για παράδειγμα, τα εργοστάσια παραγωγής περιλαμβάνουν μηχανές, μονάδες προσωρινής αποθήκευσης, ταινίες μεταφοράς πραγμάτων ή άλλο υλικό εξοπλισμό, ενώ τα κέντρα διανομής περιλαμβάνουν ράφια, ανυψωτικά μηχανήματα ή συστήματα αυτόματης αποθήκευσης και ανάκτησης. Η εφοδιαστική διαχείριση δεν συνδέεται με τον λεπτομερή σχεδιασμό των υλικών ροών εντός των εργοστασίων παραγωγής και συναρμολόγησης. Ακριβολογώντας, θέματα όπως ο προγραμματισμός παραγωγής υλικών εδάφους καθώς και ο προγραμματισμός μηχανών είναι πέρα από το σκοπό της εφοδιαστικής διαχείρισης.

Οι αλυσίδες εφοδιασμού συχνά ταξινομούνται σαν συστήματα προώθησης και εξάντλησης. Στο σύστημα εξάντλησης, τα τελικά προϊόντα κατασκευάζονται μόνο όταν οι πελάτες τα χρειάζονται. Για το λόγο αυτό, δεν χρειάζονται καταγραφικές απογραφές στον κατασκευαστή. Στο σύστημα προώθησης οι αποφάσεις παραγωγής και διανομής βασίζονται σε προβλέψεις. Σαν αποτέλεσμα, προβλέψεις παραγωγής αποτελεσματικών απαιτήσεων, και καταγραφικές απογραφές συγκρατούνται στις αποθήκες και στους εμπόρους. Κατά πόσον ένα προώθησης είναι περισσότερο κατάλληλο από ένα σύστημα εξάντλησης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του προϊόντος, από τα χαρακτηριστικά της παραγωγικής διαδικασίας, καθώς επίσης και από την απαίτηση όγκου και μεταβλητότητας. Τα συστήματα αυτά είναι περισσότερο κατάλληλα κάθε φορά που οι χρόνοι υλοποίησης προγραμμάτων είναι μικροί, τα προϊόντα είναι δαπανηρά, και η απαίτηση είναι χαμηλή και υψηλά ευμετάβλητη. Σε ορισμένες περιπτώσεις, μία ενδιάμεση προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Για παράδειγμα, σε κάποια συστήματα τα συστατικά και τα ημιτελικά προϊόντα παράγονται με ένα τρόπο προώθησης ενώ η τελική συναρμολογούμενη βαθμίδα είναι λογικής εξάντλησης. Για το λόγο αυτό η εργασιακή διαδικασία διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής στο τέλος της πρώτης βαθμίδας χρησιμοποιείται για τη συναρμολόγηση των τελικών προϊόντων καθώς αυξάνονται οι απαιτήσεις. Τα τμήματα αυτά συναρμολογούνται αμέσως μετά την παραλαβή της παραγγελίας του πελάτη.



Σχήμα 1. Αλυσίδα εφοδιασμού

Ροές προϊόντων και πληροφοριών σε μία αλυσίδα ανεφοδιασμού. Τα προϊόντα ρέουν διαμέσου της αλυσίδας εφοδιασμού από τις πηγές ροής υλικού στους πελάτες, εκτός από παλιά, κατεστραμμένα, και μη λειτουργικά προϊόντα, τα οποία θα πρέπει να επιστραφούν στις πηγές τους για κατασκευή ή για διάθεση. Οι πληροφορίες ακολουθούν αντίστροφη διαδικασία. Διασχίζουν την αλυσίδα εφοδιασμού προς τα πίσω από τους πελάτες στους προμηθευτές υλικών ροών. Σε ένα σύστημα προώθησης, οι παραγγελίες των τελικών χρηστών συγκεντρώνονται από πωλητές και στη συνέχεια μεταβιβάζονται στους παραγωγούς οι οποίοι με τη σειρά τους παραγγέλνουν τα αναγκαία συστατικά και ημιτελικά προϊόντα από τους προμηθευτές τους. Ομοίως σε ένα σύστημα εξάντλησης, πωλήσεις του παρελθόντος χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη των μελλοντικών απαιτήσεων παραγωγής και των σχετικών υλικών απαιτήσεων.

Οι ροές των προϊόντων και των πληροφοριών δεν μπορούν να κινηθούν ακαριαία διαμέσου της διόδου εφοδιασμού. Πρώτον, μεταφορά φορτίου μεταξύ πηγών υλικών ροών, εργοστάσια παραγωγής και καταναλωτικές τοποθεσίες είναι συνήθως χρονικά δαπανηρές. Δεύτερον, η παραγωγή μπορεί να πάρει πολύ χρόνο λόγω της περιορισμένης εργοστασιακής χωρητικότητας (δεν μπορούν όλα τα απαιτούμενα προϊόντα να παρασκευαστούν ταυτοχρόνως). Τελικά, οι πληροφορίες μπορούν να ρέουν αργά διότι η συλλογή της παραγγελίας, η μεταφορά και η επεξεργασία απαιτούν χρόνο, ή διότι οι έμποροι λιανικής πώλησης πραγματοποιούν τις παραγγελίες τους περιοδικά (π.χ. μια φορά την εβδομάδα), και οι διανομείς παίρνουν τις αποφάσεις ανεφοδιασμού σε περιοδική βάση (π.χ. δύο φορές την εβδομάδα).

Παραδοσιακά, οι πελάτες (λιανικοί πωλητές ή τελικοί πελάτες) είναι υποχρεωμένοι να παρακολουθούν τα επίπεδα διαχείρισης καταλόγου μιας απογραφής και τις παραγγελίες αγορών των πελατών (σύστημα διεύθυνσης λιανικού πωλητή). Τα τελευταία χρόνια, έχει παρατηρηθεί μία αύξηση στα συστήματα διεύθυνσης πωλητών, στα οποία οι πωλητές απεικονίζουν πωλήσεις πελατών (ή κατανάλωση) και εφευρέσεις διαμέσου ανταλλαγής ηλεκτρονικών δεδομένων, και αποφασίζουν πότε και πώς να εφοδιάσουν τους πελάτες τους. Οι πωλητές για το λόγο αυτό είναι ικανοί να επιτύχουν εξοικονόμηση δαπανών μέσω καλύτερου συντονισμού διανομής στους πελάτες ενώ οι πελάτες δεν χρειάζεται να σπαταλήσουν πολλά χρήματα για την καταγραφική διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής. Η εφοδιαστική διαχείριση στους πωλητές είναι δημοφιλής στις βιομηχανίες αερίου καυσίμου και αναψυκτικών χωρίς αλκοόλ, ενώ αρχίζει να κερδίζει έδαφος και σε άλλους τομείς. Σε μερικά συστήματα διαχείρισης πωλητών, ο λιανικός πωλητής διατηρεί τα αγαθά στα ράφια, ενώ σε άλλα η διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής ανήκει στον πωλητή. Στην πρώτη περίπτωση ο λιανικός πωλητής κάνει λογαριασμό μόνο στην περίπτωση που πουλάει ένα προϊόν.

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Τα συστήματα εφοδιαστικής διαχείρισης δημιουργούνται από τρεις κύριες δραστηριότητες: επεξεργασία παραγγελίας, διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής και μεταφορά φορτίου.

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

Η επεξεργασία παραγγελίας είναι στενά συνδεδεμένη με τις πληροφορίες που ρέουν σε ένα σύστημα εφοδιαστικής διαχείρισης και περιλαμβάνει έναν αριθμό λειτουργιών. Οι πελάτες θα πρέπει να ζητήσουν τα προϊόντα με τη συμπλήρωση ενός δελτίου παραγγελίας. Αυτές οι παραγγελίες μεταφέρονται και ελέγχονται. Η διαθεσιμότητα των ζητούμενων αντικειμένων καθώς και το κύρος των πελατών επαληθεύονται. Στη συνέχεια, τα αντικείμενα ανακτώνται από την αποθήκη (ή παράγονται), πακετάρονται και παραδίδονται μαζί με τη βεβαίωση αποστολής τους. Τελικά, οι πελάτες πρέπει να παραμένουν ενήμεροι για την κατάσταση των παραγγελιών τους.

Παραδοσιακά η επεξεργασία της παραγγελίας ήταν μία πολύ χρονοβόρα διαδικασία (μέχρι και 70% του συνολικού χρόνου που απαιτεί μία παραγγελία). Ωστόσο τα τελευταία χρόνια έχει ωφεληθεί πάρα πολύ από την πρόοδο στα ηλεκτρονικά και στην πληροφορική. Το σάρωμα των bar codes επιτρέπει στους λιανικούς πωλητές να αναγνωρίζουν τα απαιτούμενα προϊόντα και να ανανεώνουν τους καταλόγους απογραφής. Οι φορητοί υπολογιστές και τα μόντεμ επιτρέπουν στους πωλητές να ελέγχουν σε πραγματικό χρόνο πότε ένα προϊόν είναι διαθέσιμο στην αποθήκη και να δίνουν παραγγελίες άμεσα. Η ηλεκτρονική ανταλλαγή δεδομένων επιτρέπει στις εταιρίες να δίνουν παραγγελίες για βιομηχανικά προϊόντα κατευθείαν στον υπολογιστή του πωλητή χωρίς καμία γραφική εργασία.

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΑΤΑΛΟΓΟΥ ΑΠΟΓΡΑΦΗΣ

Η διαχείριση καταλόγου μιας απογραφής είναι ένα σημαντικό θέμα στο σχεδιασμό και τη λειτουργία συστημάτων εφοδιαστικής διαχείρισης. Οι απογραφές καταλόγων είναι σωροί αποθεμάτων προϊόντων που στη συνέχεια μεταποιούνται, μεταφέρονται ή πωλούνται. Τυπικά παραδείγματα είναι:

- Συστατικά και ημιτελικά προϊόντα τα οποία μεταποιούνται ή συναρμολογούνται σε ένα εργοστάσιο
- Εμπόρευμα (ροή υλικού, συστατικά, τελικά προϊόντα) μεταφέρονται διαμέσου της αλυσίδας εφοδιασμού
- Τελικά προϊόντα που αποθηκεύονται σε κέντρα διανομής αφού προηγουμένως έχουν πουληθεί
- Τελικά προϊόντα που αποθηκεύονται από τους τελικούς χρήστες (καταναλωτές ή βιομηχανικούς χρήστες) για να ικανοποιήσουν μελλοντικές ανάγκες

Υπάρχουν πολλοί λόγοι για τους οποίους ένα ειδικός σε τροφοδοσία και υλικά θα ευχόταν να ελέγχει τους καταλόγους απογραφής σε μερικές υπηρεσίες της αλυσίδας εφοδιασμού. Μερικοί από αυτούς είναι:

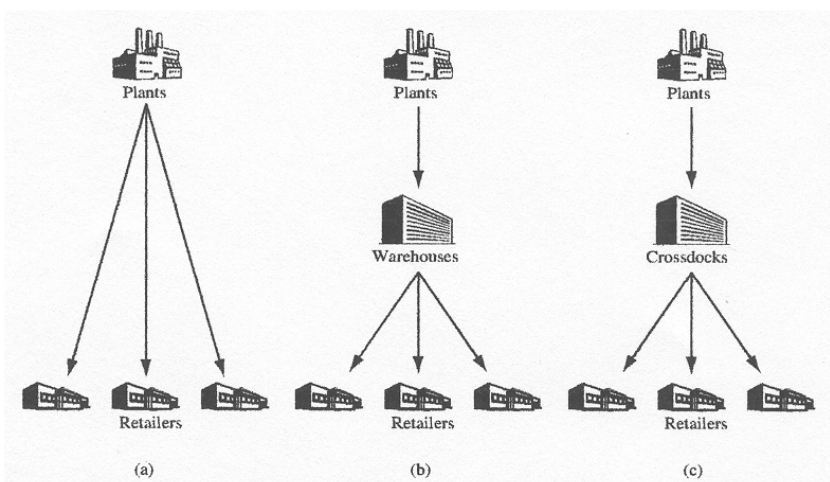
- Βελτίωση του επιπέδου υπηρεσιών. Η διατήρηση αποθέματος τελικών προϊόντων σε αποθήκες κοντά στους πελάτες αποφέρει μικρότερους χρόνους υλοποίησης του προγράμματος.
- Μείωση των δαπανών εφοδιαστικής διαχείρισης. Οι κατάλογοι απογραφής των τελικών προϊόντων (ασφαλή αποθέματα) βοηθούν στην ικανοποίηση της απαίτησης του πελάτη ακόμα και αν μη αναμενόμενες απαιτήσεις ή καθυστερήσεις στην διανομή συμβούν.
- Διαθεσιμότητα εποχικών προϊόντων καθ' όλη τη διάρκεια του έτους. Τα εποχικά προϊόντα μπορούν να αποθηκευθούν μετά την παραγωγή και να πουληθούν τους επόμενους μήνες.
- Κερδοσκοπία στις τιμές δειγμάτων. Εμπορεύματα των οποίων οι τιμές ποικίλουν σημαντικά κατά τη διάρκεια του έτους αγοράζονται όταν οι τιμές είναι χαμηλές, στη συνέχεια αποθηκεύονται και τέλος πωλούνται όταν οι τιμές ανεβαίνουν.
- Υπερνίκηση ανεπαρκειών στα συστήματα εφοδιαστικής διαχείρισης. Οι κατάλογοι απογραφής θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για την υπερνίκηση ανεπαρκειών στα συστήματα εφοδιαστικής διαχείρισης (π.χ. μια εταιρία διανομών πιθανόν να κρατάει ένα απόθεμα διότι είναι ανέφικτο να συντονίσει εφοδιασμό και ζήτηση).

Η διατήρηση ενός καταλόγου απογραφής, μπορεί να είναι δαπανηρή για πολλούς λόγους. Πρώτον, μία εταιρία η οποία διατηρεί αποθέματα επιβαρύνεται με ένα κόστος ευκαιρίας (κεφαλαίου) που αντιπροσωπεύεται από την απόδοση του κεφαλαίου που θα είχε η εταιρία αν είχαν επενδυθεί καλύτερα τα χρήματά της. Δεύτερον, οι δαπάνες αποθήκευσης επιβαρύνονται, είτε η αποθήκευση γίνεται σε ιδιωτικό χώρο, σε ενοικιαζόμενο χώρο ή δημόσιο.

Ο σκοπός της διαχείρισης ενός καταλόγου απογραφής είναι να καθορίσει τα επίπεδα αποθεμάτων έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό λειτουργικό κόστος και ταυτόχρονα να ικανοποιείται η απαίτηση του πελάτη. Στην πράξη μια καλή πολιτική διαχείρισης καταλόγου απογραφής θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη πέντε θέματα:

- Τη σχετική σημασία των πελατών
- Την οικονομική σπουδαιότητα των διαφορετικών προϊόντων
- Τους τρόπους μεταφοράς
- Ευκαμψία διαδικασίας παραγωγής
- Τακτικές ανταγωνιστών

Κατάλογος απογραφής και στρατηγικές μεταφοράς. Κατά τη διανομή ενός προϊόντος, τρεις κύριες τακτικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν: Η απευθείας αποστολή εμπορευμάτων, η αποθήκευση του εμπορεύματος, και η έγκαιρη διανομή.
Όταν χρησιμοποιείται η τακτική της απευθείας αποστολής εμπορεύματος, τα προϊόντα αποστέλλονται απευθείας από τον παραγωγό στον τελικό χρήστη (βλέπε Σχήμα 2a). Η απευθείας αποστολή εμπορεύματος εξαλείφει τις δαπάνες της λειτουργίας ενός κέντρου διανομής και μειώνει τους χρόνους υλοποίησης προγράμματος. Από την άλλη πλευρά, εάν ένα τυπικό μέγεθος φορτίου είναι μικρό και οι πελάτες είναι διασκορπισμένοι κατά μήκος μιας ευρείας γεωγραφικής περιοχής, απαιτείται ένας μεγάλος στόλος μικρών φορτηγών. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, η απευθείας αποστολή εμπορευμάτων να συνηθίζεται όταν απαιτούνται από τους πελάτες πλήρως φορτωμένα φορτηγά ή όταν φθαρτά προϊόντα πρέπει να μεταφερθούν εγκαίρως.



Σχήμα 2. Στρατηγικές διανομής:
(a) απευθείας διανομή, (b) αποθήκευση, (c) άμεση διανομή

Η αποθήκευση του εμπορεύματος είναι μία κλασική προσέγγιση με την οποία προϊόντα λαμβάνονται από αποθήκες και αποθηκεύονται σε δεξαμενές ή ράφια (βλέπει Σχήμα 2b). Όταν μία παραγγελία φθάνει, τα αντικείμενα ανακτώνται, πακετάρονται και αποστέλλονται στον πελάτη. Η αποθήκευση εμπορεύματος αποτελείται από τέσσερις σημαντικές λειτουργίες: αποδοχή των προϊόντων που φθάνουν, αποθήκευση, επιλογή παραγγελίας και αποστολή. Από αυτές τις τέσσερις λειτουργίες, η αποθήκευση και η επιλογή της παραγγελίας είναι οι περισσότερο δαπανηρές εξαιτίας δαπανών διατήρησης καταλόγων απογραφής και των δαπανών που αφορούν στους εργάτες.

Η έγκαιρη διανομή αποτελεί μία νέα τεχνική της εφοδιαστικής διαχείρισης η οποία έχει εφαρμοσθεί επιτυχώς από διάφορες αλυσίδες λιανικής πώλησης (βλέπε Σχήμα 2c). Η άμεση διανομή είναι μία υπηρεσία μεταφόρτωσης στην οποία νεοαφιχθέντα φορτία (πιθανόν δημιουργούνται από διάφορους παραγωγούς) ταξινομούνται, ενώνονται με άλλα προϊόντα και μεταφέρονται απευθείας σε οχήματα χωρίς ενδιάμεση αποθήκευση ή επιλογή παραγγελίας.

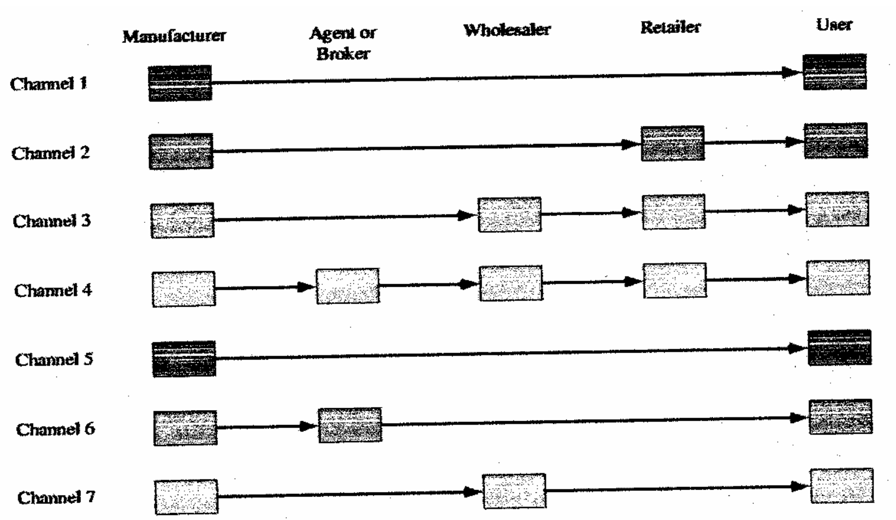
ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΦΟΡΤΙΟΥ

Η μεταφορά φορτίου διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στις σύγχρονες οικονομίες καθώς επιτρέπει η παραγωγή και η κατανάλωση να λαμβάνουν χώρα σε τοποθεσίες οι οποίες βρίσκονται μερικές εκατοντάδες ή χιλιάδες χιλιομέτρων μακριά η μία από την άλλη. Σαν αποτέλεσμα, οι αγορές διευρύνονται, συνεπώς προκαλούν τον απευθείας ανταγωνισμό μεταξύ των παραγωγών από διαφορετικές χώρες και ενθαρρύνουν τις εταιρίες να εκμεταλλευτούν τις διαδοχικά αυξανόμενες οικονομίες. Επιπλέον, οι εταιρίες στις ανεπτυγμένες χώρες επωφελούνται από τους χαμηλούς μισθούς των αναπτυσσόμενων χωρών.

Η μεταφορά φορτίου συχνά δικαιολογεί τα δύο τρίτα των συνολικών δαπανών εφοδιαστικής διαχείρισης και δημιουργεί σημαντικό αντίκτυπο στον τομέα των πελατειακών υπηρεσιών.

Ένας παραγωγός ή διανομέας μπορεί να επιλέξει μεταξύ τριών εναλλακτικών τρόπων για τη μεταφορά υλικών. Πρώτον, η εταιρία μπορεί να διευθύνει ένα ιδιωτικό ή νοικιασμένο στόλο οχημάτων (ιδιωτική μεταφορά). Δεύτερον, σε ένα μεταφορέα μπορεί να έχει ανατεθεί η μεταφορά υλικών μέσω φόρτωσης που ρυθμίζεται με σύμβαση (μεταφορά με σύμβαση). Τρίτον, η εταιρία μπορεί να καταφύγει σε ένα μεταφορέα που χρησιμοποιεί συνηθισμένους τρόπους μεταφοράς (οχήματα, φορτηγά) ώστε να εκπληρώσει αρκετές ανάγκες μεταφοράς των πελατών (συνηθισμένη μεταφορά).

Κανάλια διανομής. Τα προϊόντα που διανέμονται στους τελικούς χρήστες ή στις αγορές λιανικής πώλησης μπορεί να προέρχονται από μια περίπλοκη διαδικασία. Ενώ πολλές κατασκευαστικές εταιρίες πωλούν τα προϊόντα τους απευθείας στους τελικούς χρήστες, στις περισσότερες περιπτώσεις μεσάζοντες συμμετέχουν στην διανομή της παραγωγής. Αυτοί μπορεί να είναι αντιπρόσωποι πωλήσεων ή μεσίτες, οι οποίοι ενεργούν για λογαριασμό των παραγωγών, ή χονδρέμποροι, οι οποίοι αγοράζουν προϊόντα από τους παραγωγούς και τα πουλούν στους λιανικούς πωλητές, οι οποίοι εν συνεχεία πωλούν τα προϊόντα αυτά στους καταναλωτές. Οι μεσάζοντες αυξάνουν την τιμή των προϊόντων αλλά γενικά ωφελούν τους καταναλωτές επειδή παρέχουν χαμηλότερες δαπάνες για μεταφορά σε σχέση με τους παραγωγούς. Ένα κανάλι διανομής είναι ένα μονοπάτι από το οποίο πηγαίνουν τα προϊόντα από τον παραγωγό στον καταναλωτή. Μία σχετική απόφαση μάρκετινγκ είναι η επιλογή ενός κατάλληλου συνδυασμού καναλιών διανομής για κάθε προϊόν. Το Σχήμα 3 απεικονίζει τα κυριότερα κανάλια διανομής. Τα κανάλια από 1 – 4 ταιριάζουν με καταναλωτικά αγαθά ενώ τα κανάλια 5 – 7 ταιριάζουν με βιομηχανικά προϊόντα. Στο κανάλι 1, δεν υπάρχουν μεσάζοντες. Αυτή η προσέγγιση είναι κατάλληλη για ένα περιορισμένο αριθμό προϊόντων (καλλυντικά και εγκυκλοπαίδειες που πωλούνται από πόρτα σε πόρτα, εργόχειρα κ.α.). Στο κανάλι 2, οι παραγωγοί διανέμουν τα προϊόντα τους διαμέσου των λιανικών πωλητών (π.χ. στη βιομηχανία ελαστικών αυτοκινήτων). Το κανάλι 3 είναι δημοφιλές κάθε φορά που οι παραγωγοί διανέμουν τα προϊόντα τους μόνο σε μεγάλες ποσότητες και οι λιανικοί πωλητές δεν μπορούν να αντέξουν οικονομικά την αγορά μεγάλων ποσοτήτων προϊόντων (π.χ. στη βιομηχανία τροφίμων). Το κανάλι 4 είναι αντίστοιχο με το κανάλι 3 με εξαίρεση τους παραγωγούς οι οποίοι αντιπροσωπεύονται από αντιπρόσωπους πωλήσεων ή μεσίτες (π.χ. στη βιομηχανία ενδυμάτων). Το κανάλι 5 χρησιμοποιείται για περισσότερο βιομηχανικά προϊόντα (υλική ροή, εξοπλισμό). Προϊόντα πωλούνται σε μεγάλες ποσότητες ούτως ώστε οι χονδρέμποροι να είναι άχρηστοι. Το κανάλι 6 είναι αντίστοιχο με το κανάλι 5, με εξαίρεση του παραγωγούς οι οποίοι αντιπροσωπεύονται από αντιπρόσωπους πωλήσεων. Τέλος το κανάλι 7 χρησιμοποιείται για μικρά βοηθητικά προϊόντα (συνδετήρες κ.α.).



Σχήμα 3. Κανάλια διανομής

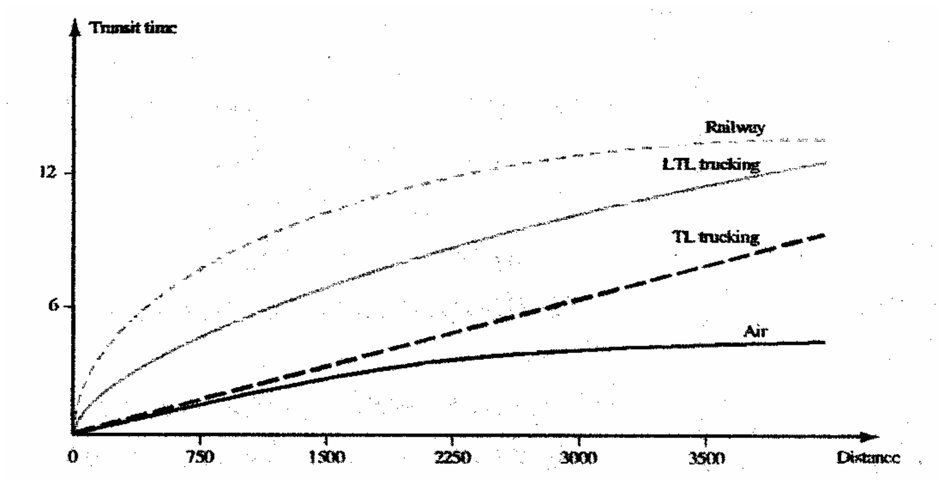
Τρόποι μεταφοράς. Οι υπηρεσίες μεταφοράς ποικίλουν. Υπάρχουν πέντε βασικοί τρόποι (πλοίο, τραίνο, φορτηγό, αεροσκάφος και αγωγός) οι οποίοι μπορούν να συνδυαστούν με διάφορους τρόπους για να εξασφαλιστούν υπηρεσίες μεταφοράς από πόρτα σε πόρτα όπως για παράδειγμα αυτές που παρέχονται από μεταφορείς μικρών αντικειμένων (κούριερ).

Το εμπόρευμα συχνά συγκεντρώνεται σε κοντέινερ για προστασία και διευκόλυνση χειρισμού. Τα κοντέινερς πρέπει να είναι ψυχόμενα, αεριζόμενα, κλειστά ή με ανοίγματα από πάνω. Τα κοντέινερ για μεταφορά υγρών έχουν χωρητικότητες μεταξύ 14000 και 20000 λίτρων.

Όταν επιλέγεται ένα μεταφορικό μέσο, ο μεταφορέας θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη δύο βασικές παραμέτρους: το κόστος και το χρόνο μεταφοράς.

Το κόστος μιας υπηρεσίες μεταφοράς είναι το άθροισμα όλων των δαπανών που σχετίζονται με τις λειτουργικές διατάξεις και τα οχήματα. Η τιμή μιας υπηρεσίας μεταφοράς είναι απλά η αξία που χρεώνεται από το μεταφορέα στο φορτωτή. Το αεροσκάφος είναι ο πιο ακριβός τρόπος μεταφοράς, και ακολουθούν το φορτηγό, το τραίνο, ο αγωγός και το πλοίο. Σύμφωνα με πρόσφατες εκτιμήσεις, η μεταφορά με φορτηγό είναι περίπου εφτά φορές πιο ακριβή από ότι με τραίνο η οποία είναι τέσσερις φορές πιο δαπανηρή από ότι με πλοίο.

Χρόνος μεταφοράς είναι ο χρόνος που απαιτείται για τη μεταφορά του εμπορεύματος από την τόπο παραγωγής στον τόπο προορισμού. Είναι μία μεταβλητή που επηρεάζεται από τις καιρικές και τις κυκλοφοριακές συνθήκες. Μία σύγκριση μεταξύ των μέσων χρόνων μεταφοράς των πέντε βασικών τρόπων παρέχεται στο **Σχήμα 4**. Η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβολής του χρόνου μεταφοράς είναι δύο μεγέθη που χαρακτηρίζουν την αξιοπιστία μιας υπηρεσίας μεταφοράς (βλέπε **πίνακα 2**)



Σχήμα 4. Μέσος χρόνος μεταφοράς (ανά ημέρα) σαν συνάρτηση της απόστασης (σε χιλιόμετρα) μεταξύ του τόπου παραγωγής και του τόπου προορισμού

	Τυπική απόκλιση	Συντελεστής μεταβολής
1	Αγωγός	Αγωγός
2	Αεροσκάφος	Αεροσκάφος
3	Φορτηγό	Τραίνο
4	Τραίνο	Φορτηγό
5	Πλοίο	Πλοίο

Πίνακας 2. Αξιοπιστία των πέντε βασικών τρόπων μεταφοράς η οποία εκφράζεται με βάση την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής του χρόνου μεταφοράς

Τραίνο. Η μεταφορά με τραίνο είναι ακριβή (ιδιαίτερα για μεγάλες μετακινήσεις), σχετικά αργή και σχεδόν αναξιόπιστη. Σαν αποτέλεσμα, ο σιδηρόδρομος είναι ένας αργός μεταφορέας υλικών ροών (κάρβουνο, χημικά κ.α.) και χαμηλής αξίας προϊόντων (χαρτί, φαγητό σε κονσέρβα κ.α.).

Φορτηγό. Τα φορτηγά χρησιμοποιούνται κυρίως για την μετακίνηση ημιτελικών και τελικών προϊόντων.

Αεροσκάφος. Η μεταφορά με αεροσκάφος συχνά χρησιμοποιείται μαζί με τη μεταφορά μέσω δρόμου για να παρέχει υπηρεσίες από πόρτα σε πόρτα. Ενώ η μεταφορά με αεροσκάφος είναι κατ’ αρχήν πολύ γρήγορη, καθυστερεί στην πράξη λόγω της δυσκολίας του χειρισμού του φορτίου στα αεροδρόμια. Είναι δημοφιλής μέθοδος μεταφοράς υψηλής αξίας προϊόντων για μεγάλες αποστάσεις.

Συνδυασμένη μεταφορά. Χρησιμοποιώντας περισσότερους από έναν τρόπους μεταφοράς δημιουργούνται μεταφορικές υπηρεσίες οι οποίες συνδυάζουν δαπάνες και χρόνο μεταφοράς. Παρόλο που γενικά υπάρχουν αρκετοί συνδυασμοί των πέντε βασικών τρόπων μεταφοράς, στην πράξη μόνο μερικές από αυτές είναι κατάλληλες. Οι πιο συχνές υπηρεσίες συνδυασμένης μεταφοράς είναι η μεταφορά με αεροσκάφος – φορτηγό, η μεταφορά με τραίνο – φορτηγό και η μεταφορά με πλοίο – φορτηγό. Τα κοντέινερ είναι οι περισσότερο διαδεδομένες μονάδες στη συνδυασμένη μεταφορά και μπορούν να μετακινηθούν με δύο τρόπους:

- Τα κοντέινερ φορτώνονται σε φορτηγό και το φορτηγό εν συνεχεία φορτώνεται σε τραίνο ή αεροσκάφος.
- Τα κοντέινερ φορτώνονται απευθείας σε τραίνο, ή πλοίο ή αεροσκάφος.

ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Κατά τη σχεδίαση στρατηγικής των συστημάτων εφοδιαστικής διαχείρισης, σκοπός των στελεχών διοίκησης είναι η επίτευξη κατάλληλου συμβιβασμού μεταξύ τριών κυρίων θεμάτων: ελαχιστοποίηση κεφαλαίου, ελαχιστοποίηση κόστους και βελτίωση του επιπέδου υπηρεσιών.

Ελαχιστοποίηση κεφαλαίου. Σκοπός είναι η μείωση όσο το δυνατόν του επιπέδου επένδυσης στο σύστημα εφοδιαστικής διαχείρισης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με διάφορους τρόπους, για παράδειγμα, με την επιλογή δημόσιων χώρων αποθήκευσης αντί των ιδιωτικών.

Ελαχιστοποίηση κόστους. Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους που σχετίζεται με τη μεταφορά και την αποθήκευση.

Βελτίωση επιπέδου υπηρεσιών. Το επίπεδο των υπηρεσιών των συστημάτων εφοδιαστικής διαχείρισης επηρεάζει την ικανοποίηση του πελάτη ο οποίος με τη σειρά του επηρεάζει σημαντικά τα έσοδα. Για το λόγο αυτό βελτιώνοντας το επίπεδο υπηρεσιών στον τομέα της εφοδιαστικής διαχείρισης αυξάνονται τα έσοδα, ιδιαίτερα στις αγορές με ομοιογένεια στις τιμές των προϊόντων, όπου ο ανταγωνισμός δεν βασίζεται στα χαρακτηριστικά των προϊόντων.

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Τα τελευταία χρόνια, πολλές τεχνολογικές αλλαγές έχουν προκαλέσει σημαντική επίδραση στα συστήματα εφοδιαστικής διαχείρισης. Μεταξύ αυτών, τρεις είναι αξιόλογες για να αναφερθούν: παγκοσμιοποίηση, ανάπτυξη πληροφορικής και ηλεκτρονικό εμπόριο.

Παγκοσμιοποίηση. Ένας μεγάλος αριθμός εταιριών λειτουργεί σε παγκόσμιο επίπεδο διότι εκμεταλλεύεται τις χαμηλές δαπάνες παραγωγής ή τις φτηνές ροές υλικών που είναι διαθέσιμες σε μερικές χώρες. Αυτό πολλές φορές επιτυγχάνεται διαμέσου συμμαχιών με άλλες εταιρίες. Σαν αποτέλεσμα της παγκοσμιοποίησης, οι ανάγκες μεταφοράς έχουν αυξηθεί. Περισσότερα τεμάχια και ημιτελειωμένα προϊόντα πρέπει να μεταφερθούν μεταξύ των τόπων παραγωγής, και η μεταφορά στις αγορές τείνει να γίνει περισσότερο δαπανηρή και χρονοβόρα. Η αύξηση στην συνδυασμένη μεταφορά κοντέινερ είναι μία συνέπεια της παγκοσμιοποίησης. Επίσης, σαν αποτέλεσμα της παγκοσμιοποίησης, θα πρέπει να δοθεί περισσότερη προσοχή στον αποτελεσματικό σχεδιασμό και στη διαχείριση αλυσίδων εφοδιασμού, μερικές φορές σε παγκόσμια κλίμακα.

Ανάπτυξη της πληροφορικής. Οι προμηθευτές και οι παραγωγοί κάνουν χρήση της ηλεκτρονικής διακίνησης πληροφοριών. Αυτό τους καθιστά ικανούς να μοιράζονται δεδομένα που σχετίζονται με το τι υπάρχει στις αποθήκες, να συγχρονίζουν τις παραγγελίες κ.α. Σε επίπεδο λειτουργίας, τα συστήματα GPSs και οι υπολογιστές επί των μεταφορικών μέσων επιτρέπουν στους αποστολείς να λαμβάνουν κάθε στιγμή της θέση των οχημάτων και να επικοινωνούν με τους οδηγούς. Τέτοιες τεχνολογίες είναι απαραίτητες σε εταιρίες που σχετίζονται με ταχυμεταφορές.

Ηλεκτρονικό εμπόριο. Ένας μεγάλος αριθμός εταιριών κάνει χρήση του ηλεκτρονικού εμπορίου. Η ανάπτυξή του συγκρίνεται με αυτή της παγκοσμιοποίησης και της πληροφορικής. Αποτέλεσμα του ηλεκτρονικού εμπορίου είναι η μείωση της ποσότητας των προϊόντων μεταξύ των παραγωγών και των λιανικών πωλητών ενώ περισσότεροι διανομείς θα έπρεπε να αναμένονται μεταξύ των παραγωγών και των καταναλωτών.

Το ηλεκτρονικό εμπόριο οδηγεί σε μια περισσότερο πολύπλοκη οργάνωση ολόκληρου του συστήματος εφοδιαστικής διαχείρισης, το οποίο θα πρέπει να είναι ικανό να διαχειρίζεται μικρού και μεσαίου μεγέθους μεταφορές εμπορευμάτων σε ένα μεγάλο αριθμό καταναλωτών, μερικές φορές διασκορπισμένο σε ολόκληρο τον κόσμο. Επιπλέον οι επιστροφές των ελαττωματικών (ακατάλληλων) προϊόντων καθίσταται ένα σημαντικό θέμα.

ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ ΕΦΟΔΙΑΣΤΙΚΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Κατά τη σχεδίαση και λειτουργία ενός συστήματος εφοδιαστικής διαχείρισης, κανείς χρειάζεται να στραφεί σε διάφορα θεμελιώδη θέματα. Για παράδειγμα, μπορούν να δημιουργηθούν νέες υπηρεσίες; Ποια είναι η καλύτερη διαμόρφωσή τους, το μέγεθος και ο προορισμός τους; Που μπορούν να αποθηκευθούν τα διάφορα υλικά; Που θα πραγματοποιηθεί η παραγωγή και συναρμολόγηση; Που θα αποθηκευθούν τελικά προϊόντα; Με ποιο τρόπο θα σχεδιαστεί η παραγωγική διαδικασία; Πως θα λειτουργούν οι αποθήκες; Πότε και πως κάθε σημείο αποθήκευσης θα επανατροφοδοτείται; Τι μέθοδος μεταφοράς πρέπει να χρησιμοποιηθεί για τη μετακίνηση προϊόντων; κ.α.

Οι αποφάσεις εφοδιαστικής διαχείρισης παραδοσιακά ταξινομούνται σαν στρατηγικές, τακτικές και λειτουργικές, σύμφωνα με τον προγραμματισμό.

Στρατηγικές αποφάσεις. Οι στρατηγικές αποφάσεις έχουν μεγάλης διάρκειας επιρροές (συνήθως πάνω από χρόνια). Περιλαμβάνουν σχεδιασμό συστημάτων εφοδιαστικής διαχείρισης καθώς και την απόκτηση δαπανηρών πηγών. Επειδή τα δεδομένα είναι συχνά ελλιπή και ανακριβή, οι στρατηγικές αποφάσεις γενικά χρησιμοποιούν προγνώσεις που βασίζονται σε συνολικά δεδομένα.

Τακτικές αποφάσεις. Οι τακτικές αποφάσεις περιλαμβάνουν σχεδιασμό παραγωγής και διανομής, καθώς επίσης και διανομή πληροφοριών. Χρησιμοποιούν συχνά προγνώσεις που βασίζονται σε δεδομένα που αναλύονται.

Λειτουργικές αποφάσεις. Οι λειτουργικές αποφάσεις πραγματοποιούνται σε ημερήσια βάση ή σε πραγματικό χρόνο και έχουν περιορισμένη εμβέλεια. Περιλαμβάνουν παραγγελίες διαλογής από την αποθήκη καθώς επίσης και μεταφορά εμπορευμάτων. Οι λειτουργικές αποφάσεις βασίζονται σε πολύ λεπτομερή δεδομένα.

2

Διακριτη Αριστοποιηση

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Προβλήματα Αριστοποίησης
Αλγόριθμοι και Υπολογιστική Πολυπλοκότητα
Θεωρία *NP*-Ακεραιότητας

Ανασκόπηση της περιοχής της διακριτής αριστοποίησης με επιμέρους χαρακτηριστικά παραδείγματα προβλημάτων. Διατύπωση της έννοιας των αλγορίθμων και της αποτελεσματικότητας επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Τα περισσότερα υπολογιστικά *προβλήματα αριστοποίησης* προέρχονται από την καθημερινή πρακτική της παραγωγικής, βιομηχανικής και επιχειρηματικής δραστηριότητας. Η έννοια της αριστοποίησης είναι καθιερωμένη σαν την σημαντικότερη αρχή της ανάλυσης των περισσότερων γνωστών προβλημάτων απόφασης και καταμερισμού δραστηριοτήτων. Στη γενικότερη περίπτωση, ένα πρόβλημα αριστοποίησης αναφέρεται σε κάποιο σύνολο *υποδειγμάτων*, που εκφράζονται με κάποια κατάλληλη, καλά καθορισμένη *σύνταξη*. Κάθε υπόδειγμα συνδέεται με ένα σύνολο *λύσεων* έτσι ώστε κάθε λύση να αποκτά κάποια συγκεκριμένη *τιμή*, δοθέντος του υποδείγματος. *Η επίλυση του προβλήματος αριστοποίησης* αναφέρεται στην απόδοση, για κάθε υπόδειγμα, της καλύτερης (βέλτιστης) λύσης η οποία θα αναφέρεται στη μεγαλύτερη ή στη μικρότερη τιμή όλων των λύσεων που προκύπτουν από την περιγραφή του προβλήματος αριστοποίησης.

Ας ξεκινήσουμε με την παράθεση κάποιων χαρακτηριστικών παραδειγμάτων.

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΧΡΗΣΕΩΝ ΓΗΣ

Δίδεται ένα σύνολο τεμαχίων γης $T=\{t_1,\ldots,t_p\}$, ένα σύνολο πιθανών δραστηριοτήτων για εκμετάλλευση αυτών $D=\{d_1,\ldots, d_q\}$ και το όφελος από την εκμετάλλευση του κάθε τεμαχίου i από κάθε δραστηριότητα j, $c(t_i,d_j)$, $i=1,\ldots,p$ και $j=1,\ldots,q$. Ζητείται ο καταμερισμός των δραστηριοτήτων στα τεμάχια γης έτσι ώστε να επιτυγχάνεται το μεγαλύτερο δυνατό όφελος εκμετάλλευσης.

Στο παράδειγμα αυτό κάθε υπόδειγμα του προβλήματος αριστοποίησης είναι μια συλλογή τεμαχίων γης, μια συλλογή δραστηριοτήτων και το εμπλεκόμενο όφελος εκμετάλλευσης τεμαχίων από δραστηριότητες, κάθε λύση του προβλήματος που αναφέρεται σε κάθε υπόδειγμα είναι μια συλλογή ζευγών τεμαχίων γης και δραστηριοτήτων στα οποία κάθε τεμάχιο γης αναφέρεται μόνο μια φορά, η τιμή που αναφέρεται σε κάθε λύση είναι το όφελος που το κάθε ζεύγος της λύσης συνεισφέρει και το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα είναι η εύρεση της λύσης που επιφέρει το υψηλότερο όφελος.

ΠΕΡΙΟΔΕΥΩΝ ΠΩΛΗΤΗΣ

Δίδεται ένα σύνολο πόλεων $T=\{t_1,\ldots,t_p\}$ και το κόστος της μετακίνησης από μια πόλη i σε μια πόλη j, $c(i,j)$, $i=1,\ldots,p$ και $j=1,\ldots,p$. Ζητείται να βρεθεί η διαδρομή ενός πωλητή που πρέπει να επισκεφτεί όλες τις πόλεις μόνον μια φορά επιστρέφοντας σε αυτή που ξεκίνησε έτσι ώστε το συνολικό κόστος των μετακινήσεων του να ελαχιστοποιείται.

Στο παράδειγμα αυτό κάθε υπόδειγμα του προβλήματος αριστοποίησης είναι μια συλλογή πόλεων και το εμπλεκόμενο κόστος μετακίνησης μεταξύ των πόλεων, κάθε λύση του προβλήματος που αναφέρεται σε κάθε υπόδειγμα είναι μια διαδρομή που επισκέπτεται όλες τις πόλεις μόνον μια φορά, η τιμή που αναφέρεται σε κάθε λύση είναι το σύνολο του κόστους των μετακινήσεων μεταξύ των πόλεων και το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα είναι η εύρεση της λύσης που επιφέρει το χαμηλότερο κόστος μετακίνησης.

ΑΝΑΘΕΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Δίδεται ένα σύνολο διδασκόντων $T=\{t_1,\ldots,t_p\}$, ένα σύνολο μαθημάτων $C=\{c_1,\ldots,c_q\}$ και ένα σύνολο ζευγών (τ_i,ξ_i) που υποδεικνύει ότι ο διδάκων τ_i μπορεί να διδάξει το μάθημα ξ_i, $\tau_i \in T, \xi_i \in C$ και $i=1,\ldots n$. Επιδιώκεται η ανάθεση μαθημάτων σε διδάσκοντες έτσι ώστε κάθε διδάσκοντας να διδάσκει το πολύ ένα μάθημα και κάθε μάθημα να διδάσκεται το πολύ από ένα διδάσκοντα. Ζητείται η ανάθεση εκείνη που επιτρέπει την διδασκαλία των περισσότερων μαθημάτων.

Στο παράδειγμα αυτό κάθε υπόδειγμα του προβλήματος αριστοποίησης είναι μια συλλογή διδασκόντων, μια συλλογή μαθημάτων και το σύνολο των επιτρεπομένων ζευγών (τ_i,ξ_i), $i=1,\ldots n$, κάθε λύση του προβλήματος που αναφέρεται σε κάθε υπόδειγμα είναι ένα υποσύνολο του προηγούμενου συνόλου των επιτρεπομένων ζευγών στο οποίο κάθε διδάσκοντας και κάθε μάθημα αναφέρονται μόνον μια φορά, η τιμή που αναφέρεται σε κάθε λύση είναι το μέγεθος αυτού του υποσυνόλου και το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα είναι η εύρεση του υποσυνόλου με το μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων.

Με βάση τα παραπάνω, ο ορισμός των προβλημάτων αριστοποίησης διαμορφώνεται ως εξής:

Ένα *πρόβλημα αριστοποίησης Q* είναι μια τετράδα (I_Q,S_Q,f_Q,opt_Q), όπου I_Q είναι το σύνολο των δυνατών υποδειγμάτων, S_Q μια συνάρτηση τέτοια ώστε για κάθε υπόδειγμα $x\in I_Q$, η $S_Q(x)$ είναι ένα σύνολο λύσεων του Q για το x, f_Q είναι η αντικειμενική συνάρτηση έτσι ώστε για κάθε ζεύγος $x\in I_Q$ και $y\in S_Q(x)$, η ποσότητα $f_Q(x,y)$ να είναι ένας πραγματικός αριθμός και ο δείκτης $opt_Q\in\{max,min\}$ καθορίζει το πρόβλημα σαν πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης.

Η επίλυση ενός προβλήματος αριστοποίησης Q δεν είναι τίποτε άλλο από μια υπολογιστική διαδικασία κατά την οποία δοθέντος ενός υποδείγματος $x\in I_Q$, επιχειρείται η εύρεση μιας λύσης $y\in S_Q$ μεταξύ όλων των λύσεων που ανήκουν στο $S_Q(x)$, έτσι ώστε η αντικειμενική συνάρτηση $f_Q(x,y)$ να αριστοποιείται (μεγιστοποιείται ή ελαχιστοποιείται με βάση το δείκτη opt_Q). Με βάση τον ορισμό που υιοθετήθηκε, τα αντίστοιχα στοιχεία της τετράδας για τα προβλήματα που εξετάστηκαν παίρνουν την παρακάτω μορφή:

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΧΡΗΣΕΩΝ ΓΗΣ

I_Q: μια συλλογή τεμαχίων γης, μια συλλογή δραστηριοτήτων και το εμπλεκόμενο όφελος από την εκμετάλλευση τεμαχίων από δραστηριότητες

S_Q: μια συλλογή ζευγών τεμαχίων γης και δραστηριοτήτων στα οποία κάθε τεμάχιο γης αναφέρεται μόνο μια φορά

F_Q: το όφελος που το κάθε ζεύγος της λύσης συνεισφέρει στη συνολική λύση

opt_Q: max

ΠΕΡΙΟΔΕΥΩΝ ΠΩΛΗΤΗΣ

I_Q: μια συλλογή πόλεων και το εμπλεκόμενο κόστος μετακίνησης μεταξύ των πόλεων
S_Q: μια διαδρομή που επισκέπτεται όλες τις πόλεις μόνον μια φορά
F_Q: το κόστος των μετακινήσεων μεταξύ των πόλεων
opt_Q: min

ΑΝΑΘΕΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

I_Q: μια συλλογή διδασκόντων, μια συλλογή μαθημάτων και το σύνολο των επιτρεπομένων ζευγών (τ_i, ξ_i), $i=1,\ldots n$
S_Q: ένα υποσύνολο του συνόλου των επιτρεπομένων ζευγών στο οποίο κάθε διδάσκοντας και κάθε μάθημα αναφέρονται μόνον μια φορά
F_Q: το μέγεθος αυτού του υποσυνόλου
opt_Q: max

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

Η έννοια των *αλγορίθμων* ενυπάρχει πολύ πριν την εμφάνιση των μοντέρνων υπολογιστικών συστημάτων. Στην πραγματικότητα, ο άνθρωπος ξεκίνησε τη χρήση και την ανάπτυξη τους ταυτόχρονα με την συστηματική επίλυση προβλημάτων που κάθε φορά αντιμετώπιζε. Παρά ταύτα, μετά την εισαγωγή των μοντέρνων υπολογιστικών συστημάτων στα μέσα του περασμένου αιώνα, έγινε πολύ δημοφιλής η αναφορά των *αλγορίθμων* σαν *προγράμματα ηλεκτρονικού υπολογιστή*. Έτσι, σήμερα, σαν αλγόριθμους χαρακτηρίζουμε την περιγραφή υψηλού επιπέδου ενός προγράμματος ηλεκτρονικού υπολογιστή, που είναι με τη σειρά της μια βήμα-προς-βήμα προδιαγραφή της διαδικασίας επίλυσης ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Κάθε βήμα ενός αλγορίθμου αποτελείται από ένα πεπερασμένο αριθμό λειτουργιών, οι οποίες γενικά περιλαμβάνουν αριθμητικές πράξεις, λογικές συγκρίσεις, διαδικασίες ελέγχου και λειτουργίες αποθήκευσης και ανάκτησης δεδομένων από τη μνήμη και τις περιφερειακές μονάδες του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Ας υποθέσουμε ότι ο αλγόριθμος A χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος Q. Είναι πολύ λογικό να υποθέσουμε ότι για κάποια σειρά από υποδείγματα μεγάλου μεγέθους, ο αλγόριθμος A θα χρειαστεί για την επίλυση του προβλήματος σημαντικό υπολογιστικό χρόνο. Πρέπει να αναφέρουμε εδώ ότι στη γενικότερη περίπτωση το *μέγεθος* ενός αντικειμένου, όπως αυτό του υποδείγματος ενός προβλήματος αριστοποίησης, είναι κάτι που δεν μπορεί να οριστεί μονοσήματα, και σε όλες τις περιπτώσεις είναι συνάρτηση του τρόπου με τον οποίο το συγκεκριμμένο αντικείμενο έχει αποθηκευτεί στη μνήμη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Στη γενικότερη περίπτωση, σαν μέγεθος ενός αντικειμένου μπορεί κάποιος θεωρήσει την έκταση που καταλαμβάνει στον αποθηκευτικό χώρο του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Έτσι, η αποτίμηση της απόδοσης του αλγορίθμου A που χρησιμοποιείται για την επίλυση ενός προβλήματος θα εξεταστεί σε όρους μεγέθους του υποδείγματος του προβλήματος αυτού.

Είναι γενικά δύσκολο και αδόκιμο το να χρησιμοποιηθεί για την αποτίμηση της απόδοσης ενός αλγορίθμου ο ακριβής αριθμός των βασικών λειτουργιών που ο αλγόριθμος εκτελεί στην προσπάθεια του να βρει την βέλτιστη λύση ενός προβλήματος αριστοποίησης. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι γι αυτό. Η ανομοιογένεια των χαρακτηριστικών των γλωσσών προγραμματισμού και των μεταφραστών τους σε εκτελέσιμο κώδικα είναι ένας σημαντικός λόγος. Η διαφορετική συμπεριφορά ως προς τον τύπο των δεδομένων σε κάθε μια από τις βασικές λειτουργίες του κώδικα που θα χρησιμοποιηθεί είναι ένας άλλος. Στη γενικότερη περίπτωση, είναι αρκετή μια κατά προσεγγιστική περιγραφή της *πολυπλοκότητας*, δηλαδή των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων για την εκτέλεση του αλγορίθμου, που να είναι όμως κοινός για τον τρόπο περιγραφής όλων των αλγορίθμων.

Είναι καθιερωμένο σήμερα στην επιστήμη των ηλεκτρονικών υπολογιστών η χρήση *ασυμπτωτικών ορίων* (φραγμάτων) για τη μέτρηση των υπολογιστικών πόρων που είναι απαραίτητοι σε κάποιον αλγόριθμο που επιλύει κάποιο υπολογιστικό πρόβλημα. Δεδομένης μιας συνάρτησης $t(n)$ που απεικονίζει ακεραίους σε πραγματικούς αριθμούς, η χρήση των παρακάτω συμβόλων είναι ουσιαστική για την ανάλυση ασυμπτωτικών ορίων της πολυπλοκότητας αλγορίθμων για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων:

- $O(t(n))$: η κλάση των συναρτήσεων που είναι τέτοιες ώστε για μια συνάρτηση g από αυτές, πάντα να υπάρχει κάποιος σταθερός αριθμός c_g έτσι ώστε $t(n) \geq c_g g(n)$ για όλες τις πεπερασμένες τιμές του n. Στην περίπτωση αυτή, η κλάση $O(t(n))$ είναι όλες οι συναρτήσεις που είναι *το πολύ* όσο και οι συναρτήσεις $t(n)$.
- $o(t(n))$: η κλάση των συναρτήσεων που είναι τέτοιες ώστε για μια συνάρτηση g από αυτές, να ισχύει $lim_{n\to\infty} g(n)/t(n) = 0$, για όλες τις πεπερασμένες τιμές του n. Στην περίπτωση αυτή, η κλάση $o(t(n))$ είναι όλες οι συναρτήσεις που είναι *μικρότερες* των συναρτήσεων $t(n)$.
- $\Omega(t(n))$: η κλάση των συναρτήσεων που είναι τέτοιες ώστε για μια συνάρτηση g από αυτές, πάντα να υπάρχει κάποιος σταθερός αριθμός c_g έτσι ώστε $t(n) \leq c_g g(n)$ για όλες τις πεπερασμένες τιμές του n. Στην περίπτωση αυτή, η κλάση $\Omega(t(n))$ είναι όλες οι συναρτήσεις που είναι *τουλάχιστον* όσο και οι συναρτήσεις $t(n)$.
- $\omega(t(n))$: η κλάση των συναρτήσεων που είναι τέτοιες ώστε για μια συνάρτηση g από αυτές, να ισχύει $lim_{n\to\infty} t(n)/g(n) = 0$, για όλες τις πεπερασμένες τιμές του n. Στην περίπτωση αυτή, η κλάση $\omega(t(n))$ είναι όλες οι συναρτήσεις που είναι *μεγαλύτερες* των συναρτήσεων $t(n)$.
- $\Theta(t(n))$: η κλάση των συναρτήσεων που είναι τέτοιες ώστε για μια συνάρτηση g από αυτές, να ισχύει $g(n) = O(t(n))$ και $g(n) = \Omega(t(n))$, για όλες τις πεπερασμένες τιμές του n. Στην περίπτωση αυτή, η κλάση $\Theta(t(n))$ είναι όλες οι συναρτήσεις που είναι *της ίδιας τάξης μεγέθους* με τις συναρτήσεις $t(n)$.

Ο *χρόνος εκτέλεσης* ενός αλγορίθμου για δεδομένο υπόδειγμα συγκεκριμένου προβλήματος ορίζεται σαν ο αριθμός των βασικών λειτουργιών που διεξάγονται κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου για το συγκεκριμένο υπόδειγμα.

Έστω ένας αλγόριθμος A ο οποίος λύνει ένα πρόβλημα αριστοποίησης Q και έστω $f(n)$ μια συνάρτηση. Η *χρονική πολυπλοκότητα* του αλγορίθμου A είναι $O(f(n))$ εάν υπάρχει μια συνάρτηση $g(n) \in O(f(n))$ τέτοια ώστε για κάθε $n \geq 0$, ο χρόνος εκτέλεσης του *A* να περιορίζεται από την *g(n)* για όλες τις δυνατές τιμές του *n*.

Ένας αλγόριθμος *A* είναι *αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου* εάν υπάρχει μια σταθερά *c* τέτοια ώστε η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου *A* να είναι $O(n^c)$. Ένα πρόβλημα αριστοποίησης *μπορεί να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο* αν υπάρχει αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου που να μπορεί να το λύσει.

Οι αλγόριθμοι πολυωνυμικού χρόνου θεωρούνται *εύκολες* και *εφικτές* υπολογιστικές διαδικασίες. Η διαφορά της απόδοσης των πολυωνυμικών αλγορίθμων σε σχέση με αυτούς εκθετικής πολυπλοκότητας δίδεται στα δεδομένα των Πινάκων 1 και 2.

Πίνακας 1. Υπολογιστικοί χρόνοι προβλημάτων πολυωνυμικής και εκθετικής πολυπλοκότητας

Πολυπλοκότητα	Μέγεθος υποδείγματος προβλήματος (n)				
	10	20	30	40	50
$O(n)$	0.00001 s	0.00002 s	0.00003 s	0.00004 s	0.00005 s
$O(n^2)$	0.0001 s	0.0004 s	0.0009 s	0.0016 s	0.0025 s
$O(n^3)$	0.001 s	0.008 s	0.027 s	0.064 s	0.125 s
$O(2^n)$	0.001 s	1 s	17.9 min	12.7 days	35.7 years

Πίνακας 2. Επίδραση αύξησης υπολογιστικής δύναμης (μέγεθος προβλήματος που μπορεί να επιλυθεί σε 1 *h*)

Πολυπλοκότητα	Σημερινή Υπολογιστική Ισχύς	100πλάσια Υπολογιστική Ισχύς	1000πλάσια Υπολογιστική Ισχύς
$O(n)$	n_1	$100n_1$	$1000n_1$
$O(n^2)$	n_2	$10n_2$	$31.6n_2$
$O(n^3)$	n_3	$4.64n_3$	$10n_3$
$O(2^n)$	n_4	$n_4+6.64$	$n_4+9.97$

Στη γενικότερη περίπτωση, δεδομένου κάποιου προβλήματος αριστοποίησης, ο εντοπισμός κάποιου αλγόριθμου πολυωνυμικού χρόνου για την επίλυση του είναι πολύ σημαντική διαδικασία.

ΘΕΩΡΙΑ *NP-ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ*

Η θεωρία της *NP-ακεραιότητας* παίζει έναν ουσιαστικό ρόλο στην ανάλυση των προβλημάτων αριστοποίησης. Η θεωρία αυτή αναπτύχθηκε από τη μελέτη αντίστοιχων υπολογιστικών προβλημάτων, με την ελπίδα ότι θα μπορούσε να παράξει αξιόπιστα κάτω φράγματα στην υπολογιστική πολυπλοκότητα κάποιων προβλημάτων αριστοποίησης. Μια σημαντική έννοια της θεωρίας αυτής, στην οποία καταλήγουν με τον ένα ή τον άλλο τρόπο τα περισσότερα προβλήματα αριστοποίησης που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον, είναι αυτή των *προβλημάτων απόφασης*. Ένα *πρόβλημα απόφασης* είναι κάποιο πρόβλημα για το οποίο για όλα τα εμπλεκόμενα υποδείγματα μπορεί να υπάρχει σαν απάντηση του προβλήματος μία μόνον από τις δύο δυνατές λογικές καταστάσεις, κατάφαση ή άρνηση. Ένα υπόδειγμα για το οποίο το πρόβλημα αποκρίνεται καταφατικά ονομάζεται *καταφατικό υπόδειγμα* του προβλήματος, ενώ ένα υπόδειγμα για το οποίο το πρόβλημα αποκρίνεται αρνητικά ονομάζεται *αρνητικό υπόδειγμα* του προβλήματος.

Ένα πρόβλημα αριστοποίησης μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα πρόβλημα απόφασης με την εισαγωγή μιας παραμέτρου η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για σύγκριση με την άριστη τιμή ενός συγκεκριμένου υποδείγματος. Για παράδειγμα, η εκδοχή προβλήματος απόφασης για το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Το υπόδειγμα ενός προβλήματος απόφασης για το πρόβλημα αυτό είναι της μορφής (G,k), όπου G είναι ο πίνακας του κόστους μετακινήσεων μεταξύ των εμπλεκομένων πόλεων και k ένας ακέραιος αριθμός. Η ερώτηση που πρέπει να απαντηθεί για δεδομένο υπόδειγμα (G,k) είναι η εξής: «Υπάρχει μια διαδρομή για τον πωλητή που επισκέπτεται όλες τις εμπλεκόμενες πόλεις ακριβώς μια φορά και επιστρέφει σε αυτήν από την οποία ξεκίνησε και να έχει συνολικό κόστος μετακινήσεων φραγμένο από τον αριθμό k;»

Ένας αλγόριθμος A *αποδέχεται* ένα πρόβλημα απόφασης Q εάν για κάθε καταφατικό υπόδειγμα του προβλήματος ο αλγόριθμος επιστρέφει σαν αποτέλεσμα μια καταφατική λογική κατάσταση, ενώ για κάθε αρνητικό υπόδειγμα του προβλήματος ο αλγόριθμος επιστρέφει σαν αποτέλεσμα μια αρνητική λογική κατάσταση.

Ένα πρόβλημα απόφασης Q ανήκει στην *κλάση P* εάν μπορεί να γίνει αποδεκτό από έναν αλγόριθμο πολυωνυμικού χρόνου.

Κατά μία πιο γενική και εκτεταμένη έννοια, είναι αποδεκτό ότι ένα πρόβλημα αριστοποίησης Q ανήκει στην κλάση προβλημάτων P αν μπορεί να λυθεί από κάποιον αλγόριθμο σε πολυωνυμικό χρόνο, ακόμα και αν το πρόβλημα αυτό δεν είναι εύκολο να διατυπωθεί σαν πρόβλημα απόφασης. Δυστυχώς, πολλά προβλήματα απόφασης που προκύπτουν από προβλήματα αριστοποίησης δεν δείχνουν να ανήκουν στην κλάση P, δεν έχουν βρεθεί δηλαδή αλγόριθμοι πολυωνυμικού χρόνου για να τα αποδεχθούν. Μεγάλος αριθμός όμως από τα προβλήματα αυτά μπορεί να συνδεθεί με πολυωνυμικούς αλγορίθμους επίλυσης με την ακόλουθη έννοια:

Ένα πρόβλημα απόφασης Q ανήκει στην *κλάση NP* εάν μπορεί να γίνει αποδεκτό από έναν αλγόριθμο πολυωνυμικού χρόνου A έτσι ώστε για κάθε υπόδειγμα $x \in I_Q$ του προβλήματος Q, ο αλγόριθμος αποδέχεται το πρόβλημα Q για κάθε προτεινόμενη λύση του $y \in S_Q$.

Έτσι, ένα πρόβλημα Q που ανήκει στην κλάση NP είναι ένα πρόβλημα που κάποιο καταφατικό του υπόδειγμα $x \in I_Q$, μπορεί εύκολα (δηλαδή σε πολυωνυμικό χρόνο) να *ελεγχθεί* (από τον αλγόριθμο A) όταν μια *σύντομη απόδειξη* (πρόταση λύσεως $y \in S_Q$) προταθεί για το πρόβλημα. Ο πολυωνυμικός αλγόριθμος A λειτουργεί με τον ακόλουθο τρόπο: εάν κάποιο υπόδειγμα $x \in I_Q$ του προβλήματος Q είναι καταφατικό, τότε με μια *σωστή* υπόδειξη $y \in S_Q$, ο αλγόριθμος A θα *πειστεί εύκολα* (σε πολυωνυμικό χρόνο) και θα καταλήξει σε κατάφαση. Στην αντίθετη περίπτωση, εάν το υπόδειγμα είναι αρνητικό, ο αλγόριθμος δεν θα μπορεί να *γελαστεί* και να καταλήξει σε κατάφαση ανεξαρτήτως της προτεινόμενης λύσης.

Το πρόβλημα απόφασης για την περίπτωση του Περιοδεύοντος Πωλητή, για παράδειγμα, ανήκει στην κλάση NP. Δεδομένου ενός υποδείγματος (G,k), μπορεί να σχεδιαστεί ένας αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου A ως εξής: για το ζεύγος υποδείγματος και λύσης (x,y), όπου $x=(G,k)$, ο αλγόριθμος A θα αποδεχθεί το πρόβλημα όταν και μόνον όταν η διαδρομή που περιγράφει η λύση y περνά από όλες τις πόλεις μόνον μια φορά και επιστρέφει στην αρχική αλλά ταυτόχρονα και το συνολικό κόστος των μετακινήσεων είναι το πολύ ίσο με k. Έτσι, αν το υπόδειγμα x είναι καταφατικό, τότε με την υπόδειξη y, ο αλγόριθμος θα αποδεχθεί το ζεύγος (x,y). Στην αντίθετη περίπτωση, αν το υπόδειγμα x είναι αρνητικό, ανεξαρτήτως της υπόδειξης y, ο αλγόριθμος θα απορρίψει το ζεύγος (x,y).

Είναι προφανές ότι η κλάση P είναι υποκλάση της NP. Μια σημαντική έννοια της θεωρίας της NP-ακεραιότητας είναι και η έννοια της υποβαθμισιμότητας που παρουσιάζεται παρακάτω:

Θεωρούμε δύο προβλήματα απόφασης Q_1 και Q_2. Το πρόβλημα Q_1 ονομάζεται *πολυωνυμικά υποβαθμίσιμο* στο πρόβλημα Q_2 (συμβολίζεται σαν $Q_1 \leq_m^p Q_2$) τότε και μόνον τότε όταν υπάρχει μια συνάρτηση r υπολογιζόμενη σε πολυωνυμικό χρόνο, έτσι ώστε αν x είναι κάποιο καταφατικό υπόδειγμα του Q_1, το υπόδειγμα $r(x)$ είναι καταφατικό υπόδειγμα του προβλήματος Q_2.

Η σχέση $Q_1 \leq_m^p Q_2$ υποδηλώνει ότι το πρόβλημα Q_2 δεν είναι ευκολότερο από το πρόβλημα Q_1 (ισοδύναμα, το πρόβλημα Q_1 δεν είναι δυσκολότερο από το πρόβλημα Q_2). Έτσι, η σχέση $Q_1 \leq_m^p Q_2$ θέτει ένα κάτω φράγμα για την υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος Q_2 σε όρους του προβλήματος Q_1 και ισοδύναμα θέτει ένα άνω φράγμα για την υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος Q_1 σε όρους του προβλήματος Q_2. Συγκεκριμμένα, ισχύει το παρακάτω:

Θεωρούμε δύο προβλήματα απόφασης Q_1 και Q_2. Εάν ισχύει $Q_1 \leq_m^p Q_2$ και το πρόβλημα Q_2 ανήκει στην κλάση P, τότε το πρόβλημα Q_1 ανήκει επίσης στην κλάση P.

Ακόμη περισσότερο, αν υπάρχει κάποιος πολυωνυμικός αλγόριθμος που να επιλύει *ένα* πρόβλημα μιας συγκεκριμένης κλάσης, τότε θα υπάρχει και κάποιος αντίστοιχος πολυωνυμικός αλγόριθμος που να επιλύει οποιοδήποτε πρόβλημα της ίδιας κλάσης, αρκεί αυτός να βρεθεί.

Ένα πρόβλημα απόφασης Q είναι *NP-κοπιώδες* όταν όλα τα προβλήματα της κλάσης NP είναι πολυωνυμικά υποβαθμίσιμα στο Q.

Ένα πρόβλημα απόφασης Q είναι *NP-ακέραιο* όταν είναι *NP-κοπιώδες* και ανήκει στην κλάση NP.

Για τα προβλήματα αυτά ισχύουν τα ακόλουθα:

Θεωρούμε τρία προβλήματα απόφασης Q_1, Q_2 και Q_3. Εάν $Q_1 \leq_m^p Q_2$ και $Q_2 \leq_m^p Q_3$, τότε $Q_1 \leq_m^p Q_3$.

Θεωρούμε δύο προβλήματα απόφασης Q_1 και Q_2. Εάν το πρόβλημα Q_1είναι *NP-κοπιώδες* και ισχύει $Q_1 \leq_m^p Q_2$, τότε το πρόβλημα Q_2 είναι *NP-κοπιώδες* επίσης.

Οι έννοιες που κρύβονται πίσω από τα παραπάνω θεωρήματα διαμορφώνουν ένα εξαιρετικά σημαντικό σύστημα εργασίας για την απόδειξη της υπολογιστικής δυσκολίας επίλυσης των προβλημάτων αριστοποίησης. Αν κάποιος θέλει να αποδείξει ότι κάποιο πρόβλημα *Q* είναι *NP-κοπιώδες*, αρκεί να εκλέξει ένα ήδη γνωστό *NP-κοπιώδες* πρόβλημα *Q'* και να δείξει ότι ισχύει $Q' \leq_m^p Q$. Αν επιτύχει, τότε το πρόβλημα *Q'* είναι *NP-κοπιώδες* και κατά συνέπεια είναι απίθανο να λύνεται από κάποιον αλγόριθμο πολυωνυμικού χρόνου. Επιπρόσθετα, το πρόβλημα αυτό προστίθεται στο σύνολο των ήδη γνωστών *NP-κοπιωδών* προβλημάτων και μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμο για αντίστοιχες αποδείξεις σε άλλα προβλήματα. Τις τελευταίες δεκαετίες, χρησιμοποιήθηκε ευρέως η τεχνική αυτή για την κατάταξη χιλιάδων προβλημάτων αριστοποίησης σαν *NP-κοπιώδη*. Έτσι, όλες αυτές οι χιλιάδες προβλημάτων είναι πιστευτό ότι είναι αδύνατο να λυθούν σε πολυωνυμικό χρόνο. Αντίθετα, αν ένα από αυτά λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο, τότε θα έχουν λυθεί όλα. Βέβαια, το σύστημα αυτό βασίζεται σήμερα στην παρακάτω εικασία:

$P \neq NP$, δηλαδή υπάρχουν προβλήματα που να ανήκουν στη κλάση *NP* που δεν μπορούν να λυθούν σε πολυωνυμικό χρόνο.

Μέχρι σήμερα δεν υπάρχει απόδειξη για την εικασία αυτή. Ακόμα λιγότερα γίνονται σήμερα για να αποδειχθεί κάτι τέτοιο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η εικασία αυτή να έχει γίνει δυνατή πίστη στους επιστήμονες της Υπολογιστικής Επιστήμης.

3

ΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Εισαγωγή στην έννοια των κατασκευαστικών αλγορίθμων παραγωγής λύσεων προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης. Ανάδειξη της σημαντικότητας των επιμέρους συνιστωσών της τεχνικής βελτιστοποίησης της ποιότητας των λύσεων με την περιγραφή των βασικών στοιχείων της τοπικής έρευνας, των κινήσεων και της γειτονιάς. Περιγραφή των σημαντικότερων ευρετικών μεθόδων που βασίζονται στις τεχνικές αυτές.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΗΣ ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Τα προβλήματα που ανήκουν στον χώρο *της διακριτής βελτιστοποίησης* ορίζονται σε σχέση με το αντίστοιχο υπόδειγμα από ένα σύνολο στοιχείων $E=\{e_i, i=1, 2,.., m\}$. Για κάθε διακριτό υπόδειγμα, υπάρχει ένα σύνολο λύσεων $S = \{s_i \subseteq E, i = 1,2,..,n\}$ (χώρος λύσεων) και μία αντικειμενική συνάρτηση f που προσδιορίζει την άξια της κάθε λύσης, η οποία στις περισσότερες περιπτώσεις υπόκειται σε ένα σύνολο περιορισμών P. Η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει συνήθως κόστος ή όφελος και οι περιορισμοί καθορίζουν τα στοιχεία του S. Ενδέχεται επίσης ανάλογα με τη φύση του προβλήματος, η λύση να μπορεί να διαμεριστεί σε διακριτά υποσύνολα που να την συνθέτουν. Ανάλογα με τη δομή και τη φύση κάθε λύσης, υπάρχουν δύο είδη προβλημάτων. Στα πρώτα η διασύνδεση των στοιχείων στο σύνολο της κάθε λύσης έχει σημασία, ενώ στα δεύτερα η διασύνδεση των στοιχείων στο σύνολο της κάθε λύσης δεν έχει σημασία. Για την πρώτη κατηγορία προβλημάτων η διασύνδεση των στοιχείων μέσα στο σύνολο της λύσης παίζει ρόλο στην εξαγωγή της αξίας της λύσης από την αντικειμενική συνάρτηση, ενώ κάτι τέτοιο δεν ισχύει για την δεύτερη κατηγορία. Η επίλυση των προβλημάτων αυτών συνίσταται στην εύρεση της καλύτερης λύσης ή διαφορετικά του παγκόσμιου βέλτιστου. Αν πρόκειται για πρόβλημα ελαχιστοποίησης μας ενδιαφέρει το παγκόσμιο ελάχιστο, ενώ αν πρόκειται για πρόβλημα μεγιστοποίησης το παγκόσμιο μέγιστο.

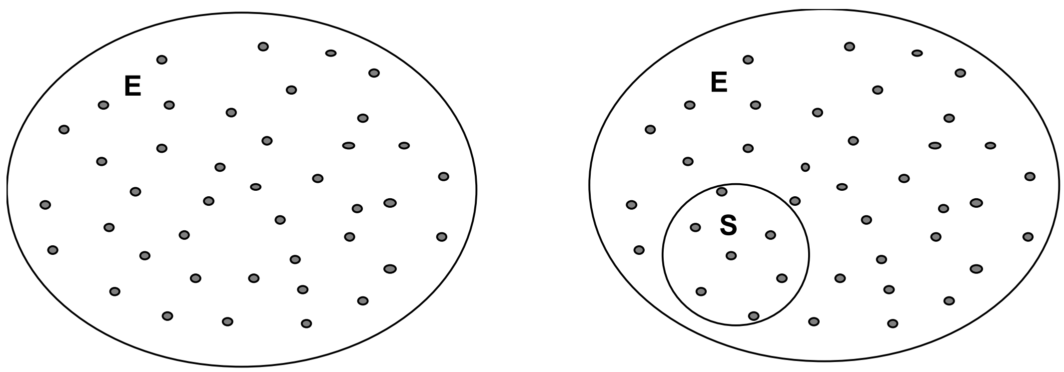
Η επίλυση των προβλημάτων διακριτής βελτιστοποίησης από *ακριβείς αλγόριθμους* είναι πρακτικά αδύνατη. Οι ακριβείς αλγόριθμοι εξετάζουν όλο τον χώρο λύσεων του προβλήματος και επιλέγουν το παγκόσμιο βέλτιστο. Ένας ακριβής αλγόριθμος είναι βέβαιο ότι θα καταλήξει σε παγκόσμιο βέλτιστο, αλλά παρουσιάζει δύο πολύ σημαντικά μειονεκτήματα κατά την εφαρμογή του στην πράξη: Η εξέταση του συνόλου των λύσεων δημιουργεί σημαντικές απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο και σε μνήμη υπολογιστή.

Για την επίλυση αυτών των προβλημάτων χρησιμοποιούνται κυρίως *προσεγγιστικοί αλγόριθμοι*, που επιτυγχάνουν την εύρεση του παγκόσμιου βέλτιστου, ή τουλάχιστον εύρεση μιας λύσης που παρουσιάζει μικρή απόκλιση από το παγκόσμιο βέλτιστο, με ταυτόχρονη μείωση των απαιτήσεων σε υπολογιστικό χρόνο και μνήμη.

Οι σημαντικότεροι αυτοί προσεγγιστικοί αλγόριθμοι είναι οι *ευρετικοί* αλγόριθμοι. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι στρατηγικές που έχουν ως βασικό στόχο τη μείωση του πλήθους των εξεταζόμενων λύσεων για την εύρεση του παγκόσμιου βέλτιστου με προφανή εξοικονόμηση χρόνου και μνήμης υπολογιστή. Το βασικό μειονέκτημά τους είναι ότι καταλήγουν στην καλύτερη λύση από αυτές που εξετάζονται, δηλαδή σε ένα τοπικό βέλτιστο, το οποίο βεβαίως είναι πιθανό να είναι και παγκόσμιο βέλτιστο, αν και αυτό δεν είναι δυνατόν να αποδειχθεί. Το σύνολο των λύσεων που δεν εξετάζονται είναι πολύ πιθανό να περιέχει το παγκόσμιο βέλτιστο, με συνέπεια τελικά αυτό να μην επιλέγεται. Για το λόγο αυτό ο σχεδιασμός τους πρέπει να είναι τέτοιος ώστε οι λύσεις που εξετάζονται να είναι το δυνατόν καλύτερες από άποψη ποιότητας, δηλαδή να προσεγγίζουν την τιμή του παγκόσμιου βέλτιστου κατά το δυνατόν περισσότερο.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι διαμορφώνονται μέσω δυο βασικών φάσεων. Η πρώτη φάση είναι η φάση της *κατασκευής* των λύσεων και η δεύτερη είναι η φάση της *βελτίωσης* αυτών.

Κατά την διεξαγωγή της πρώτης φάσης κατασκευάζεται μια λύση S από τα στοιχεία του συνόλου E, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1. Κατόπιν γίνεται *διαχωρισμός* των στοιχείων του συνόλου *E*. Συγκεκριμένα, γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των στοιχείων που ανήκουν στη λύση και αυτών που δεν ανήκουν σε αυτή, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Επομένως από το σύνολο *E* αφαιρείται το σύνολο *S* και δημιουργείται το *E\S*. Το *E\S* μπορεί να είναι και το κενό σύνολο $(E \setminus S = \emptyset)$ ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται. Αξίζει να σημειωθεί ότι μπορεί να γίνει και περαιτέρω διαχωρισμός στα στοιχεία της λύσης, δηλαδή μια λύση να χωριστεί σε επιμέρους υποσύνολα. Αυτός ο επιμέρους διαχωρισμός όμως αφορά συγκεκριμένα προβλήματα διακριτής βελτιστοποίησης και όχι το σύνολό τους.

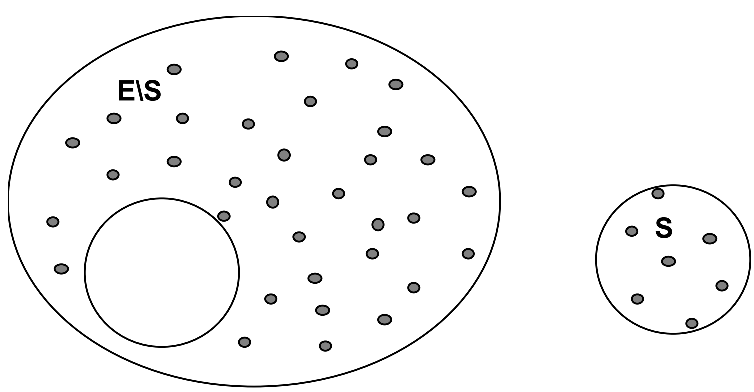


Σχήμα 1. Φάση κατασκευής της λύσης

Οι αλγόριθμοι που εμπλέκονται στη φάση κατασκευής λύσεων δημιουργούν μια λύση από τα στοιχεία του *E*, προσθέτοντας σταδιακά καινούργια στοιχεία στο σύνολο *S*, που είναι αρχικά κενό.

Κατά τη διεξαγωγή της δεύτερης φάσης επιχειρείται η βελτίωση της ποιότητας της λύσης. Αυτό επιτυγχάνεται με τις *διαδικασίες βελτίωσης* της λύσης. Οι διαδικασίες βελτίωσης σχετίζονται με τα στοιχεία του συνόλου Ε και μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες:

- Διαδικασίες που περιλαμβάνουν μόνο τα στοιχεία του Ε\S.
- Διαδικασίες που περιλαμβάνουν μόνο τα στοιχεία του S.
- Διαδικασίες που περιλαμβάνουν και στοιχεία του Ε και στοιχεία του S.



Σχήμα 2. Φάση διαχωρισμού της λύσης

Η πρώτη κατηγορία δεν παρουσιάζει κανένα ενδιαφέρον, διότι τα στοιχεία του συνόλου E\S δεν επηρεάζουν την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Η δεύτερη κατηγορία αφορά μόνο τα προβλήματα, στα οποία η διασύνδεση των στοιχείων της λύσης παίζει ρόλο στη εξαγωγή της τιμής της από την αντικειμενική συνάρτηση. Σε αυτή τη περίπτωση, με την εφαρμογή της διαδικασίας βελτίωσης γίνονται κάποιες αλλαγές στη δομή του συνόλου *S* με συνέπεια να μεταβάλλονται οι διασυνδέσεις των στοιχείων του και τελικά να μεταβάλλεται και η τιμή της αντικειμενική συνάρτησης.

Η τρίτη κατηγορία αφορά και τα προβλήματα που η διασύνδεση των στοιχείων των λύσεων τους παίζει ρόλο και προβλήματα που η διασύνδεση δεν παίζει ρόλο. Σε αυτή τη κατηγορία γίνονται στην ουσία αντικαταστάσεις των στοιχείων της *S* από άλλα που ανήκουν στο *E\S* με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ποιότητας της λύσης.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι
- Αλγόριθμοι Τοπικής έρευνας
- Μεταευρετικοί Αλγόριθμοι

Για την επίλυση των προβλημάτων διακριτής βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται συνήθως συνδυασμοί των παραπάνω αλγορίθμων.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι κατασκευαστικοί ξεκινούν από μια κενή λύση και κατασκευάζουν βήμα-βήμα μια άλλη που είναι ολοκληρωμένη, δηλαδή περιλαμβάνει όλα τα απαραίτητα στοιχεία που ανήκουν στο *E*, έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του προβλήματος. Σε κάθε βήμα προστίθεται ένα μόνο στοιχείο μέχρι το σημείο διαμόρφωσης μιας ολοκληρωμένης λύσης. Η επιλογή του κάθε στοιχείου βασίζεται σε πληροφορίες που σχετίζονται με την αξία της υπό διαμόρφωση λύσης από την αντικειμενική συνάρτηση και στους περιορισμούς του προβλήματος. Από το σύνολο των λύσεων που κατασκευάζονται, επιλέγεται η καλύτερη δυνατή. Ένας ψευδοκώδικας για τους κατασκευαστικούς αλγόριθμους παρουσιάζεται παρακάτω.

Διέταξε τα στοιχεία του E κατά σειρά βασισμένη σε κάποιο κριτήριο.
Θέσε $\bar{s} = \varnothing$.
Επανέλαβε
    Εάν $\bar{s} \cup \{e_i\}$ *είναι μια μερική λύση τότε* $\bar{s} = \bar{s} \cup \{e_i\}$
Μέχρις ότου $\bar{s} \in S$

Ένας προφανής κατασκευαστικός αλγόριθμος είναι ο *αλγόριθμος τυχαίας επιλογής*. Σύμφωνα με αυτόν, κατά την φάση της κατασκευής μιας λύσης η επιλογή του επόμενου στοιχείου που μπορεί να προστεθεί στην ήδη υπάρχουσα μερική λύση γίνεται με τυχαίο τρόπο μεταξύ των στοιχείων του *E* που δεν έχουν ακόμη επιλεγεί. Οι λύσεις που παράγονται με τον τρόπο αυτό είναι ιδιαίτερα κακές από πλευράς τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο λόγος είναι ότι η επιλογή δεν βασίζεται σε κάποιο κριτήριο που να μπορεί να εκμεταλλευτεί τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος. Η καλυτέρευση του αλγορίθμου αυτού έρχεται με την υιοθέτηση ενός τέτοιου κριτηρίου.

Ο πλέον δημοφιλής κατασκευαστικός αλγόριθμος είναι *ο πλεονεκτικός αλγόριθμος*. Σύμφωνα με αυτόν κάθε φορά επιλέγεται το στοιχείο που προκαλεί την σημαντικότερη μεταβολή σε μια κατάλληλα διαμορφωμένη συνάρτηση που καλείται *πλεονεκτική συνάρτηση*. Έτσι, κατά την φάση της κατασκευής μιας λύσης η επιλογή του επόμενου στοιχείου που μπορεί να προστεθεί στην ήδη υπάρχουσα μερική λύση γίνεται με κατάταξη των ανέντακτων στοιχείων του συνόλου *E* σύμφωνα με την τιμή της προεπιλεγήσας πλεονεκτικής συνάρτησης. Από το σύνολο αυτό επιλέγεται εκείνο το στοιχείο για το οποίο η πλεονεκτική συνάρτηση δίδει την καλύτερη της τιμή. Στην περίπτωση αυτή η πλεονεκτική συνάρτηση εκφράζει το (μυωπικό) όφελος της συγκεκριμμένης επιλογής ενός στοιχείου.

Το βασικό μειονέκτημα αυτών των αλγορίθμων είναι ότι οι αποφάσεις που λαμβάνονται στην αρχή της διαδικασίας κατασκευής της λύσης, ενώ είναι καλές, περιορίζουν πολύ τις πιθανότητες επιλογής καλών αποφάσεων στα επόμενα βήματα, με αποτέλεσμα οι λύσεις που τελικά παράγονται να μην είναι υψηλής ποιότητας. Οι κατασκευαστικοί αλγόριθμοι είναι γρήγορες μέθοδοί, δηλαδή απαιτούν λίγο χρόνο, αλλά δεν παρουσιάζουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τα αποτελέσματά τους μπορούν να βελτιωθούν με τους αλγόριθμους τοπικής έρευνας.

ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Οι τεχνικές *τοπικής έρευνας* αποτελούν μια ευρύτατη κλάση υπολογιστικών αλγορίθμων *ευρετικής φύσης* που επιλύουν προβλήματα *διακριτής αριστοποίησης*, προβλήματα δηλαδή σημαντικής υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Τα προβλήματα αυτά χαρακτηρίζονται από πεπερασμένα και αριθμήσιμα αλλά ταυτόχρονα μεγάλα σε μέγεθος σύνολα εφικτών λύσεων *S* και μια αντικειμενική συνάρτηση $c : S \to \Re$. Ο στόχος στα προβλήματα αυτά είναι η εύρεση μιας λύσης από το σύνολο των εφικτών λύσεων που να αριστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση). Έτσι, βασική επιδίωξη είναι η εύρεση μιας εφικτής λύσης $p \in S$ που να ικανοποιεί τη σχέση:

$$c(p) = \underset{s \in S}{optimize}\, c(s) \qquad (1)$$

Γενικότερα, οι τεχνικές τοπικής έρευνας είναι επαναληπτικές διαδικασίες κατά τις οποίες ερευνάται σε βάθος το σύνολο των εφικτών λύσεων *S* έτσι ώστε να αποκαλύπτονται πλήθος από *τοπικά ακρότητα* για την αντικειμενική συνάρτηση. Βασιζόμενες σε μια τρέχουσα ή και σε κάποιες περιπτώσεις προηγουμένως αποκαλυπτόμενες λύσεις, δημιουργούν μια καινούργια λύση που να ανήκει στο γενικό σύνολο λύσεων *S*. Η επιλογή της καινούργιας λύσης περιορίζεται σε λύσεις που είναι γενικά «κοντά» στις ήδη αποκαλυπτόμενες από την πορεία της έρευνας λύσεις. Οι νέες αυτές λύσεις ανήκουν στη *γειτονιά* των προηγούμενων λύσεων. Αυτή η «μυωπική» συμπεριφορά των αλγορίθμων είναι χαρακτηριστικό στοιχείο της φύσης της τοπικής έρευνας.

Ο βασικός αλγόριθμος που στηρίζεται σε στοιχεία τοπικής έρευνας μπορεί να διαμορφωθεί με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Ανάλογα με τη *μέθοδο επιλογής* των λύσεων από τη *γειτονιά* της τρέχουσας λύσης και του *τρόπου επιλογής* και διαμόρφωσης κάποιων *κριτηρίων τερματισμού έρευνας*, μπορούν να προκύψουν αλγόριθμοι διαφορετικής φύσης και αποτελεσματικότητας επίλυσης του προβλήματος αριστοποίησης.

ΓΕΙΤΟΝΙΑ ΚΑΙ ΔΟΜΕΣ ΓΕΙΤΟΝΙΑΣ

Πριν από την εφαρμογή τεχνικών τοπικής έρευνας σε προβλήματα διακριτής αριστοποίησης, είναι πολύ σημαντικό να ορίσουμε την έννοια της *γειτονιάς* στο σύνολο S των εφικτών λύσεων του προβλήματος αριστοποίησης. Στην περίπτωση αυτή πρέπει να οριστεί το σύνολο των γειτόνων $N(s) \subset S$ *για κάθε λύση* $s \in S$. Κατ' αρχήν, θα πρέπει να τονιστεί ότι τα σύνολα αυτά, $N(s)$, μπορεί να είναι κάποια αυθαίρετα υποσύνολα του S. Παρά ταύτα, ακολουθώντας τις βασικές αρχές της τοπικής έρευνας, οι λύσεις των συνόλων αυτών πρέπει να σχετίζονται ή ακόμη και να ομοιάζουν με την λύση $s \in S$. Επιπρόσθετα, χρειαζόμαστε κάποιον συστηματικό τρόπο ορισμού και επιλογής των γειτονιών, έτσι ώστε αυτές να μπορούν να αναλυθούν (στη γενική περίπτωση το σύνολο S είναι πολύ μεγάλο).

Βασισμένοι στα παραπάνω, το σύνολο $N(s)$ των γειτόνων μιας λύσης s ορίζεται σαν το σύνολο των λύσεων που ανήκουν στο S και οι οποίες διαφέρουν με μικρές αλλαγές (διαταραχές) από τη λύση s. Οι διαταραχές αυτές ονομάζονται *κινήσεις*. Πιο συγκεκριμένα, η δομή της γειτονιάς καθορίζεται από την εισαγωγή ενός συνόλου OP από *τελεστές* $op: S \to S$, οι οποίοι διαταράσουν μια λύση με ένα συγκεκριμένο τρόπο. Στην περίπτωση αυτή, το σύνολο των *γειτόνων* μιας λύσης s (η *γειτονιά* της λύσης s) ορίζεται σαν το σύνολο $N(s) = \{op(s) \mid op \in OP\}$. Υπάρχουν περιπτώσεις που κάποιος τελεστής $op \in OP$ μπορεί να οριστεί μόνον για κάποιο υποσύνολο $S^{op} \subset S$ του συνόλου S των εφικτών λύσεων ($op: S^{op} \to S$). Έτσι, στην περίπτωση αυτή, η γειτονιά μιας λύσης s μπορεί να οριστεί σαν το σύνολο $N(s) = \{op(s) \mid op \in OP, s \in S^{op}\}$.

Το επόμενο παράδειγμα είναι χαρακτηριστικό του ορισμού της γειτονιάς.

(α) *Θεωρούμε το σύνολο S_1 όλων των διατεταγμένων συνδυασμών n αντικειμένων. Ορίζουμε σαν api(i) έναν τελεστή ο οποίος ανταλλάσει μεταξύ τους τα στοιχεία της θέσης i και i+1 (i=1,…,n-1) μιας συγκεκριμένης διάταξης αυτών (που αποτελεί και στοιχείο του συνόλου S_1). Έτσι για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τον τελεστή api(i) σε μια διάταξη $\pi=\{\pi_1,\ldots,\pi_n\}$, η διάταξη που θα προκύψει από την εφαρμογή του τελεστή, π'=api(i)(π), μπορεί να οριστεί ως εξής:*

$$\pi'_k = \begin{cases} \pi_{i+1} & k = i \\ \pi_i & k = i+1 \\ \pi_k & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Έτσι η γειτονιά μιας διάταξης $\pi \in S_1$ που ορίζεται από το σύνολο των τελεστών $OP_1 = \{api(1),\ldots,api(n-1)\}$ δίδεται από το παρακάτω σύνολο:

$$N_1(\pi) = \{api(i)(\pi) \mid i = 1,\ldots,n-1\}$$

επειδή είναι δυνατόν να εφαρμοστεί ο τελεστής api(i) σε όλες τις διατάξεις του S_1.

(β) *Εάν περιορίσουμε το σύνολο των εφικτών λύσεων σε κάποιο υποσύνολο του, S_2, για το οποίο τα αντικείμενα είναι διατεταγμένα με βάση κάποιους περιορισμούς προτεραιότητας $\to$, η γειτονιά μιας διάταξης που ορίζεται* *από τον τελεστή OP_1 επίσης αλλάζει, επειδή ο τελεστής api(i) όπως ορίστηκε είναι ενδεχόμενο να εφαρμοστεί σε διατάξεις όπου οι περιορισμοί δεν ισχύουν. Κατά συνέπεια, το υποσύνολο του συνόλου των εφικτών λύσεων στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί ο τελεστής αυτός είναι:*

$$S_2^{api(i)} = \{\pi \in S_2 \mid \pi_i \to \pi_{i+1}, i = 1,...,n-1\}$$

Έτσι η γειτονιά μιας διάταξης $\pi \in S_2$ που ορίζεται από το σύνολο των τελεστών OP_1 δίδεται από το παρακάτω σύνολο:

$$N_2(\pi) = \{api(i)(\pi) \mid \pi \in S_2^{api(i)}, i = 1,...,n-1\}$$

(γ) *Θεωρούμε το σύνολο S_2 της περίπτωσης (β). Ορίζουμε σαν rshift(i,j) έναν τελεστή που μετακινεί τα αντικείμενα μιας διάταξης από τη θέση i προς τα δεξιά στη θέση j $(1 \le i < j \le n)$. Έτσι για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τον τελεστή rshift(i,j) σε μια διάταξη $\pi \in S_2$, η διάταξη που θα προκύψει από την εφαρμογή του τελεστή π'=rshift(i,j)(π) μπορεί να οριστεί ως εξής:*

$$\pi'_k = \begin{cases} \pi_k & 1 \le k < i \quad ή \quad j < k \le n \\ \pi_{k+1} & i \le k < j \\ \pi_i & k = j \end{cases}$$

Ορίζουμε σαν lshift(i,j) έναν τελεστή που μετακινεί τα αντικείμενα της διάταξης από τη θέση i προς τα αριστερά στη θέση j $(1 \le j < i \le n)$. Έτσι για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τον τελεστή lshift(i,j) σε μια διάταξη $\pi \in S_2$, η διάταξη που θα προκύψει από την εφαρμογή του τελεστή π'=lshift(i,j)(π) μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$\pi'_k = \begin{cases} \pi_k & 1 \le k < j \quad ή \quad i < k \le n \\ \pi_{k-1} & j < k \le j \\ \pi_i & k = j \end{cases}$$

Αν ορίσουμε σαν $N_1(\pi) = \{api(i)(\pi) \mid i = 1,...,n-1\}$, τότε:
Ο τελεστής rshift(i,j),i<j, αντιστοιχεί μια εφικτή λύση π σε μια άλλη εφικτή λύση τότε και μόνον τότε όταν δεν παραβιάζεται ο περιορισμός προτεραιότητας $\pi_i \to \pi_k, i+1 \le k \le j$. Έτσι ο τελεστής rshift(i,j),i<j μπορεί να εφαρμοστεί σε διατάξεις από το παρακάτω σύνολο:

$$S_2^{rshift(i,j)} = \{\pi \in S_2 \mid \pi_i \to \pi_k, k = i+1,..., j\}$$

Για λόγους συμμετρίας ο τελεστής lshift(i,j),i>j, μπορεί να εφαρμοστεί σε διατάξεις από το παρακάτω σύνολο:

$$S_2^{lshift(i,j)} = \{\pi \in S_2 \mid \pi_k \to \pi_i, k = j,..., i-1\}$$

Έτσι η γειτονιά μιας διάταξης $\pi \in S_2$ που ορίζεται από τον τελεστή OP_2 δίδεται από το παρακάτω σύνολο:

$$N_3(\pi) = \begin{matrix} \{rshift(i,j)(\pi) \mid \pi \in S_2^{rshift(i,j)}, 1 \le i < j \le n\} \\ \cup \\ \{lshift(i,j)(\pi) \mid \pi \in S_2^{lshift(i,j)}, 1 \le j < i \le n\} \end{matrix}$$

Εκτός από τον υπολογισμό της αρχικής εφικτής λύσης, η εκλογή της γειτονιάς είναι το σημαντικότερο πρόβλημα ενός ευρετικού αλγόριθμου τοπικής ανίχνευσης. Αυτό το μέρος έχει ιδιαίτερη σημασία στην αποτελεσματικότητα επίλυσης του αλγορίθμου. Καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο ο αλγόριθμος πλοηγείται στο χώρο των εφικτών λύσεων και επιδρά σημαντικά στον υπολογιστικό χρόνο κάθε επανάληψης του αλγορίθμου.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΓΕΙΤΟΝΙΑΣ

Κατά τη διαδικασία εκλογής της γειτονιάς σε κάποιο πρόβλημα αριστοποίησης υπάρχουν τέσσερεις σημαντικοί κανόνες που πρέπει με τον ένα ή με τον άλλο τρόπο να υιοθετούνται για να διευκολύνεται η σύγκλιση των αλγορίθμων τοπικής έρευνας.

Οι κανόνες αυτοί δίδονται παρακάτω:

- η γειτονιά πρέπει να είναι εσωτερικά συνδεδεμένη
- το μέγεθος της γειτονιάς μιας λύσης πρέπει να διατηρείται σχετικά μικρό
- ο μηχανισμός δημιουργίας της γειτονιάς (ο ορισμός των τελεστών που εμπλέκονται στη διαδικασία σχηματισμού της γειτονιάς) πρέπει να είναι απλός
- να είναι δυνατός ο ευχερής υπολογισμός των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των γειτονικών λύσεων.

Ο πρώτος κανόνας εμπλέκει τη βασική έννοια της *προσεγγιστικότητας* των λύσεων. Η εκλογή της γειτονιάς θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μην εξαιρούνται σημαντικά μέρη του χώρου των εφικτών λύσεων από τη διαδικασία της έρευνας ή τουλάχιστον να μην μπορεί να γίνει αδύνατη η προσέγγιση ενός ολικού βέλτιστου από διάφορα μέρη του χώρου των εφικτών λύσεων.

Μια δομή γειτονιάς *N(s)* μιας λύσης *s* ενός προβλήματος διακριτής αριστοποίησης καλείται *ισχυρά συνδεδεμένη* (ή απλά *συνδεδεμένη*) όταν για κάθε ζεύγος $s_1, s_2 \in S$ υπάρχει πάντα μια αλληλουχία λύσεων $s_1 = i_1, ..., i_k = s_2$ όπου $i_j \in N(i_{j-1}), j = 2, ..., k$. Αντίστοιχα, μια δομή γειτονιάς *N* για κάποιο πρόβλημα διακριτής αριστοποίησης καλείται *ασθενώς συνδεδεμένη* όταν για κάθε λύση $s_1 \in S$ για την οποία υπάρχει μια αλληλουχία λύσεων $s_1 = i_1, ..., i_k$ όπου $i_j \in N(i_{j-1}), j = 2, ..., k$ τότε η λύση i_k είναι το ολικό βέλτιστο.

Για δομές ισχυρά συνδεδεμένων γειτονιών, κάθε λύση είναι προσεγγίσιμη από οποιαδήποτε άλλη μέσω μιας αλληλουχίας κινήσεων. Με τον τρόπο αυτό, ανεξάρτητα από την αρχική λύση, κάθε άλλη λύση μπορεί, τουλάχιστον θεωρητικά, να προσεγγιστεί από μια διαδικασία τοπικής έρευνας. Για ασθενώς συνδεδεμένες γειτονιές είναι δυνατόν μέρη του χώρου εφικτών λύσεων να μην μπορούν να προσεγγιστούν μετά την εκλογή κάποιας αρχικής λύσης. Παρά ταύτα, τουλάχιστον θεωρητικά, είναι δυνατή η προσέγγιση στο επίπεδο αυτό του ολικού βέλτιστου.

Ο δεύτερος κανόνας εμπλέκει τη βασική έννοια του *μεγέθους* της γειτονιάς. Επειδή ο απαραίτητος υπολογιστικός χρόνος για την αποκάλυψη του καλύτερου γείτονα ή ενός καλύτερου της τρέχουσας λύσης γείτονα (στρατηγικές που εμπλέκονται στους αλγορίθμους τοπικής έρευνας) είναι ανάλογος του μεγέθους της γειτονιάς, γειτονιές μεγάλου μεγέθους αυξάνουν τον υπολογιστικό χρόνο των επαναληπτικών διαδικασιών των εμπλεκομένων αλγορίθμων. Παρά ταύτα, για καλύτερη πλοήγηση του αλγορίθμου στο χώρο των εφικτών λύσεων, γειτονιές με μεγάλο μέγεθος δίνουν τη δυνατότητα στον αλγόριθμο σημαντικών αλλαγών από πλευράς αντικειμενικής συνάρτησης και κατά συνέπεια έχουν μεγαλύτερες δυνατότητες αποκάλυψης *λύσεων υψηλής ποιότητας*. Προφανώς, δεν είναι ξεκάθαρο εκ των προτέρων αν μια γειτονιά μεγάλου μεγέθους που εμπλέκει μεγάλες πιθανότητες δραστικής αλλαγής της τρεχουσας λύσης ή μια γειτονιά μικρού μεγέθους που εμπλέκει μικρές πιθανότητες δραστικής αλλαγής της τρέχουσας λύσης οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα από πλευράς ποιότητας λύσεων και υπολογιστικού χρόνου. Πιθανά, η μέση καλυτέρευση της λύσης σε μια επανάληψη όπως επίσης και ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για την επανάληψη αυτή, είναι υψηλότερος για γειτονιές μεγάλου μεγέθους από αυτές με μικρό μέγεθος. Στην πράξη, μόνον υπολογιστικές δοκιμές μπορούν να αποδείξουν ποια στρατηγική είναι αυτή που επιτυγχάνει καλύτερα αποτελέσματα. Συμπερασματικά, το μέγεθος της γειτονιάς δεν είναι απαραίτητο να είναι μικρό, αλλά μια τέτοια απόφαση θα πρέπει να είναι ένας συγκερασμός απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου και πιθανότητας εντοπισμού λύσεων υψηλής ποιότητας για το πρόβλημα αριστοποίησης.

Ο τρίτος παράγοντας εμπλέκει τη βασική έννοια της δομής και του *μηχανισμού δημιουργίας* της γειτονιάς μέσω των αντίστοιχων τελεστών. Ο μηχανισμός αυτός ασκεί σημαντική επιρροή στη διαδικασία πλοήγησης του αλγορίθμου μέσα από το σύνολο των εφικτών λύσεων και στο συνολικό υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται. Από τη μια μερία, χρησιμοποιώντας σύνολα τελεστών ίδιου μεγέθους, μπορούν να δημιουργηθούν τελείως διαφορετικές δομές γειτονιών και κατά συνέπεια να ακολουθηθούν τελείως διαφορετικές στρατηγικές πλοήγησης του αλγορίθμου στο σύνολο των εφικτών λύσεων. Από την άλλη, η υπολογιστική πολυπλοκότητα του μηχανισμού γέννησης των γειτονικών λύσεων μπορεί να διαφέρει σημαντικά. Έτσι, για διαφορετικές δομές γειτονιών, ο υπολογιστικός φόρτος εύρεσης της επόμενης λύσης με τη βοήθεια μιας τεχνικής τοπικής έρευνας μπορεί να διαφέρει σημαντικά, έστω και αν το σύνολο των τελεστών που δημιουργούν τις δομές γειτονιών έχουν το ίδιο μέγεθος.

Επιπρόσθετα, η υπολογιστική πολυπλοκότητα που εμπλέκεται στον υπολογισμό του συνόλου των τελεστών σε συνδυασμό με τον τρόπο που οι τελεστές αλλάζουν τη μορφή μιας λύσης, εμπλέκεται καθοριστικά στον τρόπο οδήγησης της έρευνας για μια κατάλληλη δομή γειτονιάς. Αν, διαισθητικά ή οδηγούμενοι από κάποια αναλυτική παρατήρηση πιστεύουμε ότι οι χρησιμοποιούμενοι τελεστές έχουν σημαντικές πιθανότητες για να οδηγήσουν σε λύσεις που υπόσχονται σημαντικά αποτελέσματα, μπορεί να αξίζει τον κόπο να αποδεκτούμε τον υπερβολικό υπολογιστικό χρόνο που τους συνοδεύει. Από την άλλη, αν κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατόν να διατυπωθεί, τουλάχιστον από την εμπειρία και την αντίληψη του προβλήματος, η χρήση ενός συνόλου τελεστών που αντιστοιχούν στο μικρότερο δυνατό υπολογιστικό χρόνο είναι η καλύτερη εκλογή για τη λύση του προβλήματος.

Σε όλες τις περιπτώσεις, μόνον υπολογιστικές δοκιμασίες των ίδιων των αλγορίθμων θα προτείνουν το καλύτερο ενδεχόμενο για κάποιο πρόβλημα.

Ο τέταρτος κανόνας εμπλέκει τη βασική έννοια του *ευχερούς* υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης των γειτονικών λύσεων. Ο παράγοντας αυτός έχει επίσης πολύ σημαντική επίδραση στον υπολογιστικό χρόνο που είναι απαραίτητος για τον υπολογισμό της επόμενης λύσης. Τελεστές για τους οποίους οι αντικειμενικές συναρτήσεις των γειτονικών λύσεων μπορούν να υπολογιστούν με μεγαλύτερη ευχέρεια με βάση την υπολογισμένη αντικειμενική συνάρτηση της τρέχουσας λύσης απαιτούν χαμηλότερο υπολογιστικό χρόνο από τελεστές για τους οποίους η αντικειμενική συνάρτηση των γειτονικών λύσεων (ή τουλάχιστον μεγάλο μέρος αυτής) θα πρέπει να υπολογιστεί από την αρχή συνολικά. Τελεστές αυτού του είδους είναι πολύ πιο σημαντικοί για την δημιουργία μιας γειτονιάς από τους άλλους. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η ιδιότητα των ευχερώς υπολογιζομένων αντικειμενικών συναρτήσεων για τους γείτονες μιας τρέχουσας λύσης δεν είναι ιδιότητα των τελεστών, αλλά ιδιότητα των τελεστών σε συνδυασμό με την αντικειμενική συνάρτηση. Επιπρόσθετα, είναι διαισθητικά φανερό ότι αν οι αντικειμενικές συναρτήσεις των γειτονικών λύσεων είναι ευχερώς υπολογίσιμες, στην πραγματικότητα οι υπολογισμοί βασίζονται στις ήδη υπολογιζόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις που αλλάζουν λίγο.

Έτσι, η έννοια των υπολογιζόμενων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των γειτονικών λύσεων πρέπει να αναλύεται σε συνδυασμό με το το μέγεθος της γειτονιάς, την υπολογιστική πολυπλοκότητα του μηχανισμού γένεσης των γειτονικών λύσεων μέσω των τελεστών και την δυνατότητα μέσω του μηχανισμού αυτού για προσέγγιση καλών λύσεων.

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Η επαναληπτική καλυτέρευση μιας αρχικής λύσης ενός προβλήματος αριστοποίησης που συνδέεται με τους αλγόριθμους τοπικής ανίχνευσης απαιτεί αρκετές φορές (ανάλογα με τον αλγόριθμο) την εύρεση του καλύτερου γείτονα από τα στοιχεία της γειτονιάς. Γενικά, οι υπολογιστικοί χρόνοι που εμπλέκονται στην αποκάλυψη ενός γείτονα και του καλύτερου γείτονα συνδέονται στενά, αφού ο καλύτερος γείτονας προκύπτει από την αποκάλυψη όλων των στοιχείων της γειτονιάς. Παρά ταύτα, η μεθοδολογία αυτή δεν είναι η υποχρεωτικά τηρούμενη σε όλες τις περιπτώσεις. Μπορεί κάποιος να αναλογιστεί την περίπτωση της εύρεσης μόνον του καλύτερου γείτονα σε κάποιο πρόβλημα αριστοποίησης χωρίς να εισέλθει σε διαδικασίες πλήρους απαρίθμησης των γειτόνων μιας λύσης. Τέτοιες τεχνικές είναι σημαντικές όταν ο υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης από μια τρέχουσα λύση δεν είναι ευχερής ή αντιστοιχεί σε αλγόριθμο υψηλής υπολογιστικής πολυπλοκότητας.

Μια σημαντική προσέγγιση για την ελάττωση του υπολογιστικού χρόνου στη διαδικασία προσδιορισμού του βέλτιστου γείτονα είναι η εύρεση σε κάθε επανάληψη όχι του καλύτερου δυνατού γείτονα, αλλά του πρώτου που θα βρεθεί με μια διαδικασία απαρίθμησης των γειτόνων του οποίου η αντικειμενική συνάρτηση είναι καλύτερη από κάποιο φράγμα. Στην περίπτωση αυτή, δεν θα βρεθεί η καλύτερη αντικειμενική συνάρτηση αλλά κάποια (αν αυτό είναι δυνατόν) που είναι καλύτερη από το φράγμα αυτό (που μπορεί να είναι και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της τρέχουσας λύσης). Σε μια άλλη περίπτωση, επιλέγεται για σύγκριση ένα μέρος της γειτονιάς με κάποια κριτήρια και από το σύνολο αυτό βρίσκεται ο καλύτερος γείτονας. Στην περίπτωση αυτή, υπολογίζεται η καλύτερη δυνατή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το μέρος αυτό της γειτονιάς και όχι για το σύνολο της γειτονιάς. Έτσι, και στις δύο περιπτώσεις δίδεται μια ευρετική λύση για το πρόβλημα του εντοπισμού του καλύτερου γείτονα που εμπλέκει χαμηλότερη υπολογιστική προσπάθεια, αλλά αυτό έχει σαν συνέπεια τη διαφοροποίηση της ποιότητας της λύσης που επιζητείται. Επιπρόσθετα, μπορεί να υπάρχουν τεχνικές υπολογισμού του καλύτερου γείτονα μιας τρέχουσας λύσης βασισμένες στην ομοιότητα των λύσεων διαφορετικών γειτονιών. Χρησιμοποιώντας συγκεκριμένες ιδιότητες του προβλήματος, είναι δυνατόν να γίνει υπολογισμός της καλύτερης αντικειμενικής συνάρτησης μέρους ή του συνόλου της γειτονιάς λαμβάνοντας υπόψη όλους τους γείτονες μαζί.

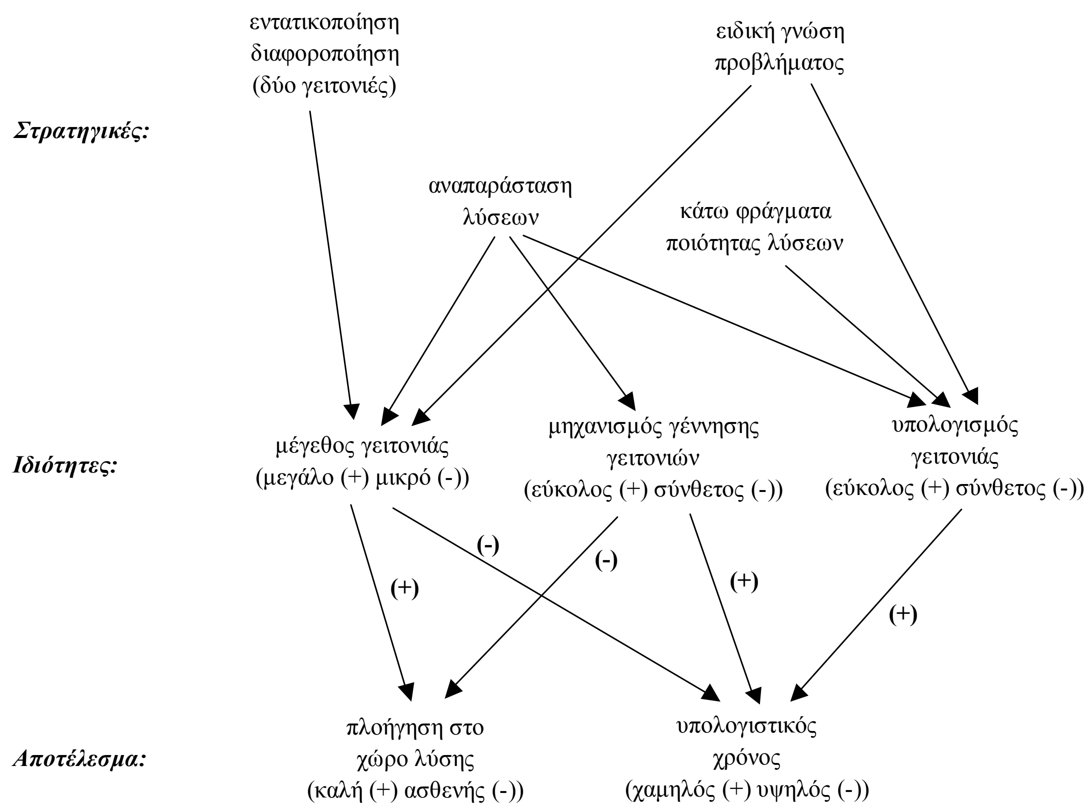
Τέτοιες τεχνικές μπορεί να μειώσουν σημαντικά τον υπολογιστικό χρόνο που είναι απαραίτητος για την εύρεση του καλύτερου γείτονα. Οι μέθοδοι αυτές λαμβάνουν υπόψην κυρίως τις γειτονιές, ή καλύτερα τους χρησιμοποιούμενους τελεστές για τη δημιουργία των αντίστοιχων γειτονιών. Σε όλες τις περιπτώσεις πάντως, οι τελεστές θα πρέπει να αναλύονται σε συνδυασμό με την *υπολογιστική αναπαράσταση* των γειτονιών. Συγκεκριμένα, οι τελεστές (όπως και οι λύσεις του προβλήματος) βασίζονται πάντα σε κάποιες συγκεκριμένες αναπαραστάσεις των δομών και των δεδομένων του προβλήματος και η επίδραση τους στην τελική λύση και την αντιστοιχούσα υπολογιστική πολυπλοκότητα εξαρτάται ακριβώς από αυτές τις αναπαραστάσεις. Έτσι, πριν ή κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης των τελεστών αυτών για τη δημιουργία της γειτονιάς, πρέπει να επιλεχθεί μια κατάλληλη αναπαράσταση των λύσεων. Λαμβάνοντας υπόψην τις παρατηρήσεις αυτές, οι αναπαραστάσεις των λύσεων πρέπει να οδηγούν σε δομές μικρού μεγέθους και να περιλαμβάνουν (αν αυτό είναι δυνατό) ειδική γνώση του προβλήματος αριστοποίησης. Η προσπάθεια αυτή πρέπει να είναι μια σημαντική επιδίωξη της προσπάθειας των τεχνικών τοπικής έρευνας. Σε όλες όμως τις περιπτώσεις, η δημιουργία μιας αναπαράστασης θα πρέπει να αφήνει και κατάλληλο χώρο για τον ορισμό περισσότερο κατάλληλων γειτονιών. Έτσι, ίσως είναι μια σημαντική επιλογή να δημιουργηθούν αναπαραστάσεις που δεν οδηγούν σε μικρό υπολογιστικό χώρο, αν οι αναπαραστάσεις αυτές επιτρέπουν καλύτερο ορισμό των γειτονιών του προβλήματος. Υπάρχουν περιπτώσεις που στη δημιουργία μιας γειτονιάς (ανάλογα με τη φύση του προβλήματος) συμμετέχουν και λύσεις που δεν είναι εφικτές. Στην περίπτωση αυτή, η αντικειμενική συνάρτηση επιβαρύνεται με κάποιους πρόσθετους όρους που εκφράζουν αυτές τις ανεφικτότητες των λύσεων που ακολουθούνται. Ο λόγος που τέτοιες ανέφικτες λύσεις λαμβάνονται υπόψην, είναι για να χρησιμοποιηθούν κατάλληλοι τελεστές γειτονιών που υπολογίζονται περισσότερο εύκολα.

Μια άλλη σημαντική πλευρά είναι η χρήση της ειδικής γνώσης από την εμπειρία και την ανάλυση του προβλήματος για την ελάττωση του μεγέθους μιας γειτονιάς. Ειδικά στην περίπτωση προβλημάτων που το σύνολο των εφικτών λύσεων είναι υπερβολικά μεγάλο, η διαφορά μεταξύ υπολογιστικού χρόνου και δυνατοτήτων πλοήγησης μέσα στο χώρο των λύσεων αυξάνει. Αν ακολουθηθεί μια στρατηγική κατά την οποία επιτρέπονται μόνον μικρές αλλαγές μεταξύ των λύσεων, η πιθανότητα *διαφοροποίησης* των λύσεων μικραίνει και ταυτόχρονα είναι δυνατόν να μην καλυφθεί πολύ μεγάλο μέρος του χώρου λύσεων που θα μπορούσε να περιλαμβάνει λύσεις που να είναι αρκετά σημαντικές. Από την άλλη, αν ακολουθηθεί μια στρατηγική κατά την οποία επιτρέπονται μόνον σημαντικές αλλαγές μεταξύ των λύσεων, η πιθανότητα *εντατικοποίησης* των λύσεων μικραίνει και ταυτόχρονα είναι δυνατόν να μην επεξεργαστούν κατάλληλα σημαντικές περιοχές του χώρου λύσεων που δείχνουν ελπιδοφόρες για την αποκάλυψη του ολικού ακρότατου. Τέλος, πιθανός συνδυασμός των τελεστών και των αντίστοιχων γειτονιών και των δύο τύπων θα είχε σαν αποτέλεσμα το μέγεθος της γειτονιάς να γίνεται αρκετά μεγάλο και κατά συνέπεια ο αντίστοιχος υπολογιστικός χρόνος να αυξάνεται σημαντικά.

Με βάση τα παραπάνω, η χρήση και των δύο στρατηγικών μαζί (διαφοροποίηση και εντατικοποίηση) σε προβλήματα με σημαντικό χώρο εφικτών λύσεων είναι δυνατή μόνον στις περιπτώσεις όπου η ειδική γνώση του προβλήματος (αν υπάρχει) θα ελαττώσει δραστικά το χώρο έρευνας ή όταν χρησιμοποιηθούν διαφορετικές γειτονιές για τις δύο στρατηγικές. Στην περίπτωση αυτή, ο πρώτος τελεστής θα είναι υπεύθυνος για την εντατικοποίηση της έρευνας και θα επιτρέπει μόνον μικρές αλλαγές στις τρέχουσες λύσεις οι οποίες θα πρέπει να είναι εύκολα υπολογίσιμες. Επιπρόσθετα, το μέγεθος της γειτονιάς μιας λύσης πρέπει να είναι μικρό. Έτσι, με ένα σχετικά μικρό υπολογιστικό χρόνο μπορούν να εκτελεσθούν αρκετές επαναλήψεις ενός αλγορίθμου τοπικής έρευνας και να εξεταστεί σε βάθος ένας σχετικά μικρός χώρος λύσεων γύρω από κάποιες που εμφανίζουν σχετικό ενδιαφέρον. Ο δεύτερος τελεστής θα είναι υπεύθυνος για την διαφοροποίηση της έρευνας και θα επιτρέπει σημαντικές αλλαγές στις τρέχουσες λύσεις. Μετά από μια φάση εντατικοποίησης, μερικές αλλαγές ως προς την κατεύθυνση της διαφοροποίησης θεωρούνται πάντα μια σωστή στρατηγική. Στην περίπτωση αυτή, αφού η διαφοροποίηση θα πραγματοποιείται για μερικές μόνον επαναλήψεις, η γειτονιά που εμπλέκεται στη στρατηγική αυτή μπορεί να είναι μεγάλη και ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται μπορεί να είναι επίσης μεγάλος. Μετά από τη διαφοροποίηση της έρευνας, μπορεί να ακολουθηθεί μια στρατηγική εντατικοποίησης για την έρευνα σε βάθος των λύσεων που έχουν προκύψει.

Με βάση τα παραπάνω, η φάση εντατικοποίησης της τοπικής έρευνας περιλαμβάνει ντετερμινιστικούς τελεστές που καλυτερεύουν μια αρχική λύση σε μικρούς υπολογιστικούς χρόνους και για σχετικά μεγάλο αριθμό επαναλήψεων. Στη συνέχεια, ακολουθεί μια φάση διαφοροποίησης έτσι ώστε η τοπική έρευνα να απομακρυνθεί αρκετά από την προηγούμενη περιοχή με λίγες επαναλήψεις και σημαντικότερο υπολογιστικό χρόνο και στη συνέχεια μια καινούργια φάση εντατικοποίησης θα βοηθήσει στην καλυτέρευση της λύσης που βρέθηκε. Έτσι, ο συνδυασμός των δύο τελεστών μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ένας καινούργιος σύνθετος τελεστής που ορίζει μια καινούργια γειτονιά πάνω σε ένα σύνολο τοπικών ακροτάτων. Το πώς υλοποιούνται οι τεχνικές αυτές σε κάθε περίπτωση, εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα και μόνον από αυτό. Για κάποια, δε, προβλήματα αριστοποίησης ίσως είναι αδύνατη η υλοποίηση τέτοιων τεχνικών.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι ο ορισμός «καλών» γειτονιών εξαρτάται από αρκετούς παράγοντες και τη σχέση μεταξύ τους. Μπορούμε να πούμε ότι δεν υπάρχουν «γενικοί» *κανόνες* για τον ορισμό γειτονιών που εκφράζουν όλες τις περιπτώσεις αλλά απλά κάποιες σημαντικές *υποδείξεις*. Το ποια στρατηγική θα πρέπει κάθε φορά να ακολουθηθεί εξαρτάται από το πρόβλημα και έτσι κάθε περίπτωση θα πρέπει να εξετάζεται χωριστά. Όσα αναφέρθηκαν, είναι ένας σημαντικός οδηγός για την εξέταση αυτής της διαδικασίας με τον σωστό τρόπο. Οι διαστάσεις του προβλήματος διαμόρφωσης γειτονιών παρουσιάζεται στο Σχήμα 3. Οι προσανατολισμένοι σύνδεσμοι του Σχήματος που εμπλέκονται διαμορφώνουν τις σχέσεις μεταξύ αυτών των διαστάσεων και εκφράζουν τις θετικές (με το σύμβολο +) ή τις αρνητικές (με το σύμβολο -) συνέπειες στην ποιότητα της λύσης και στον εμπλεκόμενο υπολογιστικό χρόνο. Συγκεκριμένα, αν κάποιος προσανατολισμένος σύνδεσμος χαρακτηρίζεται με το θετικό σύμβολο, ένας θετικός χαρακτηρισμός της διάστασης από την οποία ξεκινάει συνδέεται με ένα θετικό χαρακτηρισμό της διάστασης στην οποία καταλήγει. Αντίθετα, αν κάποιος προσανατολισμένος σύνδεσμος χαρακτηρίζεται με το αρνητικό σύμβολο, ένας θετικός χαρακτηρισμός της διάστασης από την οποία ξεκινάει συνδέεται με έναν αρνητικό χαρακτηρισμό της διάστασης στην οποία καταλήγει. Τα παραπάνω ισχύουν και με την αντίθετη ακριβώς έννοια.



Σχήμα 3. Διαστάσεις του προβλήματος διαμόρφωσης γειτονιών

Οι γειτονιές λύσεων παίζουν επίσης σημαντικό ρόλο στη σύνδεση και την επίδραση των αλγορίθμων τοπικής έρευνας. Για την εφαρμογή ενός τέτοιου αλγορίθμου σε ένα πρόβλημα διακριτής αριστοποίησης, ο ορισμός της γειτονιάς και η αναπαράσταση των λύσεων που εμπλέκονται, είναι πρωταρχικής σημασίας για την επίλυση του.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΤΟΠΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Ένας αλγόριθμος τοπικής έρευνας ξεκινά από μια τυχαία ολοκληρωμένη λύση *s* και εξετάζει τη *γειτονιά* της, *N(s)*, με στόχο να βρει μια καλύτερη λύση *s'*, λειτουργώντας βάσει μιας επαναληπτικής διαδικασίας. Η γειτονιά *N(s)* μιας λύσης *s* είναι το σύνολο λύσεων που προκύπτουν από την *s* με μια επέμβαση στη δομή ή τη σύσταση του συνόλου της λύσης. Η επέμβαση αυτή καλείται κίνηση. Η γειτονιά κάθε λύσης εξαρτάται από την κίνηση από την οποία προκύπτει. Κάθε λύση δεν έχει μια γειτονιά, αλλά έχει μια συγκεκριμένη γειτονιά για κάθε πιθανή κίνηση. Η επιλογή της κίνησης διαφέρει από αλγόριθμο σε αλγόριθμο.

Οι πιο χαρακτηριστικοί ευρετικοί αλγόριθμοι τοπικής έρευνας είναι ο αλγόριθμος *κατάβασης* και ο αλγόριθμος *μέγιστης κατάβασης* και παρουσιάζονται παρακάτω για την περίπτωση ελαχιστοποίησης.

Ο πρώτος λειτουργεί ως εξής: επιλέγει τυχαία μια αρχική λύση $s \in S$. Κατόπιν εκτελεί μια κίνηση που δημιουργεί την γειτονιά *N(s)*. Ο αλγόριθμος αναζητά μια λύση *s'* που ανήκει στην *N(s)*, η οποία να βελτιώνει την *s*, δηλαδή *s'*< *s*. Η *s'* αποτελεί την καινούργια λύση και επαναλαμβάνεται η διαδικασία. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν βρει μια λύση s_o που η γειτονιά της $N(s_o)$ δεν περιέχει καλύτερες λύσεις από την s_o, δηλαδή $s_o < s_i$ για κάθε $s_i \in N(s_o)$. Η λύση αυτή αποτελεί τοπικό ελάχιστο. Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου κατάβασης δίδεται παρακάτω.

Δημιούργησε μια αρχική λύση s.
Βρες μια λύση s', έτσι ώστε $s' \in N(s)$ *και ταυτόχρονα f(s')<f(s).*
Αν βρέθηκε μια τέτοια λύση, θέσε s = s', πήγαινε στο Βήμα 2.
Επέστρεψε την καλύτερη λύση που βρέθηκε

Ο δεύτερος λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο με τον πρώτο με τη διαφορά ότι η ζητούμενη κάθε φορά λύση *s'* είναι η καλύτερη της γειτονιάς *N(s)* και όχι μια που ανήκει στην *N(s)* και είναι απλώς πιο καλή από την *s*. Άρα θα πρέπει *s'*< *s* και $s' < s_i$ για κάθε $s_i \in N(s)$. Ομοίως και αυτός ο αλγόριθμος καταλήγει σε μια λύση s_o που αποτελεί τοπικό ελάχιστο. Ο ψευδοκώδικας του αλγορίθμου μέγιστης κατάβασης δίδεται παρακάτω.

Δημιούργησε μια αρχική λύση s.
Βρες μια λύση $s' \in N(s)$ *και ταυτόχρονα f(s') =* $min\{f(s_i), s_i \in N(s)\}$.
Εάν f(s')<f(s) τότε θέσε s = s', πήγαινε στο Βήμα 2.
Επέστρεψε την καλύτερη λύση που βρέθηκε

Το βασικό μειονέκτημα των αλγορίθμων τοπικής έρευνας είναι ότι εγκλωβίζονται εύκολα σε τοπικά ελάχιστα και ότι το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται από την επιλογή της αρχικής λύσης. Επομένως η επιλογή μιας καλής αρχικής λύσης, για παράδειγμα μιας που έχει προκύψει από ένα πλεονεκτικό αλγόριθμο, μπορεί να οδηγήσει σε καλά τελικά αποτελέσματα.

ΜΕΤΑΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι παρά το γεγονός ότι κατάφεραν να μειώσουν σημαντικά τον υπολογιστικό χρόνο επίλυσης των προβλημάτων διακριτής βελτιστοποίησης, παρουσιάζουν δύο βασικά μειονεκτήματα. Το πρώτο και βασικότερο είναι ότι δεν καταφέρνουν να εξάγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Συνήθως εγκλωβίζονται σε τοπικά ελάχιστα και τερματίζονται. Επομένως, οι λύσεις που παράγουν σπανίως είναι υψηλής ποιότητας. Το δεύτερο μειονέκτημα είναι ότι δεν έχουν γενική εφαρμογή στα προβλήματα διακριτής βελτιστοποίησης, διότι κατασκευάζονται βάσει των ειδικών περιορισμών του κάθε προβλήματος. Οι ευρετικοί δεν έχουν γενικές αρχές οι οποίες να εφαρμόζονται σε όλα τα προβλήματα του χώρου της διακριτής βελτιστοποίησης. Κατασκευάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιλύουν ένα συγκεκριμένο πρόβλημα ή μια ομάδα προβλημάτων.

Τα τελευταία χρόνια ένας νέος τύπος αλγορίθμων έχει γεννηθεί, ο οποίος επιχειρεί να συνδυάσει τις βασικές ευρετικές μεθόδους, εντός ενός υψηλού επιπέδου πλαισίου λειτουργίας, με σκοπό την εξερεύνηση του χώρου των λύσεων. Το συγκεκριμένο πλαίσιο λειτουργίας περιλαμβάνει στρατηγικές οι οποίες επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνεται μια δυναμική ισορροπία ανάμεσα στην εκμετάλλευση της συσσωρευμένης εμπειρίας της έρευνας και της εξερεύνησης του χώρου λύσεων. Αυτή η ισορροπία είναι απαραίτητη από τη μία μεριά για τον άμεσο προσδιορισμό των περιοχών του χώρου λύσεων με τις υψηλής ποιότητας λύσεις και από την άλλη για την αποφυγή της κατανάλωσης υπολογιστικού χρόνου σε περιοχές του χώρου λύσεων, οι οποίες είτε έχουν ήδη εξερευνηθεί ή δεν παρέχουν υψηλής ποιότητας λύσεις. Οι αλγόριθμοι αυτοί ονομάστηκαν μεταευρετικοί αλγόριθμοι ή μοντέρνοι ευρετικοί ή απλά μεταευρετικοί.

Ο όρος μεταευρετικός επινοήθηκε για να περιγράψει «μία ανώτερη στρατηγική η οποία καθοδηγεί και τροποποιεί άλλους ευρετικούς στο να παράγουν λύσεις πέρα από αυτές που παράγονται κατά την έρευνα της ευνοϊκότερης τοπικής συνθήκης». Ωστόσο, μέχρι σήμερα, δεν υπάρχει ένας κοινά αποδεκτός ορισμός για τον όρο μεταευρετικός. Ένας μεταευρετικός αλγόριθμος αποτελεί μία ευφυή διαδικασία επαναληπτικής βελτίωσης η οποία χρησιμοποιεί μη-εξαρτημένους από το εξεταζόμενο πρόβλημα μηχανισμούς καθοδήγησης υποδεέστερων ευρετικών, με σκοπό την επίτευξη ευρωστίας, της ισορροπίας δηλαδή ανάμεσα στην ικανότητα παραγωγής υψηλής ποιότητας λύσεων σε συγκεκριμένα προβλήματα από την μια μεριά και στην ευελιξία που απαιτείται για την επιβίωση σε πολλά διαφορετικά περιβάλλοντα από την άλλη. Οι υποδεέστεροι ευρετικοί μπορεί να είναι υψηλού επιπέδου διαδικασίες (ευφυείς κανόνες και στρατηγικές έρευνας της γειτονίας, δομές μνήμης, συνδυασμός λύσεων), ή μια απλή τοπική έρευνα ή απλά μια μέθοδος κατασκευής.

Γενικά, κάθε μεταευρετικός σχεδιάζεται με σκοπό την αποδοτική και αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου των λύσεων. Η έρευνα που διεξάγεται από ένα μεταευρετικό πρέπει να είναι αρκετά ευφυής ώστε να εντατικοποιείται αφενός στις περιοχές με υψηλής ποιότητας λύσεις, μηχανισμός που καλείται *εντατικοποίηση* και αφετέρου να μετακινείται σε ανεξερεύνητες περιοχές του χώρου των λύσεων όταν κρίνεται απαραίτητο, μηχανισμός που καλείται *διαφοροποίηση*. Οι μηχανισμοί της εντατικοποίησης και διαφοροποίησης των μεταευρετικών είναι δυνατόν να διαχωριστούν στους *εγγενείς* και στους *στρατηγικούς* μηχανισμούς. Οι εγγενείς μηχανισμοί εντατικοποίησης (διαφοροποίησης) προκύπτουν από την φυσική συμπεριφορά του κάθε αλγορίθμου. Αντιθέτως, οι στρατηγικοί μηχανισμοί εντατικοποίησης (διαφοροποίησης) είναι αποτέλεσμα τεχνικών και στρατηγικών που ο σχεδιαστής του αλγορίθμου προσθέτει στη βασική διαδικασία με σκοπό τη βελτίωση της συνολικής επίδοσης. Αυτές οι στρατηγικές μπορούν να εφαρμοσθούν σε όλους σχεδόν τους μεταευρετικούς και πολλές από αυτές, αν και αρχικά σχεδιάστηκαν για κάποιο συγκεκριμένο αλγόριθμο, μπορεί να είναι το ίδιο χρήσιμες και σε άλλους μεταευρετικούς. Μία βασική παρατήρηση είναι ότι οι μηχανισμοί της εγγενούς εντατικοποίησης και διαφοροποίησης δρουν ταυτοχρόνως, ενώ οι αντίστοιχοι στρατηγικοί μηχανισμοί εναλλάσσονται (διαδέχεται ο ένας τον άλλον).

Οι μεταευρετικοί κατηγοριοποιούνται κυρίως βάσει του τρόπου που διεξάγουν την έρευνα εντός του χώρου των λύσεων. Υπάρχουν οι μεταευρετικοί που χειρίζονται ένα πληθυσμό λύσεων κάθε στιγμή και ονομάζονται μέθοδοι βασιζόμενοι σε πληθυσμό, καθώς και αυτοί που χειρίζονται μία και μοναδική λύση κάθε στιγμή και ονομάζονται μέθοδοι τροχιάς.

Οι μέθοδοι τροχιάς περιλαμβάνουν τους μεταευρετικούς που βασίζονται στην τοπική έρευνα και είναι δυνατό να χαρακτηριστούν ως «ευφυείς» προεκτάσεις των κλασικών αλγορίθμων τοπικής έρευνας. Ο στόχος τους είναι να ξεφεύγουν από χαμηλής ποιότητας τοπικά ελάχιστα ώστε να συνεχίζουν την εξερεύνηση του χώρου λύσεων, ελπίζοντας στην εύρεση υψηλότερης ποιότητας τοπικών ελαχίστων. Η ονομασία των συγκεκριμένων μεταευρετικών προέρχεται από το γεγονός ότι η διαδικασία της έρευνας που διεξάγουν απεικονίζεται από μία τροχιά εντός του χώρου των λύσεων. Συγκεκριμένα, η διαδικασία της έρευνας των μεθόδων αυτής της κατηγορίας μπορεί να θεωρηθεί ως η εξέλιξη σε διακριτό χρόνο ενός διακριτού δυναμικού συστήματος. Ο αλγόριθμος ξεκινά από μία αρχική κατάσταση (αρχική λύση) και διαγράφει μία τροχιά εντός του χώρου των καταστάσεων. Η δυναμική του συστήματος εξαρτάται από την στρατηγική που χρησιμοποιείται: οι απλοί αλγόριθμοι παράγουν μία τροχιά η οποία αποτελείται από δύο φάσεις: τη φάση της μεταβατικής κατάστασης και τη φάση της έλξης, η οποία έπεται της μεταβατικής κατάστασης. Η φάσης της έλξης ενδέχεται να εκφράζεται από ένα σταθερό σημείο, ένα κύκλο ή ένα σύνθετο ελκυστή. Οι αλγόριθμοι με ιδιαίτερα πολύπλοκες στρατηγικές παράγουν περισσότερο περίπλοκες τροχιές που δεν είναι δυνατό να υποδιαιρεθούν στις προαναφερθέντες φάσεις. Τα χαρακτηριστικά της τροχιάς σκιαγραφούν την συμπεριφορά του αλγορίθμου και την αποδοτικότητα του σε σχέση βέβαια με το υπόδειγμα που εξετάζεται. Υπογραμμίζεται ότι η δυναμική είναι το αποτέλεσμα του συνδυασμού του αλγορίθμου, της αναπαράστασης του προβλήματος και του υποδείγματος.

Όσον αφορά τις μεθόδους που βασίζονται σε πληθυσμό, αυτές διαχειρίζονται επιδέξια σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου ένα σύνολο λύσεων, ή ένα πληθυσμό λύσεων όπως χαρακτηριστικά καλείται, παρά μία και μοναδική λύση όπως στην περίπτωση των μεθόδων τροχιάς. Στη περίπτωση των μεθόδων που βασίζονται σε πληθυσμό, η διαδικασία της έρευνας περιγράφει την εξέλιξη ενός συνόλου σημείων εντός του χώρου λύσεων και η τελική επίδοση τους εξαρτάται ιδιαίτερα από τον τρόπο που χρησιμοποιείται ο πληθυσμός από την κάθε μέθοδο.

Ένας μεταευρετικός διαφοροποιείται από ένα κλασικό ευρετικό εξαιτίας του τρόπου που διεξάγει την έρευνα εντός του χώρου των λύσεων: εφαρμόζει μηχανισμούς εντατικοποίησης και διαφοροποίησης, κατευθύνοντας την έρευνα με τρόπο ιδιαιτέρως ευφυή ώστε να αποφεύγει την πρόωρη παγίδευση της σε χαμηλής ποιότητας τοπικά ελάχιστα. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά της λειτουργίας των μεταευρετικών είναι τα ακόλουθα:

- Αποδοχή ακόμα και λύσεων που οδηγούν στην υποβάθμιση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης με σκοπό την αποφυγή χαμηλής ποιότητας τοπικών ελαχίστων.
- Αξιοποίηση του ιστορικού της πορείας της έρευνας για την παραγωγή νέων λύσεων. Η συγκεκριμένη στρατηγική προσδίδει στους μεταευρετικούς κάποια μορφή τεχνητής νοημοσύνης καθώς μαθαίνουν να λειτουργούν υιοθετώντας χαρακτηριστικά που προκαλούν την ανθρώπινη ευφυΐα. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι η γνώση και η μνήμη. Η μνήμη ορίζεται ως το αλγοριθμικό συστατικό μέσα στο οποίο αποθηκεύονται δεδομένα τα οποία χρησιμοποιούνται από τον αλγόριθμο για την απόκτηση γνώσης. Τα αποθηκευμένα δεδομένα μπορεί να είναι ολόκληρες λύσεις ή χαρακτηριστικά λύσεων. Η γνώση που αποκτάται λόγω της πληροφορίας που παρέχεται από τα δεδομένα αξιοποιείται από το μεταευρετικό για να ερευνήσει ποιοτικότερα τον χώρο λύσεων. Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι, όπως ακριβώς και ο άνθρωπος, χρησιμοποιούν είτε την *έκδηλη μνήμη* είτε την *υπόδηλη μνήμη*. Στην περίπτωση του ανθρώπου, η έκδηλη μνήμη είναι η μνήμη που χρειάζεται για να ανακτήσει συνειδητά μία προηγούμενη εμπειρία. Ομοίως, η έκδηλη μνήμη χρησιμοποιείται από τους μεταευρετικούς για να παρέχει πληροφορίες σχετικά με το ιστορικό της έρευνας που έχει διεξαχθεί και τις οποίες θα αξιοποιήσουν συνειδητά για να κατευθύνουν καταλλήλως την τρέχουσα τροχιά της έρευνας εντός του χώρου λύσεων. Σε αντίθεση με την έκδηλη μνήμη, ο ρόλος της υπόδηλης μνήμης τόσο στην περίπτωση του ανθρώπου όσο και στην

περίπτωση των μεταευρετικών αλγορίθμων είναι να παρέχει πληροφορίες χωρίς αυτές να έχουν ζητηθεί από αυτούς με συνειδητό τρόπο. Αυτό ενδέχεται να προκαλεί στον άνθρωπο ταχύτερη διεκπεραίωση μίας αποστολής λόγω προηγούμενης εμπειρίας, ενώ στους μεταευρετικούς αλγορίθμους έχει ως αποτέλεσμα τον αποτελεσματικότερο συνδυασμό του πληθυσμού των λύσεων που χειρίζεται.

- Αποδοχή μη-εφικτών λύσεων ως συνέπεια της ξαφνικής μεταφοράς της έρευνας σε περιοχές που έχουν παραμείνει πιθανώς τελείως ανεξερεύνητες κατά τη διάρκεια της έρευνας στο χώρο λύσεων. Η αποδοχή μη εφικτών λύσεων οφείλεται στην «χαλάρωση» που πιθανόν να υφίστανται οι περιορισμοί του υπό εξέταση προβλήματος. Δίνοντας μία παραστατικότερη εξήγηση της συγκεκριμένης συμπεριφοράς, θα μπορούσαμε να πούμε ότι στην περίπτωση που οι εφικτές λύσεις πρέπει να ικανοποιήσουν ένα σύνολο περιορισμών, αυτοί εμφανίζονται σαν απροσπέραστα βουνά. Χαλαρώνοντας τους περιορισμούς αντιστοιχεί σε μείωση του ύψους των βουνών. Την ίδια στιγμή ορίζεται ένα πρόστιμο για την παραβίαση των συγκεκριμένων περιορισμών, το οποίο θα αυξάνει βαθμιαίως σε κάθε παραβίαση ώστε η μη-εφικτότητα των αποδεκτών λύσεων να μην συνεχιστεί επ'αόριστο.
- Χρήση μη-εξαρτημένων από το υπό εξέταση πρόβλημα στρατηγικών έρευνας, γεγονός που τους δίνει τη δυνατότητα να αναπτύσσονται και να παράγουν βέλτιστες ή πολύ κοντά σ' αυτές λύσεις ακόμα και στην περίπτωση που ουσιαστικές ιδιότητες του υπό εξέταση προβλήματος δεν είναι γνωστές. Το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό δεν παρατηρείται στην περίπτωση των ευρετικών, των οποίων η αποδοτικότητα εξαρτάται αποκλειστικώς από το βαθμό «ενσωμάτωσης» των ιδιοτήτων του υπό εξέταση προβλήματος στο μηχανισμό του κλασικού ευρετικού.

Ως γενικό χαρακτηριστικό των μεταευρετικών αναφέρεται η χρησιμοποίηση παραμέτρων, για λόγους ελέγχου της έρευνας που διεξάγεται εντός του χώρου λύσεων, οι οποίες είναι ανάγκη να ρυθμιστούν καταλλήλως πριν κάθε μεταευρετικός ξεκινήσει να λειτουργεί.

4

Στοχαστική Έρευνα

Ανασκόπηση Κεφαλαίου

Στοχαστική Έρευνα
Προσομοιωμένη Ανόπτηση
Αιτιοκρατική Ανόπτηση

Η έννοια της στοχαστικότητας στην έρευνα για βελτίωση λύσεων. Η διατύπωση των σημαντικότερων αλγορίθμων της περιοχής, η ανάδειξη της φυσικής σημασίας των παραμέτρων τους και η σύνδεση τους με τα αντίστοιχα φυσικά ανάλογα.

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η *στοχαστική έρευνα* εμπλέκει αλγορίθμους που χρησιμοποιούνται στην επίλυση προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης και συνδέονται με προσαρμοστικές μεθοδολογίες καθοδηγούμενης έρευνας του χώρου λύσεων. Η φύση των αλγορίθμων αυτών είναι απόλυτα συνδεδεμένη με διαδικασίες τυχαίας έρευνας σημείων από τον χώρο λύσεων με την έννοια ότι αρχικές λύσεις του προβλήματος συνεχώς τροφοδοτούνται από νέα σημεία της γειτονιάς των λύσεων αυτών τα οποία γίνονται αποδεκτά ή όχι με βάση κάποια κριτήρια που εξαρτώνται από τη λογική και τα χαρακτηριστικά του κάθε αλγορίθμου. Στους αλγόριθμους αυτούς έχει ενσωματωθεί η δυνατότητα διαφυγής από μεμονωμένα τοπικά ακρότατα του προβλήματος αριστοποίησης που συνήθως υλοποιείται με κάποια δυνατότητα προσαρμοστικής έρευνας της περιοχής γύρω από τα σημεία αυτά και κυρίως σημαντικά γρήγορης μετακίνησης σε πλούσιες σε λύσεις περιοχές με συστηματικό τρόπο. Η στοχαστικότητα εμπλέκεται στον τρόπο με τον οποίο ερευνάται η γειτονιά μιας λύσης.

Σε αντίθεση με περισσότερο αυστηρές τεχνικές τοπικής έρευνας, όπως η μέθοδοι καθόδου και οι παραλλαγές της, όπου η γειτονιά μιας αρχικά κατασκευασμένης λύσης ερευνάται μερικώς ή πλήρως, οι αλγόριθμοι αυτοί υιοθετούν μια περισσότερο πλημελή έρευνα η οποία όμως γίνεται συστηματικότερη με την υιοθέτηση κάποιων σημαντικών κριτηρίων σύγκλισης και εξέλιξης. Η αποφυγή τοπικών ακροτάτων στην περίπτωση των αυστηρών μεθόδων τοπικής έρευνας εμπλέκει τεχνικές που δεν έχουν να κάνουν με τον ίδιο τον αλγόριθμο αριστοποίησης. Συνήθως υιοθετούνται τεχνικές εκκίνησης της έρευνας από διαφορετικά αρχικά σημεία ή γίνονται προσπάθειες αύξησης του μεγέθους της γειτονιάς χρησιμοποιώντας ένα διαφορετικό πλήθος από κινήσεις ή και συνδυασμούς κινήσεων. Οι στοχαστικοί αλγόριθμοι αντιμετωπίζουν το πρόβλημα αυτό επιτρέποντας κινήσεις χαμηλής ποιότητας να λαμβάνονται υπόψη και να υιοθετούνται με κάποιον συστηματικό τρόπο. Έτσι, αντίθετα με τις αυστηρές τεχνικές τοπικής έρευνας, οι στοχαστικοί αλγόριθμοι επιλέγουν τυχαίες κινήσεις από τη γειτονιά μιας λύσης. Αν τα στοιχεία που ανασύρονται από τον χώρο λύσεων με τον τρόπο αυτό είναι καλύτερης ποιότητας από την υπάρχουσα λύση, τότε τα στοιχεία αυτά υιοθετούνται αυτούσια και αντικαθιστούν τις ήδη υπάρχουσες λύσεις. Λύσεις χαμηλότερης ποιότητας από αυτές που συγκρίνονται, έχουν τη δυνατότητα να επιλεχθούν και να υιοθετηθούν αντικαθιστώντας κάποια υπάρχουσα λύση, μόνον που στην περίπτωση αυτή καθορίζεται εκ των προτέρων η πιθανότητα αποδοχής των λύσεων αυτών για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Οι βασικότεροι από τους αλγόριθμους αυτούς προέρχονται από φυσικές διαδικασίες στις οποίες τα συμμετέχοντα συστήματα οδηγούνται μέσα από καταστάσεις συνεχών μεταβολών των εσωτερικών τους ενεργειών που συνήθως είναι κατάλληλες συναρτήσεις κάποιων βασικά καθοδηγούμενων από το εξωτερικό περιβάλλον μεταβλητών. Οι εφικτές λύσεις των προβλημάτων αριστοποίησης προσομοιώνουν στην περίπτωση αυτή τις καταστάσεις των συστημάτων που είναι συνάρτηση της εσωτερικής τους ενέργειας. Η σύνδεση εσωτερικής ενέργειας και καταστάσεων πραγματοποιείται για τα προβλήματα αριστοποίησης και τους αλγορίθμους επίλυσης τους μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης που έχει κατά συνέπεια σαν φυσικό ανάλογο την ενέργεια του συστήματος. Η αλλαγή της κατάστασης των συστημάτων, που αντιστοιχεί και σε μεταβολή του συνδεόμενου ενεργειακού επιπέδου, είναι στην περίπτωση των στοχαστικών αλγορίθμων το φυσικό ανάλογο της διαδικασίας της τοπικής έρευνας.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Η *προσομοιωμένη ανόπτηση* είναι η σημαντικότερη και παλαιότερη μεθοδολογία στοχαστικής έρευνας. Προτάθηκε ως μέθοδος για την εύρεση καλής ποιότητας λύσεων σε προβλήματα διακριτής αριστοποίησης λαμβάνοντας υπόψην σαν σημείο εκκίνησης μεθοδολογίες οι οποίες είχαν εμπνευστεί από σχετικές σημαντικές ερευνητικές προσπάθειες που είχαν διεξαχθεί στο πεδίο της Στατιστικής Μηχανικής. Ο όρος προσομοιωμένη ανόπτηση προέρχεται από τη φυσική διαδικασία κατά την οποία ο κρύσταλλος ψύχεται από την υγρή φάση στη στερεά φάση μέσα σε ένα λουτρό θερμότητας. Εάν η ψύξη γίνεται αρκετά προσεκτικά και όχι με απότομη μείωση της θερμοκρασίας, η ενεργειακή κατάσταση του στερεού στο τέλος της ψύξης εντοπίζεται στο ελάχιστο ενεργειακό επίπεδο ή τουλάχιστον πολύ κοντά σε αυτό. Με τον τρόπο αυτό, η διάταξη των μορίων του στερεού στην τελική κατάσταση είναι η καλύτερη δυνατή διάταξη που μπορεί να εξασφαλίσει τις επιθυμητές ιδιότητες του στερεού που υποβάλεται στη διαδικασία αυτή.

Η προσομοίωση της φυσικής ψύξης μπορεί να πραγματοποιηθεί με τον αλγόριθμο *Metropolis*. Ο αλγόριθμος αυτός παράγει ακολουθίες από καταστάσεις του στερεού με έναν συγκεκριμένο τρόπο. Δεδομένης μίας συγκεκριμένης μοριακής διάταξης του στερεού που αντιστοιχεί σε κατάσταση, i, αυτού με ένα ενεργειακό επίπεδο, E_i, το επόμενο στάδιο παράγεται προκαλώντας μια μικρή διατάραξη της μοριακής διάταξης του στερεού, μετακινώντας για παράδειγμα ένα μόριο του από μια συγκεκριμένη θέση του σε μιαν άλλη. Σε μία τέτοια περίπτωση, η ενέργεια της επόμενης κατάστασης είναι E_j. Αν η ενεργειακή διαφορά $\delta E = E_j - E_i$ είναι μικρότερη ή ίση με μηδέν, τότε η κατάσταση j γίνεται αποδεκτή ως η νέα ενεργειακή κατάσταση του στερεού. Σε αντίθετη περίπτωση, με βάση τους θερμοδυναμικούς νόμους που διέπουν την ενεργειακή κατάσταση του στερεού σε κάποια θερμοκρασία, θ, η πιθανότητα που εμπλέκεται στην αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος, δE, σαν συνάρτηση των βασικών μεταβλητών του συστήματος και της σταθεράς Boltzmann, k_B, δίδεται από την παρακάτω σχέση.

$$P(\delta E) = \exp(-\delta E / k_B \theta) \qquad (1)$$

Αν η πτώση της θερμοκρασίας γίνεται με αργό τρόπο, το στερεό φθάνει σε μια θερμική ισορροπία σε κάθε θερμοκρασία. Στον αλγόριθμο *Metropolis* αυτό επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας ένα αρκετά μεγάλο διαταράξεων σε κάθε θερμοκρασία. Η προσομοίωση με τη βοήθεια του αλγόριθμου *Metropolis* υπολογίζει τη νέα ενεργειακή κατάσταση του συστήματος. Αν η ενεργειακή κατάσταση μειωθεί, τότε το σύστημα μετατοπίζεται προς την κατάσταση αυτή. Αν η ενεργειακή κατάσταση αυξηθεί, τότε η προτεινόμενη καινούργια αναβαθμισμένη ενεργειακή κατάσταση γίνεται αποδεκτή με βάση την παραπάνω πιθανότητα. Ένας σημαντικός αριθμός επαναλήψεων ανανέωσης της ενεργειακής κατάστασης του στερεού εμπλέκεται σε κάθε θερμοκρασία η οποία στη συνέχεια μειώνεται. Η συνολική διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου το σύστημα σταθεροποιηθεί σε μία τελική κατάσταση χαμηλού θερμοκρασιακού και ενεργειακού επιπέδου. Η Προσομοιωμένη Ανόπτηση μπορεί να θεωρηθεί μία διαδικασία ανάλογη της προσομοίωσης της ψύξης ενός στερεού από τον αλγόριθμο *Metropolis*. Η αναλογία ανάμεσα στην Προσομοιωμένη Ανόπτηση και στην φυσική ψύξη ενός στερεού παριστάνεται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Αναλογία φυσικής ψύξης ενός στερεού και Προσομοιωμένης Ανόπτησης

Φυσικό Σύστημα	Πρόβλημα Βελτιστοποίησης
Κατάσταση	Εφικτή λύση
Ενέργεια	Κόστος
Ελάχιστη Κατάσταση Ενέργειας	Βέλτιστη Λύση
Απότομη Πτώση Θερμοκρασίας	Τοπική Έρευνα
Προσεκτική ανόπτηση	Προσομοιωμένη ανόπτηση

Σύμφωνα με την Προσομοιωμένη Ανόπτηση εάν μία προτεινόμενη νέα λύση *s'* σε κάποια επανάληψη που χαρακτηρίζεται από ένα θερμοκρασιακό επίπεδο, θ, είναι καλύτερη από τη τωρινή λύση *s*, τότε γίνεται αποδεκτή. Το αξιοσημείωτο είναι ότι ακόμα και εάν η προτεινόμενη νέα λύση *s'* στην επανάληψη αυτή, είναι χειρότερη από τη τωρινή λύση *s*, τότε αυτή γίνεται αποδεκτή με πιθανότητα

$$p = \exp(-[c(s') - c(s)]/\theta) \qquad (2)$$

όπου c(s) παριστάνει τη συνάρτηση κόστους της προτεινόμενης λύσης *s*.

Τυπικά, η θερμοκρασία κάθε αριθμού επαναλήψεων αποτελεί μία φθίνουσα συνάρτηση του δείκτη της επανάληψης. Αρχικά η τιμή της τίθεται ίση με μία δεδομένη τιμή, η οποία είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε πολλές κινήσεις που προκαλούν χειροτέρεψη της αντικειμενικής συνάρτησης να γίνονται αποδεκτές (μαζί βέβαια με τις κινήσεις που οδηγούν σε βελτίωση). Η αποδοχή μη-βελτιωμένων λύσεων βοηθά την έρευνα να ξεφύγει από τα πρόωρα τοπικά ελάχιστα. Στη συνέχεια η τιμή της θερμοκρασίας πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή z ($0 < z < 1$) μετά από κάθε T επαναλήψεις, έτσι ώστε η πιθανότητα αποδοχής μίας χειρότερης λύσης να μειώνεται με το χρόνο. Η ιδανική συμπεριφορά της Προσομοιωμένης Ανόπτησης είναι να καταφέρνει να ξεφεύγει από όλα τοπικά ελάχιστα, στα οποία η έρευνα ενδεχομένως να έχει πρόωρα παγιδευτεί, μέχρι ιδανικά να φτάσει στο μοναδικό παγκόσμιο ελάχιστο.

Το πρόβλημα που έχει απασχολήσει τους ερευνητές που αναπτύσσουν αλγορίθμους Προσομοιωμένης Ανόπτησης είναι ο καθορισμός του *Προγράμματος Ψύξης*, δηλαδή του τρόπου μείωσης της θερμοκρασίας, έτσι ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή *οδήγηση* του αλγορίθμου μέσω του συνόλου εφικτών λύσεων του προβλήματος. Το Πρόγραμμα Ψύξης περιλαμβάνει τον καθορισμό της αρχικής θερμοκρασίας, του ρυθμού μείωσης αυτής, του αριθμού των εφικτών λύσεων σε κάθε θερμοκρασία και τέλος του κριτηρίου τερματισμού. Το συμπέρασμα που έχει προκύψει από κάποιες εκτεταμένες έρευνες πάνω στους αλγορίθμους Προσομοιωμένης Ανόπτησης είναι ότι είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί ένα ιδανικό πρόγραμμα ψύξης για όλα τα προβλήματα Ωστόσο κάποιες βασικές αρχές είναι απαραίτητο να τηρούνται. Συγκεκριμένα, η τιμή της αρχικής θερμοκρασίας πρέπει να είναι τέτοια ώστε να εξασφαλίζει από την μια πλευρά την αποδοχή κινήσεων χειροτέρευσης της αντικειμενικής συνάρτησης, πλέον των κινήσεων βελτίωσης της αντικειμενικής συνάρτησης, και από την άλλη να καθορίσει τον τερματισμό της διαδικασίας μέσα σε κάποιο λογικό χρονικό διάστημα. Επίσης, ο βαθμός ψύξης πρέπει να επιφέρει μια σχετικά αργή πτώση της θερμοκρασίας, καθώς σε αντίθετη περίπτωση η πιθανότητα εύρεσης της παγκόσμια βέλτιστης λύσης σχεδόν μηδενίζεται. Επιπλέον, σε κάθε θερμοκρασία, ο αριθμός των επαναλήψεων θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος έτσι ώστε να ερευνάται η περιοχή σε μεγάλο βάθος, αλλά αν ο αριθμός των προτεινόμενων εφικτών λύσεων είναι πολύ μεγάλος για κάθε θερμοκρασία τότε ο χρόνος τερματισμού της διαδικασία αυξάνει σημαντικά. Τα συνηθέστερα κριτήρια τερματισμού (κριτήρια εντοπισμού της κατάστασης στην οποία η διαδικασία έχει απολύτως *ψυχθεί*) μπορεί να είναι τα παρακάτω.

- Η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να έχει μειωθεί κάτω από κάποιο προκαθορισμένο ποσοστό για τουλάχιστον έναν συγκεκριμμένο αριθμό συνεχόμενων κύκλων (σταθερή θερμοκρασία) κάποιου συγκεκριμένου αριθμού επαναλήψεων (συνεχώς μειούμενη θερμοκρασία)
- Ο αριθμός των αποδεκτών κινήσεων να είναι μικρότερος από προκαθορισμένο ποσοστό κάποιου αριθμού επαναλήψεων για ένα συγκεκριμένο αριθμό συνεχόμενων κύκλων των επαναλήψεων αυτών
- Κάποιος συγκεκριμένος αριθμός κύκλων ενός συγκεκριμένου αριθμού επαναλήψεων να έχουν εκτελεσθεί.

Ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης παρουσιάζεται παρακάτω με τη μορφή ψευδοκώδικα.

Υπολόγισε μια αρχική εφικτή λύση s και το κόστος αυτής c(s)
Υπολόγισε μιαν αρχική τιμή θερμοκρασίας θ
Επανέλαβε
    Επανάλαβε
        Παρήγαγε μια λύση $s' \in N(s)$ *και υπολόγισε το κόστος της c(s')*
        Θέσε $\Delta = c(s') - c(s)$
        Αν $\Delta \leq 0$ *θέσε* $s = s'$
        Αν $\Delta > 0$ *θέσε* $s = s'$ *με πιθανότητα* $\exp(-\Delta/\theta)$
    Μέχρι να συμπληρωθεί κάποιος αριθμός κύκλων
    Μείωσε με κάποιο κριτήριο τη θερμοκρασία της επανάληψης
Μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού
Επέστρεψε την καλύτερη λύση που βρέθηκε

Η θερμοκρασία έναρξης πρέπει να είναι αρκετά υψηλή, έτσι ώστε να επιτρέπονται στα πρώτα στάδια του αλγορίθμου κινήσεις προς όλες σχεδόν τις περιοχές της γειτονιάς της αρχικής λύσης. Εάν αυτό δεν επιδιωχθεί, τότε η λύση τερματισμού θα είναι η ίδια (ή πολύ κοντά) με την αρχική εφικτή λύση. Παρά ταύτα, αν η θερμοκρασία εκκίνησης επιλεχθεί να είναι μια πολύ μεγάλη αρχική τιμή, η έρευνα μπορεί να μετακινηθεί σε οποιαδήποτε περιοχή της γειτονιάς και έτσι να μετατραπεί τουλάχιστον στα αρχικά στάδια σε τυχαία έρευνα της περιοχής. Στην πραγματικότητα, η έρευνα θα είναι τυχαία μέχρι το σημείο όπου η θερμοκρασία θα έχει μειωθεί σημαντικά και το σύστημα θα αρχίσει να αντιδρά σαν αυτό της φυσικής ανόπτησης. Η εύρεση της αρχικής θερμοκρασίας είναι μια σημαντική προσπάθεια στα πλαίσια του αλγορίθμου. Γενικότερα, δεν είναι γνωστή μια παγκόσμια μέθοδος για την εύρεση της αρχικής θερμοκρασίας σε όλο το εύρος προβλημάτων αριστοποίησης που ο αλγόριθμος εφαρμόζεται. Παρά ταύτα, έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι για τον εντοπισμό της συγκεκριμένης αρχικής τιμής. Μια μέθοδος που εφαρμόζεται ευρύτατα, απαιτεί τον εντοπισμό της μέγιστης απομάκρυνσης (σε όρους τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης) από την τιμή της αρχικής λύσης για τα στοιχεία της γειτονιάς αυτής και στη συνέχεια την αποτύπωση της τιμής της θερμοκρασίας μέσω της εξίσωσης της πιθανότητας αποδοχής μιας λύσης, θέτοντας την τιμή της πιθανότητας αυτής ίσης με ένα ποσοστό (προτείνεται το 60%) των χειρότερων λύσεων να γίνεται αποδεκτό. Σύμφωνα με μια άλλη μέθοδο, η θερμοκρασία εκκίνησης είναι μια πολύ μεγάλη τιμή, η οποία μειώνεται με πολύ γρήγορο ρυθμό μέχρι του σημείου εκείνου όπου ένα ποσοστό (ίσο με την προηγούμενη περίπτωση) των χειρότερων λύσεων γίνεται αποδεκτό. Η θερμοκρασία αυτή χαρακτηρίζεται σαν κρίσιμη θερμοκρασία και το πρόγραμμα ψύξης επιβραδύνεται στη συνέχεια με πολύ χαμηλότερο ρυθμό. Η ακριβώς αντίθετη διαδικασία περιλαμβάνει απότομη θέρμανση του συστήματος μέχρι κάποιο σημείο όπου σημαντικός αριθμός χειρότερων λύσεων γίνεται αποδεκτός (ίσος με την προηγούμενη περίπτωση). Η διαδικασία αυτή είναι πολύ πιο κοντά από πλευράς φυσικής σημασίας στο φυσικό φαινόμενο, όπου ένα στερεό θερμαίνεται απότομα μέχρι τήξης και στη συνέχεια ψύχεται αρκετά αργά για να αποκτήσει τις επιθυμητές τιμές ιδιοτήτων.

Στην πράξη είναι σύνηθες το να οδηγείται το σύστημα ώστε να ψύχεται σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, ακόμα και στην απόλυτη τιμή του μηδενός. Στην περίπτωση αυτή βέβαια, η πιθανότητα αποδοχής χειρότερων λύσεων από την τρέχουσα λύση είναι σημαντικά μικρή με αποτέλεσμα η διαφοροποίηση που πάντα επιζητείται σε αλγορίθμους διακριτής αριστοποίησης να είναι ανέφικτη και η πιθανότητα εύρεσης καλύτερων λύσεων πρακτικά μηδενική. Στην περίπτωση αυτή, ένας σημαντικός αριθμός κριτηρίων, όπως αυτά που ήδη αναφέρθηκαν, μπορεί να οδηγήσει το σύστημα σε μια διαδικασία ασφαλούς τερματισμού. Η διαδικασία ψύξης είναι αυτή που εξασφαλίζει την μεταφορά του συστήματος από την αρχική στην τελική θερμοκρασία. Ο τρόπος και οι διαδικασίες ελάττωσης της θερμοκρασίας είναι ίσως οι σημαντικότερες παράμετροι του αλγορίθμου. Η βασική θεωρία αναφέρει ότι σε κάθε θερμοκρασιακό επίπεδο, ο αριθμός των κύκλων πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος έτσι ώστε το σύστημα να σταθεροποιείται θερμικά στο επίπεδο αυτό. Επίσης αναφέρεται ότι ο αριθμός αυτός των κύκλων μπορεί να μεταβάλεται εκθετικά σε σχέση με το μέγεθος του προβλήματος. Είναι φανερό ότι στην περίπτωση αυτή, πρέπει να επέλθει κάποια συμβιβατική λύση ανάμεσα στην επιδιωκόμενη ποιότητα λύσης και στον εμπλεκόμενο υπολογιστικό φόρτο του αλγορίθμου. Οι προσαρμοστικές παραλλαγές και τα κριτήρια που εφαρμόζονται στην πράξη εμπλέκουν ένα πολύ μεγάλο αριθμό αυτό. Μια σημαντική πολιτική είναι η υιοθέτηση μεγάλου αριθμού επαναλήψεων στα τελικά στάδια και ενός μικρότερου στα πρώτα στάδια. Η μείωση της θερμοκρασίας μπορεί να είναι γραμμική αλλά και γεωμετρική. Στην πρώτη περίπτωση ένας μικρός αριθμός αφαιρείται από την τιμή της θερμοκρασίας σε κάθε επανάληψη, έτσι ώστε να μειώνεται η θερμοκρασία γραμμικά. Στην δεύτερη περίπτωση, η θερμοκρασία σε κάθε επανάληψη πολλαπλασιάζεται με κάποιον αριθμό μικρότερο της μονάδας έτσι ώστε να βρεθεί η τιμή της στην επόμενη επανάληψη. Σύμφωνα με κάποιαν άλλη μεθοδολογία, ο αριθμός των κύκλων σε κάθε θερμοκρασία προτείνεται να είναι μικρός (ίσος ακόμη και με τη μονάδα) αλλά η θερμοκρασία προτείνεται να μειώνεται εξαιρετικά αργά (γραμμικά ή γεωμετρικά).

ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Οι τεχνικές της *Αιτιοκρατικής Ανόπτησης* αποτελούν σημαντικές παραλλαγές και επεκτάσεις των αλγορίθμων της Προσομοιωμένης Ανόπτησης. Είναι νεώτερες τεχνικές και βασίζουν το όνομα τους στον αιτιοκρατικό κανόνα που χρησιμοποιείται για την αποδοχή μίας κίνησης κατά τη διάρκεια των επαναληπτικών κύκλων αποδοχής των λύσεων που δημιουργούνται από μια προηγούμενη λύση. Οι σημαντικότερες τεχνικές που συνδέονται με τη γενικότερη κατηγορία μεθοδολογιών

Αιτιοκρατικής Ανόπτησης είναι ο αλγόριθμος της *Αποδοχής Κατωφλίου* και ο αλγόριθμος της *Περιήγησης Βάσει της Καλύτερης Λύσης*.

Ο αλγόριθμος Αποδοχής Κατωφλίου είναι μια επαναληπτική διαδικασία κύκλων αποδοχής μιας λύσης σε σχέση με μια συγκεκριμένη αρχική λύση, *s*,σε κάθε επανάληψη των οποίων, η *s'* γίνεται αποδεκτή με βάση την προηγούμενη λύση *s*, εάν η αντικειμενική συνάρτηση *c(s')* που συνδέεται με την δοκιμαζόμενη λύση είναι μικρότερη από την αντικειμενική συνάρτηση *c(s)* της προηγούμενης λύσης αυξημένης κατά μια θετική σταθερά που ονομάζεται κατώφλιο, δηλαδή η λύση *s'* γίνεται αποδεκτή εάν $c(s') < c(s) + \Phi$, όπου Φ είναι το κατώφλιο αποδοχής. Η Αποδοχή Κατωφλίου λειτουργεί με παρόμοιο τρόπο με την Προσομοιωμένη Ανόπτηση. Κατά την διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης, το κατώφλιο βαθμιαία μειώνεται όπως και στην περίπτωση της θερμοκρασίας στην Προσομοιωμένη Ανόπτηση. Ωστόσο, η τεχνική Αποδοχής Κατωφλίου εγγυάται ότι δεν θα γίνει αποδεκτή ποτέ μία κίνηση, η οποία θα κάνει την τρέχουσα λύση αρκετά χειρότερη σε σχέση με το τρέχον κατώφλιο, σε αντίθεση βέβαια με τον αλγόριθμο της Προσομοιωμένης Ανόπτησης, όπου χειρότερες λύσεις μπορεί να γίνουν αποδεκτές με βάση κάποια τιμή πιθανότητας. Τα κριτήρια, οι επιμέρους τεχνικές και οι παραλλαγές τους είναι παρόμοια με αυτά της διαδικασίας της Προσομοιωμένης Ανόπτησης. Ο αλγόριθμος Αποδοχής Κατωφλίου περιγράφεται παρακάτω σε μορφή ψευδοκώδικα.

Υπολόγισε μια αρχική εφικτή λύση s και το κόστος αυτής c(s)
Υπολόγισε μιαν αρχική τιμή για το κατώφλιο Φ>c(s)
Επανέλαβε
    Επανάλαβε
        Παρήγαγε μια λύση $s' \in N(s)$ *και υπολόγισε το κόστος της c(s')*
        Θέσε Δ=c(s')-c(s)
        Αν Δ<Φ θέσε s=s'
    Μέχρι να συμπληρωθεί κάποιος αριθμός κύκλων
    Μείωσε με κάποιο κριτήριο το κατώφλιο της επανάληψης
Μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού
Επέστρεψε την καλύτερη λύση που βρέθηκε

Η τιμή του κατωφλίου έναρξης πρέπει να είναι αρκετά υψηλή, έτσι ώστε να επιτρέπονται στα πρώτα στάδια του αλγορίθμου κινήσεις προς όλες σχεδόν τις περιοχές της γειτονιάς της αρχικής λύσης και η λύση τερματισμού να μην είναι η ίδια (ή πολύ κοντά) με την αρχική εφικτή λύση. Παρά ταύτα, αν το κατώφλιο εκκίνησης επιλεχθεί να είναι μια πολύ μεγάλη αρχική τιμή, η έρευνα μπορεί να μετακινηθεί σε οποιαδήποτε περιοχή της γειτονιάς και έτσι να μετατραπεί τουλάχιστον στα αρχικά στάδια σε τυχαία έρευνα της περιοχής, όπως και στην περίπτωση της Προσομοιωμένης Ανόπτησης. Στην πραγματικότητα, η έρευνα θα είναι τυχαία μέχρι το σημείο όπου το κατώφλιο θα έχει μειωθεί σημαντικά και το σύστημα θα ερευνά την περιοχή λύσεων με κάποιον περισσότερο συστηματικό τρόπο. Η εύρεση της τιμής του αρχικού κατωφλίου είναι μια σημαντική φάση στα πλαίσια του αλγορίθμου και παρά το γεγονός ότι δεν είναι γνωστή μια παγκόσμια μέθοδος για την εύρεση της τιμής του αρχικού κατωφλίου σε όλο το εύρος προβλημάτων αριστοποίησης όπου ο αλγόριθμος εφαρμόζεται, έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι για τον εντοπισμό της συγκεκριμένης τιμής και είναι παρόμοιες με τις τεχνικές που εφαρμόζονται στην περίπτωση της Προσομοιωμένης Ανόπτησης.

Στην περίπτωση του εντοπισμού της τιμής του κατωφλίου τερματισμού, ισχύουν παρόμοιες τεχνικές με αυτές που εφαρμόζονται στην Προσομοιωμένη Ανόπτηση. Αρκετά χαμηλές τιμές του κατωφλίου η δυνατότητα αποδοχής χειρότερων λύσεων από την τρέχουσα λύση είναι σημαντικά μικρή με αποτέλεσμα η διαφοροποίηση που πάντα επιζητείται σε αλγορίθμους διακριτής αριστοποίησης να είναι ανέφικτη και η πιθανότητα εύρεσης καλύτερων λύσεων πρακτικά μηδενική. Στην περίπτωση αυτή, ένας σημαντικός αριθμός κριτηρίων, όπως αυτά που ήδη αναφέρθηκαν, μπορεί να οδηγήσει το σύστημα σε μια διαδικασία ασφαλούς τερματισμού. Η διαδικασία μείωσης του κατωφλίου είναι αυτή που εξασφαλίζει την μεταφορά του συστήματος από την αρχική στην τελική τιμή του κατωφλίου του αλγορίθμου. Ο τρόπος και οι διαδικασίες ελάττωσης του κατωφλίου είναι ίσως οι σημαντικότερες παράμετροι του αλγορίθμου. Ένας σημαντικός τρόπος μείωσης του κατωφλίου και οδήγησης του αλγορίθμου είναι η υιοθέτηση μεγάλου αριθμού επαναλήψεων στα τελικά στάδια και ενός μικρότερου στα πρώτα στάδια. Η μείωση του κατωφλίου μπορεί να είναι στην περίπτωση αυτή γραμμική αλλά και γεωμετρική. Στην πρώτη περίπτωση ένας μικρός αριθμός αφαιρείται από την τιμή του κατωφλίου σε κάθε επανάληψη, έτσι ώστε να μειώνεται το κατώφλιο γραμμικά. Στην δεύτερη περίπτωση, το κατώφλιο σε κάθε επανάληψη πολλαπλασιάζεται με κάποιον αριθμό μικρότερο της μονάδας έτσι ώστε να βρεθεί η τιμή του στην επόμενη επανάληψη. Σύμφωνα με κάποιαν άλλη μεθοδολογία, ο αριθμός των κύκλων σε κάθε τιμή κατωφλίου προτείνεται να είναι μικρός (ίσος ακόμη και με τη μονάδα) αλλά το κατώφλιο προτείνεται να μειώνεται εξαιρετικά αργά (γραμμικά ή γεωμετρικά). Μια σημαντική παραλλαγή της μεθόδου, προτείνει την ανατροφοδότηση της διαδικασίας μείωσης του κατωφλίου με καινούργιες τιμές κατωφλίου, όταν οι δυνατότητες αποδοχής των λύσεων με βάση το κριτήριο επιλογής του κατωφλίου έχουν πρακτικά μηδενιστεί. Στην περίπτωση αυτή, όταν η τιμή του κατωφλίου έχει μειωθεί σημαντικά και οι αποδοχές καινούργιων λύσεων σε κάθε επανάληψη είναι ένας πολύ μικρός αριθμός (ακόμη και μηδενικός) προτείνεται μετά από κάποιον αριθμό επαναλήψεων που δεν έχουν γίνει ουσιαστικά αποδεκτές καινούργιες τιμές από την τρέχουσα λύση, να γίνεται με κάποιον τρόπο αύξηση της τιμής του κατωφλίου συστηματικά και στη συνέχεια να ακολουθείται η τρέχουσα πολιτική μείωσης του κατωφλίου σε κάθε επανάληψη. Με τον τρόπο αυτό, είναι δυνατή η παροδική διεύρυνση των ορίων της έρευνας σε άλλες περιοχές του χώρου των λύσεων και κατά συνέπεια αυξάνεται σημαντικά η δυνατότητα μετατόπισης της σε περιοχές με περισσότερο δυναμικό εντοπισμού καλύτερων λύσεων. Με τον τρόπο αυτόν αυξάνεται σημαντικά η διαφοροποίηση στα πλαίσια της έρευνας, κάτι που είναι επιθυμητό για την αποφυγή τοπικών ακροτάτων και την αύξηση της δυνατότητας εύρεσης του παγκόσμιου ακρότατου.

Ο αλγόριθμος Περιήγησης Βάσει της Καλύτερης Λύσης περιγράφεται παρακάτω σε μορφή ψευδοκώδικα.

Υπολόγισε μια αρχική εφικτή λύση s και το κόστος αυτής c(s)
Υπολόγισε μιαν αρχική τιμή για τη σταθερά $\Phi > c(s)$
Θέσε $c_{best}=c(s)$
Επανέλαβε
    Παρήγαγε μια λύση $s' \in N(s)$ *και υπολόγισε το κόστος της* $c(s')$
    Αν $c(s') < c_{best}+\Phi$ *θέσε* $s=s'$ *και* $c_{best}=c(s')$
Μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού
Επέστρεψε την καλύτερη λύση που βρέθηκε

Στην αλγόριθμο Περιήγησης Βάσει της Καλύτερης Λύσης, μία προτεινόμενη λύση γίνεται πάντοτε αποδεκτή εκτός εάν είναι αρκετά χειρότερη από την καλύτερη λύση που έχει βρεθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης αυξημένης κατά έναν σταθερό αριθμό που παραμένει όμως σταθερός κατά τη διάρκεια της έρευνας.

Είναι φανερό ότι η επιλογή του σταθερού αριθμού Φ είναι μια από τις σημαντικότερες διαδικασίες του αλγορίθμου. Το βασικότερο χαρακτηριστικό του αλγορίθμου αυτού είναι ότι η τιμή της σταθεράς αυτής παραμένει αμετάβλητη κατά τη επαναληπτική διαδικασία. Αν υπήρχε κάποιο πρόγραμμα μείωσης της τιμής αυτής, η Περιήγηση Βάσει της Καλύτερης Λύσης θα ήταν μια παραλλαγή της διαδικασίας Αποδοχής Κατωφλίου. Στην αρχή των επαναλήψεων, όταν οι τιμές των βελτίστων που αποκαλύπτονται είναι αρκετά υψηλές, πραγματοποιείται ουσιαστικά τυχαία έρευνα στην περιοχή του χώρου λύσεων. Όταν στη συνέχεια, αποκαλύπτονται ολοένα και καλύτερες λύσεις, η έρευνα ουσιαστικά οδηγείται σε περισσότερο απομονωμένες περιοχές λύσεων οι οποίες ερευνώνται σε μεγαλύτερο βάθος και με μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα, με άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση της δυνατότητας αποκάλυψης λύσεων καλύτερης ποιότητας.

5

Προσαρμοστικη Ημι-Πλεονεκτικη Ερευνα

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Διαδικασίες Πολλαπλής Εκκίνησης
Προσαρμόσιμη Ημι-Πλεονεκτική Έρευνα
Προσθήκες στο Βασικό Αλγόριθμο

Εισαγωγή στους υβριδικούς μεταευρετικούς αλγορίθμους επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης. Ανάδειξη των πλεονεκτημάτων σύνδεσης των αλγορίθμων αυτών μέσω επαναληπτικών διαδικασιών πολλαπλής εκκίνησης.

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΚΚΙΝΗΣΗΣ

Η επίλυση των προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης εμπλέκουν τεχνικές και διαδικασίες κατασκευής και καλυτέρευσης λύσεων. Συνήθως οι δύο αυτές τεχνικές εφαρμόζονται σειριακά, η μία μετά την άλλη, μέσα από επαναληπτικές διαδικασίες που απαιτούν τον εντοπισμό διαφορετικών λύσεων εκκίνησης, που γενικότερα εκφράζουν ορισμένα χαρακτηριστικά συγκεκριμμένων περιοχών του χώρου λύσεων ή την εμπειρία από την κατανόηση της τοπολογίας του χώρου λύσεων που αποκτάται μέσα από μια τέτοια επαναληπτική διαδικασία. Έτσι, σε μια *διαδικασία πολλαπλής εκκίνησης* και για κάθε μία από τις επαναλήψεις που εμπλέκονται στη διαδικασία αυτή, κατασκευάζεται μια λύση βήμα-βήμα, η οποία στη συνέχεια βελτιώνεται με τεχνικές τοπικής έρευνας από τη γειτονιά της υπάρχουσας λύσης και κρατείται η καλύτερη λύση που έχει βρεθεί. Η διαδικασία αυτή μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια του παρακάτω ψευδοκώδικα.

Επανέλαβε
Επέλεξε μια λύση s χρησιμοποιώντας έναν κατασκευαστικό αλγόριθμο.
Καλυτέρευσε τη λύση χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο καλυτέρευσης λύσης.
Μέχρις ότου κάποιο κριτήριο τερματισμού ικανοποιηθεί.

Κατά τη διαδικασία κατασκευής μιας λύσης, η λύση κατασκευάζεται βήμα-βήμα προσθέτοντας κάθε φορά στην ήδη μερικά κατασκευασμένη λύση κάποιο στοιχείο που επιλέγεται, με βάση κάποιο κριτήριο από αυτά που δεν έχουν ακόμη επιλεγεί. Στην περίπτωση των διαδικασιών πολλαπλής εκκίνησης, ο κατασκευαστικός αλγόριθμος που επιλέγεται δεν είναι σημαντικό να προσδιορίζει την καλύτερη δυνατή λύση που μπορεί να κατασκευαστεί αλλά μια λύση που να είναι δυνατόν να είναι πιο αποδοτική στο να καλυτερεύσει με τον αλγόριθμο καλυτέρευσης λύσης που ακολουθεί. Επιζητείται δηλαδή η καλύτερη και αποδοτικότερη συνεργασία των δύο βασικών αλγορίθμων που συνδυάζονται. Επιπλέον, είναι σημαντικό σε διαδικασίες πολλαπλής εκκίνησης ο κατασκευαστικός αλγόριθμος να δίδει σε κάθε επανάληψη συνεχώς διαφορετικές λύσεις εκκίνησης από αυτές που έδινε στις προηγούμενες επαναλήψεις. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η εκκίνηση της έρευνας του χώρου των λύσεων από τελείως διαφορετικές περιοχές με άμεση συνέπεια την πλέον αποτελεσματική έρευνα αυτού και των εντοπισμό των πιο σημαντικών τοπικών βελτίστων του χώρου λύσεων.

Με βάση τα παραπάνω, η χρήση ενός κατάλληλου κατασκευαστικού αλγορίθμου για την εκκίνηση της κάθε επανάληψης είναι ένα σημαντικό στάδιο απόφασης της διαδικασίας διαμόρφωσης μιας τεχνικής πολλαπλών εκκινήσεων. Ας δούμε πως η επιλογή ενός τέτοιου αλγορίθμου επιδρά στην συνολική συμπεριφορά μιας τέτοιας διαδικασίας. Δύο ακραίες περιπτώσεις κατασκευαστικών αλγορίθμων που θα εξεταστούν είναι αυτές των αλγορίθμων τυχαίας επιλογής και των πλεονεκτικών αλγορίθμων. Στην πρώτη περίπτωση η επιλογή του στοιχείου που θα συμπληρώσει τη μερικά κατασκευασμένη λύση επιλέγεται με τυχαίο τρόπο από τα στοιχεία που δεν έχουν ακόμη επιλεγεί, ενώ στη δεύτερη η επιλογή αυτή γίνεται για το καλύτερο στοιχείο από τα ήδη μη-επιλεγέντα σύμφωνα με την τιμή μιας προεπιλεγείσας πλεονεκτικής συνάρτησης που εκφράζει το (μυωπικό) όφελος της συγκεκριμμένης επιλογής ενός στοιχείου. Στην πρώτη περίπτωση οι λύσεις που παράγονται σε κάθε επανάληψη διαφέρουν σημαντικά, ενώ στη δεύτερη είναι ακριβώς οι ίδιες, δηλαδή οι διαφοροποιήσεις των περιοχών που θα ερευνηθούν στη φάση της καλυτέρευσης της λύσης αφήνονται στην ευχέρεια της φάσης καλυτέρευσης της λύσης που ακολουθεί. Οι διαφορές των δύο προσεγγίσεων είναι προφανείς. Στην πρώτη περίπτωση οι λύσεις που παράγονται έχουν μεγάλη διαφοροποίηση, αλλά χαμηλή ποιότητα και οδηγούν γρήγορα σε τοπικά ελάχιστα. Στη δεύτερη περίπτωση οι λύσεις που παράγονται έχουν μηδενική διαφοροποίηση, αλλά υψηλή ποιότητα και δεν οδηγούν γρήγορα σε τοπικά ελάχιστα. Από την πλευρά της διαδικασίας καλυτέρευσης της λύσης, στην πρώτη περίπτωση αυτή ξεκινά από διαφορετικό σημείο εκκίνησης κάθε φορά, αλλά έχει αργή σύγκλιση, παράγει λύσεις κατά μέσο όρο αρκετά χειρότερες από την δεύτερη περίπτωση και οι καλύτερες παραγόμενες λύσεις είναι συνήθως καλύτερες από τη δεύτερη περίπτωση γιατί ο χώρος των λύσεων ερευνάται αποτελεσματικά. Στην δεύτερη περίπτωση, η διαδικασία ξεκινά από το ίδιο σημείο εκκίνησης, αλλά έχει γρήγορη σύγκλιση, παράγει λύσεις κατά μέσο όρο αρκετά καλύτερες από την πρώτη περίπτωση και οι καλύτερες παραγόμενες λύσεις είναι συνήθως χειρότερες από τη πρώτη περίπτωση γιατί ο χώρος των λύσεων δεν ερευνάται αποτελεσματικά. Κατά συνέπειαν, οι διαδικασίες πολλαπλής εκκίνησης έχουν ανάγκη να συνοδεύονται από κάποια κατασκευαστική φάση που να εμπλέκει πλεονεκτήματα και των δύο μεθόδων.

Για την περίπτωση των αλγορίθμων καλυτέρευσης λύσης, είναι σημαντικό να εμπεριέχουν ιδιότητες που να συνδέονται με την αποτελεσματική έρευνα του χώρου των λύσεων, ενώ είναι επιθυμητές κάποιες ιδιότητες που να συνδέονται με διαδικασίες διαφοροποίησης και εντατικοποίησης. Οι πιο συνηθισμένες τεχνικές που χρησιμοποιούνται περιλαμβάνουν αυτούσιες τεχνικές ή υβρίδια τεχνικών τοπικής έρευνας του χώρου των λύσεων.

ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΙΜΗ ΗΜΙ-ΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η προσαρμόσιμη ημι-πλεονεκτική έρευνα είναι ο σημαντικότερος εκπρόσωπος των διαδικασιών πολλαπλών εκκινήσεων. Ο βασικός αλγόριθμος της μεθόδου περιλαμβάνει έναν κατασκευστικό ημι-πλεονεκτικό αλγόριθμο που ακολουθείται από μια τεχνική τοπικής έρευνας.

Ο ημι-πλεονεκτικός κατασκευαστικός αλγόριθμος είναι ένα αποτελεσματικό υβρίδιο των αλγορίθμων τυχαίας επιλογής και των πλεονεκτικών αλγορίθμων, με την έννοια ότι ενσωματώνει τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των δύο μεθόδων και κατά συνέπεια οδηγεί σε αρχικές λύσεις που υπόσχονται σημαντικές βελτιώσεις σε σχέση με τις μεθόδους αυτές από τις οποίες παράγονται. Έτσι, ο συνολικός αλγόριθμος πολλαπλών εκκινήσεων παράγει διαφοροποιημένες αρχικές λύσεις σε κάθε επανάληψη, ποιότητας αντίστοιχης με τους πλεονεκτικούς αλγορίθμους, με γρήγορη σύγκλιση, αποφυγή ασήμαντων τοπικών ακροτάτων, καλύτερες κατά μέσο όρο λύσεις αλλά και συνολικά τοπικά βέλτιστα.

Ο ημι-πλεονεκτικός αλγόριθμος είναι ένας κατασκευαστικός αλγόριθμος με την έννοια ότι μια λύση κατασκευάζεται από τα στοιχεία του υποδείγματος του προβλήματος, προσθέτοντας σε μια αρχικά κενή μερική λύση ένα στοιχείο από αυτά που δεν έχουν ήδη επιλεγεί. Η επιλογή του στοιχείου που πρόκειται να προστεθεί προσδιορίζεται κατατάσοντας όλα τα υποψήφια προς επιλογή στοιχεία του υποδείγματος (αυτά που δεν έχουν ήδη επιλεγεί) σε μια *λίστα υποψηφίων στοιχείων C* με βάση μια πλεονεκτική συνάρτηση $g : C \rightarrow \Re$ που επιλέγεται κατάλληλα για το συγκεκριμμένο πρόβλημα αριστοποίησης. Η συνάρτηση αυτή επιμετρά το (μυωπικό) όφελος επιλογής του κάθε στοιχείου. Ο αλγόριθμος αυτός είναι προσαρμοστικός επειδή τα οφέλη που προκύπτουν από την προσθήκη κάθε διαφορετικού στοιχείου επικαιροποιούνται σε κάθε επανάληψη της κατασκευαστικής φάσης έτσι ώστε να απεικονίζουν τις αλλαγές που δημιουργούνται από την επιλογή του προηγούμενου στοιχείου στη λύση. Η σημαντική αλλαγή σε σχέση με τον πλεονεκτικό αλγόριθμο είναι η στοχαστική συνιστώσα αυτού, που χαρακτηρίζεται από την τυχαία επιλογή ενός από τα καλύτερα υποψήφια στοιχεία προς επιλογή της λίστας υποψηφίων στοιχείων, *C*, και σίγουρα όχι αναγκαστικά του καλύτερου με βάση την πλεονεκτική συνάρτηση. Η λίστα των καλύτερων υποψηφίων λύσεων καλείται *λίστα περιορισμένων υποψήφιων στοιχείων*, *RCL*. Αυτή η τεχνική επιλογής επιτρέπει την αποκάλυψη διαφορετικών λύσεων σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας πολλαπλών εκκινήσεων, χωρίς να μειώνει τον προσαρμοστικό χαρακτήρα της πλεονεκτικής συνιστώσας της έρευνας. Ένας ψευδοκώδικας που περιγράφει τη λειτουργία του ημι-πλεονεκτικού αλγορίθμου είναι ο παρακάτω.

Θέσε $x = \varnothing$
Αρχικοποίησε τη λίστα υποψηφίων στοιχείων C
Επανάλαβε
    Κατέταξε τα στοιχεία της C με βάση την τιμή της g
    Σχημάτισε τη λίστα RCL, τοποθετώντας σε αυτήν τα k πρώτα στοιχεία της κατάταξης
    Επέλεξε ένα στοιχείο s, τυχαία, από την RCL
    Συμπλήρωσε $x = x \cup \{s\}$
    Επικαιροποίησε τη λίστα C
Μέχρι να συμπληρωθεί μια πλήρης λύση

Εκτός από τον παραπάνω ορισμό, μια εναλλακτική αλλά και αρκετά αποδοτική ισοδύναμη περιγραφή του ημι-πλεονεκτικού αλγορίθμου μπορεί να δωθεί με την εισαγωγή μιας παραμέτρου του συστήματος $\alpha \in [0,1]$. Η παράμετρος *α* μπορεί να δημιουργήσει τη λίστα περιορισμένων υποψήφιων στοιχείων με βάση τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές της πλεονεκτικής συνάρτησης των στοιχείων του *C*. Στην περίπτωση αυτή ένας ψευδοκώδικας που περιγράφει τη λειτουργία του ημι-πλεονεκτικού αλγορίθμου είναι ο παρακάτω.

Θέσε $x = \varnothing$
Αρχικοποίησε τη λίστα υποψηφίων στοιχείων C
Επανάλαβε
    $\underline{s} = min\{g(t)/t \in C\}$
    $\overline{s} = max\{g(t)/t \in C\}$
    Σχημάτισε τη λίστα $RCL = \{s \in C/g(s) \le \underline{s} + \alpha(\overline{s} - \underline{s})\}$
    Επέλεξε ένα στοιχείο s, τυχαία, από την RCL
    Συμπλήρωσε $x = x \cup \{s\}$
    Επικαιροποίησε τη λίστα C
Μέχρι να συμπληρωθεί μια πλήρης λύση

Η παράμετρος *α* ελέγχει το ποσοστό της πλεονεκτικότητας και της τυχαιότητας στον αλγόριθμο. Συγκεκριμμμένα, τιμές του *α* ίσες με μηδέν αντιστοιχούν σε διαδικασίες πλεονεκτικής κατασκευής, ενώ τιμές του ίσες με τη μονάδα σε διαδικασίες τυχαίας επιλογής.

Ο αλγόριθμος προσαρμοσμένης ημι-πλεονεκτικής έρευνας χρησιμοποιεί κάποιον αλγόριθμο τοπικής έρευνας για τη φάση της καλυτέρευσης της λύσης που δημιουργήθηκε από την κατασκευαστική φάση. Η χρησιμοποιούμενη τεχνική τοπικής έρευνας, είναι σημαντικό να εμπεριέχει ιδιότητες που να συνδέονται με την αποτελεσματική έρευνα του χώρου των λύσεων, ενώ είναι επιθυμητές κάποιες ιδιότητες που να συνδέονται με διαδικασίες διαφοροποίησης και εντατικοποίησης. Στην περίπτωση αυτή, σαν τεχνικές τοπικής έρευνας μπορεί να νοηθεί οποιαδήποτε αυτούσια τεχνική τοπικής έρευνας ή και υβρίδια αυτών.

Είναι γενικά δύσκολο να αναλυθεί ακριβώς η ποιότητα των τιμών των λύσεων που μπορεί να αποκαλυφθούν με τη βοήθεια του αλγορίθμου προσαρμοσμένης ημι-πλεονεκτικής έρευνας. Παρά ταύτα, διαισθητικά η τεχνική αυτή μπορεί να θεωρηθεί σαν μια διαδικασία επαναληπτικής δειγματοληψίας. Σε κάθε επανάληψη παράγεται δειγματοληπτικά μια λύση από μιαν άγνωστη κατανομή όλων των υποψήφιων λύσεων. Η μέση τιμή και η διασπορά της κατανομής αυτής είναι συναρτήσεις της περιορισμένης φύσης της λίστας υποψήφιων στοιχείων. Αν, για παράδειγμα, το μέγεθος της λίστας περιορισμένων υποψήφιων στοιχείων είναι ίσο με τη μονάδα, τότε μόνον μια λύση μπορεί να επιλεγεί και η μέση τιμή των στοιχείων της λίστας είναι ίση με την τιμή της πλεονεκτικής συνάρτησης του στοιχείου αυτού, ενώ η διασπορά είναι ίση με μηδέν. Αν το μέγεθος της λίστας περιορισμένων υποψηφίων στοιχείων, δοθείσης της πλεονεκτικής συνάρτησης στην περίπτωση αυτή, η μέση τιμή των αντικειμενικών συναρτήσεων των στοιχείων της λίστας μπορεί να είναι καλή, αλλά πιθανά θα οδηγήσει γρήγορα σε τοπικό ελάχιστο. Αν το μέγεθος της λίστας περιορισμένων υποψηφίων στοιχείων είναι αρκετά μεγαλύτερο, μπορεί να παραχθούν αρκετές διαφοροποιημένες λύσεις για το πρόβλημα, που σημαίνει μεγαλύτερη διασπορά και μεγαλύτερες πιθανότητες αποκάλυψης καλών λύσεων. Στην περίπτωση αυτή η αυστηρότητα της πλεονεκτικότητας του αλγορίθμου θα είναι αρκετά χαλαρή με αποτέλεσμα η μέση τιμή των αντικειμενικών συναρτήσεων των στοιχείων να είναι περισσότερο διαφοροποιημένη από την καλύτερη δυνατή. Παρά ταύτα, διαισθητικά με βάση τη στατιστική και το γεγονός ότι τα παραγόμενα δείγματα κατατάσονται τυχαία, η καλύτερη τιμή του δείγματος θα πρέπει να είναι αρκετά καλύτερη από τη μέση τιμή αυτού, δηλαδή την τιμή που φυσιολογικά αναμένεται από την τυχαία δειγματοληψία.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου της προσαρμοσμένης ημι-πλεονεκτικής έρευνας είναι και η ευκολία με την οποία μπορεί να εφαρμοστεί, δεδομένου του μικρού αριθμού παραμέτρων που εμπλέκονται και πρέπει να καθοριστούν. Κατά συνέπεια τέτοιες διαδικασίες συνήθως αντιστοιχούν σε υπολογιστικούς κώδικες που χρησιμοποιούν αποδοτικά τις δομές δεδομένων των στοιχείων και κατά συνέπεια διέπονται από χαμηλό υπολογιστικό κόστος.

ΠΡΟΣΘΗΚΕΣ ΣΤΟ ΒΑΣΙΚΟ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ

Ένας σημαντικός αριθμός από προσθήκες στο βασικό αλγόριθμο προσαρμοσμένης ημι-πλεονεκτικής έρευνας έχουν προταθεί για την καλύτερη απόδοση αυτού. Οι περισσότερες σχετίζονται με προσπάθειες εκμετάλλευσης των καλών λύσεων που έχουν ήδη αποκαλυφθεί σε προηγούμενες επαναλήψεις, την μεροληπτική επιλογή των στοιχείων από την λίστα περιορισμένων υποψηφίων στοιχείων και την χρήση τοπικής έρευνας κατά την κατασκευαστική φάση του ημι-πλεονεκτικού αλγορίθμου. Οι σημαντικότερες παρουσιάζονται παρακάτω.

Σύζευξη λύσεων. Η μέθοδος αυτή προσπαθεί να εκμεταλλευτεί τις καλές λύσεις που έχουν αποκαλυφθεί από προηγούμενες διαδικασίες έρευνας μέσω της επαναληπτικής διαδικασίας του αλγορίθμου πολλαπλών εκκινήσεων. Η διαδικασία της σύζευξης λύσεων μπορεί να λάβει χώρα μετά από τη σειρά των φάσεων κατασκευής και καλυτέρευσης λύσης και μετά από κάποιο αριθμό επαναλήψεων του βασικού αλγορίθμου. Στην περίπτωση αυτή, ένα μικρό σύνολο από λύσεις υψηλής ποιότητας του προβλήματος αποθηκεύονται κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του αλγορίθμου με σκοπό να χρησιμοποιηθούν σαν κατευθυντήριες λύσεις της διαδικασίας σύζευξης λύσεων. Κάθε επανάληψη του αλγορίθμου παράγει μια τοπικά άριστη λύση x^*. Μια λύση y^* επλέγεται τυχαία από το σύνολο των εκλεκτών λύσεων και μια σειρά από διαδοχικές αλλαγές των στοιχείων της x^* οδηγεί τη λύση αυτή στην y^*. Με τον τρόπο αυτό, οι δύο λύσεις έχουν συζευχθεί. Οι αλλαγές που λαμβάνουν χώρα αντιστοιχούν σε αντικαταστάσεις των στοιχείων της x^* βήμα-βήμα και στοιχείο-στοιχείο μέχρις ότου οδηγηθούμε στην y^*. Για παράδειγμα, αν $x^*=(1,0,0,0)$ και $y^*=(0,1,0,1)$, τότε οι αλλαγές που οδηγούν στη ζέυξη των δύο λύσεων που πρεέπει να συνδεθούν, x^* και y^*, είναι οι $x^* = (1,0,0,0) \rightarrow (0,0,0,0) \rightarrow (0,1,0,0) \rightarrow (0,1,0,1) = y^*$. Κάθε μία από τις προκύπτουσες ενδιάμεσες λύσεις συγκρίνεται για την εξακρίβωση της ποιότητας της σε σχέση με αυτές που τη δημιούργησαν και με την καλύτερη που έχει βρεθεί κατά την έρευνα.

Μακροπρόθεσμη Μνήμη. Η σημαντικότερη τεχνική που εμπλέκει τη χρήση μακροπρόθεσμης μνήμης σε διαδικασίες πολλαπλών εκκινήσεων διαμορφώνει και επικαιροποιεί ένα σύνολο εκλεκτών λύσεων, S, σε σχέση με την ποιότητα της αντικειμενικής συνάρτησης των λύσεων, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τη διαδικασία κατασκευής της αρχικής λύσης. Μια λύση που αποκαλύπτεται από την επαναληπτική διαδικασία των πολλαπλών εκκινήσεων, s, μπορεί να χαρακτηριστεί σαν εκλεκτή και κατά συνέπεια να ενταχθεί στο σύνολο S όταν είναι καλύτερη ποιοτικά από την ήδη υπάρχουσα καλύτερη λύση του συνόλου, ή καλύτερη από τη χειρότερη λύση που περιλαμβάνει αυτό και αρκετά διαφορετική από όλες τις υπόλοιπες λύσεις που υπάρχουν ήδη. Για την ένταξη μιας λύσης μπορεί για παράδειγμα να καταμετρηθούν τα κοινά πανομοιότυπα στοιχεία των λύσεων που ήδη υπάρχουν και να εκτιμηθεί ένα κατώφλιο αποδοχής για την καινούργια λύση. Έτσι μια *ισχυρά αμετάβλητη λύση* περιλαμβάνει ένα σύνολο στοιχείων που δεν μπορεί να αλλάξουν χωρίς αυτή η αλλαγή να μην συνοδεύεται από μια αντίστοιχη σημαντική αλλαγή στην αντικειμενική συνάρτηση της λύσης ή τη σημαντική διαφοροποίηση των συσχετισμών των υπολοίπων συνόλων στοιχείων. Μια *συνεπής λύση* είναι κάποια που ενσωματώνει τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των περισσότερων της πλειοψηφίας του συνόλου των εκλεκτών λύσεων. Η *συνάρτηση εντατικοποίησης*, $I(e)$, μιας λύσης e είναι το σημαντικότερο μέτρο του ισχυρά αμετάβλητου ή συνεπούς χαρακτήρα μιας λύσης σε σχέση με το σύνολο των εκλεκτών λύσεων, δηλαδή η τιμή της συνάρτησης $I(e)$ πρέπει να γίνεται μεγαλύτερη όσο η λύση e ομοιάζει με τις λύσεις που ήδη υπάρχουν στο σύνολο των εκλεκτών λύσεων. Η συνάρτηση εντατικοποίησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην κατασκευαστική φάση του αλγορίθμου με κάποιον συγκεκριμένο τρόπο. Αν $g(e)$ είναι μια πλεονεκτική συνάρτηση, εισάγεται η συνάρτηση $E(e)=F(g(e),I(e))$ σαν ένα υβρίδιο των συναρτήσεων πλεονεξίας και εντατικοποίησης. Μια απεικόνιση της καινούργιας συνάρτησης F είναι και η $E(e)=\lambda g(e)+I(e)$, όπου εισάγεται μια καινούργια μεταβλητή λ. Το σχήμα εντατικοποίησης που χρησιμοποιείται εισάγει μια διάσταση μεροληψίας στην επιλογή των στοιχείων από το σύνολο RCL. Η μεροληψία αυτή μπορεί να ποσοτικοποιηθεί για τα στοιχεία e που έχουν μια υψηλή τιμή για τη συνάρτηση $E(e)$ εισάγοντας μια πιθανότητα επιλογής για την επιλογή ενός στοιχείου e σύμφωνα με τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(e) = E(e) / \sum_{s \in RCL} E(s)$. Επιπρόσθετα, η συνάρτηση $E(e)$ μπορεί να μεταβάλλεται από επανάληψη σε επανάληψη με κατάλληλη αλλαγή του λ, θέτοντας για παράδειγμα υψηλές τιμές για την παράμετρο αυτή στα αρχικά στάδια του αλγορίθμου και κατάλληλα υποβιβάζοντας την όταν απαιτείται να εισαχθεί ο αλγόριθμος σε μια φάση διαφοροποίησης.

Αντιδραστική Προσαρμόσιμη Ημι-Πλεονεκτική Έρευνα. Στην περίπτωση αυτή η Προσαρμόσιμη Ημι-Πλεονεκτική Έρευνα συνοδεύεται από τεχνικές που βοηθούν στην αντίδραση του αλγορίθμου για λύσεις που παράγονται από διαφορετικές τιμές της παραμέτρου α του αλγορίθμου και αναζητούν την προσαρμογή της τιμής της μεταβλητής αυτής σε κάποιο συγκεκριμένο σύνολο τιμών έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ένα ικανοποιητικό επίπεδο πλεονεξίας και τυχαιότητας. Στην περίπτωση αυτή, η τιμή της παραμέτρου α μπορεί να επιλεγεί από ένα διακριτό σύνολο τιμών $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m\}$. Εισάγεται επίσης η διακριτή κατανομή πυκνότητας πιθανότητας για την επιλογή ενός στοιχείου α_k από το σύναλο αυτό σαν $p(\alpha_k)$ για κάθε $k=1,2,...,m$. Ο αλγόριθμος θα αλλάζει προσαρμοστικά το σύνολο των τιμών των πιθανοτήτων $\{p(\alpha_1), p(\alpha_2), ..., p(\alpha_m)\}$ έτσι ώστε να προτιμώνται αναβαθμισμένες ποιοτικά λύσεις. Ας εξετάσουμε την εφαρμογή του αλγορίθμου σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Αρχικά οι τιμών των πιθανοτήτων μπορούν να θεωρηθούν ίσες και μάλιστα για να εξασφαλίζεται η συνθήκη της κανονικοποίησης θα πρέπει $p(\alpha_k)=1/m$ για κάθε $k=1,2,...,m$ έτσι ώστε οι αντίστοιχες τιμές να επιλέγονται ομοιόμορφα. Για να επανεκτιμηθούν οι τιμές των πιθανοτήτων, ορίζεται σαν $F(S^*)$ η τιμή της καλύτερης λύσης που έχει βρεθεί μέχρι κάποια επανάληψη και A_i η μέση τιμή των αντικειμενικών συναρτήσεων των λύσεων που αντιστοιχούν σε κάθε παράμετρο α_i. Στην περίπτωση αυτή είναι απαραίτητη η εκτέλεση ενός αρχικού αριθμού επαναλήψεων του αλγορίθμου έτσι ώστε να αρχικοποιηθούν οι τιμές των A_i. Περιοδικά (για παράδειγμα κάθε N_α επαναλήψεις) οι ποσότητες $q_i = (F(S^*)/A_i)^\delta$ υπολογίζονται και οι αντίστοιχες πιθανότητες $p(\alpha_i) = q_i / \sum_{j=1}^{m} q_j$ επικαιροποιούνται για κάθε $i=1,2,...,m$. Με τον τρόπο αυτόν, όσο πιο κατάλληλη είναι η τιμή της α_i, τόσο μεγαλύτερη η τιμή της q_i και τόσο μεγαλύτερη η τιμή της πιθανότητας $p(\alpha_i)$, κάνοντας έτσι το α_i πιο πιθανό να επιλεγεί. Η παράμετρος δ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μέτρο εξασθένησης της επιλογής.

Αρχή Προοδευτικής Εξομάλυνσης. Η αρχή αυτή βασίζεται στη γενικότερη ιδέα ότι «οι καλές λύσεις σε κάποιο επίπεδο είναι πολύ πιθανόν να βρεθούν πολύ κοντά σε καλές λύσεις κάποιου άλλου επιπέδου». Στην περίπτωση αυτή μια σημαντική ιδέα είναι και αυτή κατά την οποία οι «ατέλειες» που μπορεί να εμφανιστούν κατά την κατασκευαστική φάση της Προσαρμοσμένης Ημι-Πλεονεκτικής Έρευνας μπορεί να αμβλυνθούν εφαρμόζοντας τη φάση της βελτίωσης της λύσης κατά τη διάρκεια (και όχι μόνον στο τέλος) της κατασκευαστικής φάσης. Συνήθως, για λόγους απόδοσης του αλγορίθμου οι πρακτικές εφαρμογές αυτής της τακτικής απαιτούν την εφαρμογή της τοπικης έρευνας σε ορισμένα μόνον σημεία της κατασκευαστικής φάσης και όχι σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου κατασκευής.

Προσαρμόσιμη Επιλογή. Έχει παρατηρηθεί ότι η μέθοδος της Προσαρμόσιμης Ημι-Πλεονεκτικής Έρευνας με συγκεκριμένη σταθερή τιμή του α του συνόλου *RCL*, δεν μπορεί να συγκλίνει ασυμπτωτικά σε παγκόσμιο άριστο. Πράγματι, κατά τη διάρκεια της κατασκευής μιας λύσης, μια σταθερή τιμή αυτής της παραμέτρου μπορεί να αποκλείσει ένα υποψήφιο στοιχείο που μπορεί να είναι παρόν σε όλες τις καλές λύσεις που έχουν βρεθεί μέχρι τότε. Έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι για να επιλύσουν δυσλειτουργίες του αλγορίθμου σε σχέση με το πρόβλημα αυτό. Η πιο απλή τεχνική είναι προφανώς η χρήση μιας τυχαίας επιλεγόμενης τιμής του *α* στο διάστημα *[0,1]* στην αρχή κάθε επανάληψης του κατασκευαστικού αλγορίθμου. Η τιμή αυτή χρησιμοποιείται αυτούσια για κάθε φάση του κατασκευαστικού αλγορίθμου κάθε επανάληψης. Εναλλακτικά, είναι δυνατή η εισαγωγή μιας μεροληπτικής συνάρτησης για την επιλογή ενός νέου στοιχείου από το σύνολο *RCL*. Κατά τη διάρκεια της κατασκευαστικής φάσης, τα στοιχεία του συνόλου υποψήφιων στοιχείων *C* ιεραρχούνται με βάση κάποια πλεονεκτική συνάρτηση. Μια μεροληπτική τιμή *bias(r)* αντιστοιχίζεται στο στοιχείο *r* του συνόλου. Αρκετές τέτοιες συναρτήσεις έχουν προταθεί (λογαριθμική μεροληψία, $bias(r) = 1/\log r + 1$, γραμμική μεροληψία, $bias(r) = 1/r$, πολυωνυμική μεροληψία, $bias(r) = 1/r^n$, εκθετική μεροληψία, $bias(r) = 1/e^r$, τυχαία μεροληψία, $bias(r) = 1$). Κατά την κατασκευαστική φάση, η πιθανότητα επιλογής το στοιχείο *r* από το σύνολο των υποψηφίων στοιχείων είναι $bias(r) / \sum_{i=1}^{/C/} bias(i)$.

Υβριδικές Μέθοδοι. Έχει γίνει γενικότερα αποδεκτό ότι ο συνδυασμός μιας κατασκευαστικής φάσης όπως αυτής της διαδικασίας της Προσαρμοσμένης Ημι-Πλεονεκτικής Έρευνας με μια εξελιγμένη στρατηγική τοπικής έρευνας μπορεί να δώσει αποτελέσματα υψηλής ποιότητας. Στην περίπτωση αυτή μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές προμοιωμένης ανόπτησης και απαγορευμένης έρευνας, χωρίς να αποκλείονται και εξελικτικοί αλγόριθμοι, όπως οι γενετικοί. Στην περίπτωση της προσομοιωμένης ανόπτησης θα πρέπει η αρχική θερμοκρασία του αλγορίθμου να είναι χαμηλή για να παραμένουν οι λύσεις που παράγονται κοντά στη γειτονιά της κατασκευασμένης λύσης από την φάση κατασκευής του αλγορίθμου.

6

Απαγορευμενη Ερευνα

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Η ανάδειξη της αναγκαιότητας της μνήμης στην τοπική έρευνα και η σύνδεση της με αιτιοκρατικούς αλγορίθμους επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η *απαγορευμένη έρευνα* είναι αλγόριθμος που ανήκει στην οικογένεια των μεταευρετικών αλγορίθμων και θεωρείται από τους κορυφαίους, διότι εφαρμόζεται σε όλα τα προβλήματα της διακριτής βελτιστοποίησης και δίνει τα καλύτερα υπολογιστικά αποτελέσματα. Αυτή η σημαντικά καλή συμπεριφορά του αλγόριθμου δεν μπορεί να εξηγηθεί επίσημα, αφού δεν υπάρχει ακριβής απόδειξη σύγκλισης. Ο ίδιος ο αλγόριθμος απαγορευμένης έρευνας προέρχεται από τις κλασσικές μεθόδους καθόδου της τοπικής έρευνας, με την έννοια ότι ερευνάται σε βάθος η γειτονιά μιας τρέχουσας λύσης για την αποκάλυψη του βέλτιστου γείτονα, αλλά δεν τερματίζεται η έρευνα όταν αυτός είναι χειρότερος από την τρέχουσα λύση. Απεναντίας, ο γείτονας αυτός γίνεται δεκτός αλλά προσημειώνεται η κίνηση επαναφοράς του γείτονα αυτού στην αρχική λύση σαν απαγορευμένη για κάποιον αριθμό επαναλήψεων.

Η απαγορευμένη έρευνα διαθέτει κάποια βασικά εργαλεία βελτιστοποίησης. Μια πλειάδα ερευνητών έχουν χρησιμοποιήσει, ο καθένας με το δικό του σκεπτικό, αυτά τα εργαλεία για να κατασκευάσουν τους δικούς τους αλγόριθμους απαγορευμένης έρευνας ή έχουν χρησιμοποιήσει την απαγορευμένη έρευνα σε συνδυασμό με άλλες ευρετικές μεθόδους για την επίτευξη ενός καλύτερου αποτελέσματος. Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές της απαγορευμένης έρευνας όπου οι διαφορές τους οφείλονται στον τρόπο χρήσης των τεχνικών βελτιστοποίησης και στον τύπο του προβλήματος που πρόκειται να επιλύσουν. Οι αλγόριθμοι απαγορευμένης έρευνας έχουν οδηγήσει σήμερα σε νέες βάσεις και διαστάσεις τη διαδικασία έρευνας του χώρου των λύσεων μιας και οι παραλλαγές τους αποτελούν την πλέον σημαντική περιοχή των εξελικτικών αλγορίθμων. Με βεβαιότητα μπορεί κάποιος σήμερα να πει ότι για κάποια δεδομένη λύση του προβλήματος αριστοποίησης, οι αλγόριθμοι απαγορευμένης έρευνας είναι οι περισσότερο αποτελεσματικοί για τη διαδικασία έρευνας της ευρύτατης γειτονιάς τους.

ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΙΜΗ ΜΝΗΜΗ

Το βασικό χαρακτηριστικό της απαγορευμένης έρευνας είναι η *προσαρμόσιμη μνήμη*. Η μνήμη είναι γενικότερα διαδικασίες συγκράτησης της ιστορίας της έρευνας. Υπάρχουν αλγόριθμοι που δεν έχουν καθόλου μνήμη και άλλοι που έχουν αυστηρή μνήμη που είναι τυπικό χαρακτηριστικό των αλγόριθμων ακριβούς επίλυσης των προβλημάτων αριστοποίησης. Η χρήση της προσαρμόσιμης μνήμης αποσκοπεί βασικά στον απεγκλωβισμό από τα τοπικά ελάχιστα, ενώ παράλληλα ενεργοποιεί μια διαδικασία για την οικονομικότερη υπολογιστικά και αποτελεσματικότερη έρευνα του χώρου λύσεων. Τα ιστορικά δεδομένα που συλλέγονται κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης του χώρου λύσεων αποθηκεύονται στην προσαρμόσιμη μνήμη και ανανεώνονται δυναμικά. Πρέπει να τονιστεί ότι στην προσαρμόσιμη μνήμη αποθηκεύεται και η σειρά με την οποία εξετάζονται οι λύσεις και όχι ξεχωριστά κάθε μία λύση. Επομένως αποθηκεύεται η *πορεία* που ακολουθεί η έρευνα. Βάσει λοιπόν αυτών των δεδομένων γίνεται πλέον στρατηγική και αιτιοκρατική εξερεύνηση του χώρου λύσεων και όχι στοχαστική εξερεύνηση. Το πλεονέκτημα που προκύπτει από αυτή την τακτική είναι ότι ακόμη και μια χαμηλής ποιότητας στρατηγική επιλογή μπορεί να επιφέρει καλύτερα αποτελέσματα από μια υψηλής ποιότητας στοχαστική επιλογή. Σε ένα σύστημα που χρησιμοποιεί μνήμη, μια χαμηλής ποιότητας επιλογή βασισμένη σε μια αντίστοιχη στρατηγική, μπορεί να αποφέρει χρήσιμες πληροφορίες για το πως αυτή η στρατηγική αυτή μπορεί να βελτιωθεί και να δώσει τελικά καλύτερα αποτελέσματα στο μέλλον. Ο απώτερος στόχος της χρήσης της προσαρμόσιμης μνήμης είναι κατά συνέπεια η αυτόματη εκμάθηση του αλγόριθμου, δηλαδή η προσθήκη ευφυών στοιχείων σε αυτόν.

ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΝΗΜΗΣ

Η προσαρμόσιμη μνήμη στην απαγορευμένη έρευνα έχει τέσσερις συνιστώσες αξιολόγησης. Αυτές αναφέρονται στην *εγγύτητα*, στη *συχνότητα*, στην *ποιότητα* και στην *επενέργεια*. Και οι τέσσερις συνιστώσες αξιολόγησης χρησιμοποιούνται για να αξιολογήσουν την κάθε λύση που έχει βρεθεί από τον αλγόριθμο. Η αξιολόγηση περιλαμβάνει κίνητρα ή ποινές για την επανεξέταση ή μη, αντιστοίχως, της λύσης και της γειτονιάς της.

Η εγγύτητα χρησιμοποιείται για την εφαρμογή της *απαγορευμένης λίστας*, που είναι και το βασικό εργαλείο βελτιστοποίησης του αλγόριθμου και περιγράφεται παρακάτω. Γενικά στην εγγύτητα αποθηκεύονται δεδομένα για το πόσο πρόσφατα έχει βρεθεί μια λύση και στη συχνότητα για το πόσο συχνά εξετάζεται η λύση αυτή. Οι δύο αυτές διαστάσεις θεωρούνται συμπληρωματικές η μια προς την άλλη και ο συνδυασμός τους οδηγεί σε καλύτερα υπολογιστικά αποτελέσματα.

Η ποιότητα χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει το πόσο καλή είναι μια λύση που έχει βρεθεί κατά τη διάρκεια εφαρμογής του αλγόριθμου. Αξιολογεί τα στοιχεία που απαντώνται στις καλές λύσεις ή σε μονοπάτια που οδηγούν σε τέτοιες λύσεις. Κατόπιν, ανάλογα με την αξιολόγηση δίνονται κίνητρα ή ποινές για κινήσεις που οδηγούν σε καλές ή κακές λύσεις αντίστοιχα.

Η επενέργεια αξιολογεί την επίδραση που έχουν οι αποφάσεις, οι οποίες έχουν ληφθεί κατά τη διάρκεια της έρευνας στην ποιότητα και στη δομή του δρόμου που ακολουθείται (από μια άποψη η ποιότητα μπορεί να θεωρηθεί μια ειδική μορφή της επενέργειας). Συγκεκριμένα η πορεία που ακολουθείται μετά από την επίσκεψη μιας λύσης καταγράφεται και αξιολογείται ανάλογα με τις περιοχές του χώρου λύσεων που οδηγείται η έρευνα.

Ο κύριος στόχος της προσαρμόσιμης μνήμης λοιπόν είναι η αυτοεκμάθηση. Με την έναρξη του αλγόριθμου αρχίζει η αποθήκευση πληροφοριών και δεδομένων βάσει των τεσσάρων συνιστωσών αξιολόγησης της προσαρμόσιμης μνήμης. Όσο προχωράει η επαναληπτική διαδικασία αρχίζει να δημιουργείται μια βάση δεδομένων για το παρελθόν της έρευνας. Τα στοιχεία αυτής της βάσης χρησιμοποιούνται για την αυτοεκμάθηση του αλγόριθμου και την κατάστρωση στρατηγικού πλέον σχεδίου για την αποτελεσματικότερη εξερεύνηση του χώρου λύσεων.

ΒΡΑΧΥΠΡΟΘΕΣΜΗ ΚΑΙ ΜΑΚΡΟΠΡΟΘΕΣΜΗ ΜΝΗΜΗ

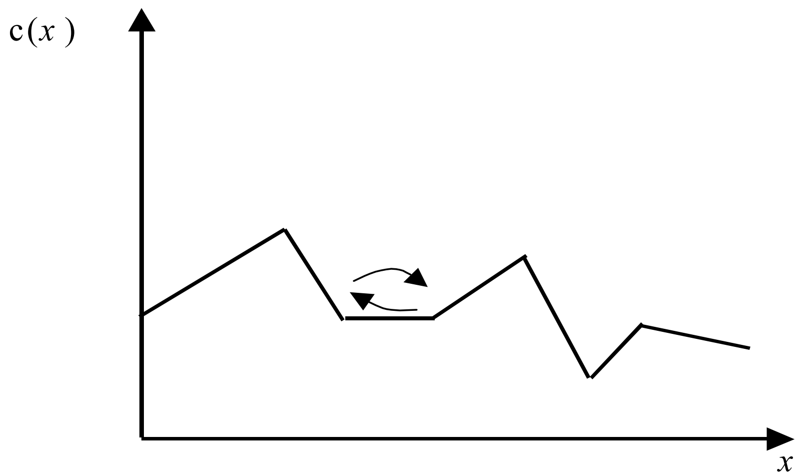
Ένας διαχωρισμός που γίνεται στην προσαρμόσιμη μνήμη είναι αυτός που αφορά τη διάρκεια της. Η προσαρμόσιμη μνήμη μπορεί να χαρακτηριστεί *βραχυπρόθεσμη* ή *μακροπρόθεσμη*. Στη βραχυπρόθεσμη μνήμη ανήκουν τα δεδομένα που αφορούν το πρόσφατο παρελθόν της έρευνας και προέρχονται κυρίως από την εγγύτητα. Αυτά τα δεδομένα συνήθως ποινολογούνται. Στην μακροπρόθεσμη μνήμη ανήκουν τα δεδομένα που αφορούν το πιο μακρινό παρελθόν και προέρχονται από τις άλλες διαστάσεις της μνήμης. Τα δεδομένα αυτά συνήθως πριμοδοτούνται. Η βελτιστοποίηση στην απαγορευμένη έρευνα επιτυγχάνεται κυρίως με την εκμετάλλευση της βραχυπρόθεσμης μνήμης, ενώ ο συνδυασμός της με την μακροπρόθεσμη μνήμη συμβάλλει στην εξαγωγή καλύτερων αποτελεσμάτων. Το αποτέλεσμα της χρήσης και των δύο αυτών μορφών της προσαρμόσιμης μνήμης είναι η τροποποίηση της γειτονιάς κάθε λύσης σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας. Η βραχυπρόθεσμη μνήμη συνήθως ποινολογεί κάποιες λύσεις με αποτέλεσμα να τις εξαιρεί από την γειτονιά της παρούσας λύσης, ενώ η μακροπρόθεσμη μήμη συνήθως δίνει κίνητρα για την εξέταση λύσεων που δεν έχουν ακόμη εξερευνηθεί με αποτέλεσμα να τις συμπεριλαμβάνει στην γειτονιά της παρούσας.

Η προσαρμόσιμη μνήμη μπορεί να είναι *ακριβής* ή *περιγραφική*. Η ακριβής μνήμη αποθηκεύει ολόκληρες τις λύσεις ενώ η περιγραφική μνήμη αποθηκεύει χαρακτηριστικά των λύσεων. Η αποθήκευση μιας ολόκληρης λύσης καταλαμβάνει σημαντικό χώρο στη μνήμη ενός υπολογιστή και η έρευνα ενός συνόλου ολοκλήρων λύσεων απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό χρόνο. Αντίθετα η περιγραφική μνήμη έχει πολύ μικρότερες υπολογιστικές απαιτήσεις αφού αποθηκεύει μόνο κάποια χαρακτηριστικά των λύσεων. Η αποθήκευση χαρακτηριστικών έχει και αυτή κάποια μειονεκτήματα που θα περιγραφτούν παρακάτω, όχι τόσο σημαντικά όμως όσο αυτά της αποθήκευσης ολοκλήρων λύσεων. Για αυτό ακριβώς το λόγο στην απαγορευμένη έρευνα χρησιμοποιείται κυρίως η περιγραφική προσαρμόσιμη μνήμη. Ένα χαρακτηριστικό μιας λύσης μπορεί να θεωρηθεί η μετατροπή που γίνεται σε αυτή μέσω μιας κίνησης, ή και η αντίστροφη της κίνησης αυτής.

ΒΑΣΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Η απαγορευμένη έρευνα είναι μια εξέλιξη του αλγόριθμου μέγιστης κατάβασης. Αυτός ο αλγόριθμος όμως καταλήγει σε τοπικό ελάχιστο και τερματίζεται. Στον αλγόριθμο μέγιστης κατάβασης επιλέγεται στοχαστικά (τυχαία) μια αρχική λύση. Κατόπιν επιλέγεται, από τη γειτονιά της λύσης, μια λύση που βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αντικαθιστά την παρούσα. Δηλαδή κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου επιτρέπονται μόνο οι κινήσεις που βελτιώνουν την αντικειμενική συνάρτηση. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου βρεθεί κάποια λύση, η οποία να είναι η καλύτερη από όλες τις υπόλοιπες της γειτονιάς της. Τότε ο αλγόριθμος τερματίζεται και η λύση αποτελεί τοπικό ελάχιστο. Μια άλλη έκδοση του παραπάνω αλγόριθμου είναι ο αλγόριθμος ταχίστης κατάβασης. Ομοίως επιλέγεται τυχαία μια αρχική λύση. Κατόπιν επιλέγεται η καλύτερη λύση της γειτονιάς της παρούσας και όχι κάποια που απλώς βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση. Δηλαδή κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου ερευνάται όλη η γειτονιά της παρούσας λύσης και επιλέγεται η καλύτερη της γειτονιάς ως η επόμενη λύση που θα επιλεγεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου βρεθεί παρούσα λύση που να είναι η καλύτερη της γειτονιάς της. Τότε ο αλγόριθμος τερματίζεται και η τελευταία λύση αποτελεί τοπικό ελάχιστο. Και οι δύο παραπάνω αλγόριθμοι καταλήγουν σε τοπικό ελάχιστο. Υπάρχει και μια μικρή πιθανότητα τα τοπικά ελάχιστα να αποτελούν παγκόσμια άριστα (καλύτερα υπολογιστικά αποτελέσματα δίνει ο αλγόριθμος ταχίστης κατάβασης, αλλά απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο, αφού εξερευνά ολόκληρη τη γειτονιά της παρούσας λύσης).

Η απαγορευμένη έρευνα δίνει την δυνατότητα απεγκλωβισμού από τοπικά ελάχιστα κάνοντας αποδεκτές και λύσεις που δεν βελτιώνουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επιπλέον, η απαγορευμένη έρευνα με τη βοήθεια της προσαρμόσιμης μνήμης του αλγορίθμου εμποδίζει την *κυκλικότητα*. Η κυκλικότητα είναι ένα φαινόμενο που λαμβάνει χώρα όταν η δομή της γειτονιάς είναι συμμετρική. Συγκεκριμένα θεωρούμε ότι s είναι η παρούσα λύση της συγκεκριμένης επανάληψης του προβλήματος αριστοποίησης, $N(s)$ η γειτονιά της, s' η υποψήφια επόμενη λύση και $N(s')$ η αντίστοιχη γειτονιά αυτής. Αν η λύση s ανήκει στην γειτονιά της επόμενης υποψήφιας λύσης $N(s')$ για κάθε s' που ανήκει στη $N(s)$, τότε υπάρχει περίπτωση να γίνει ανακύκλωση κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης της *N(s')* κατά την εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας. Αν το *s* είναι η καλύτερη λύση της *N(s')* τότε ο αλγόριθμος θα καταλήξει πάλι στο *s* και κατόπιν θα εναλλάσσεται μεταξύ των *s* και *s'*. Το φαινόμενο της κυκλικότητας παρουσιάζεται για χώρους μιας διάστασης στο Σχήμα 1. Η απαγορευμένη έρευνα ξεπερνά αυτό το πρόβλημα κάνοντας χρήση της εγγύτητας, η οποία αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό και εργαλείο βελτιστοποίησης του αλγορίθμου.



Σχήμα 1. Κυκλικότητα λύσεων στην Απαγορευμένη Έρευνα.

Ο βασικός αλγόριθμος της απαγορευμένης έρευνας περιγράφεται παρακάτω. Επιλέγεται τυχαία μια αρχική λύση *s* με κάποιο μηχανισμό έναρξης. Ελέγχονται όλες οι λύσεις που ανήκουν στην γειτονία της λύσης αυτής, *N(s)*, και επιλέγεται η καλύτερη λύση της γειτονιάς, *s'*, ως η επόμενη. Ακόμη και αν δεν υπάρχει καλύτερη λύση από την λύση *s* στη γειτονιά της αυτής, *N(s)*, επιλέγεται η αμέσως καλύτερη λύση από τη *s* (η *s* δηλαδή στη συγκεκριμένη περίπτωση αποτελεί τοπικό ελάχιστο και η επιλογή της αμέσως καλύτερης λύσης από την *s*, συντελεί στον απεγκλωβισμό του αλγόριθμου από αυτό το τοπικό ελάχιστο). Επειδή μια γειτονιά μπορεί να είναι πολύ μεγάλη για να ερευνηθεί διεξοδικά και αποτελεσματικά, σε πολλές εφαρμογές ερευνάται ένα υποσύνολο *N'(s)* της αρχικής γειτονιάς. Η *N'(s)* ονομάζεται και *υποψήφια λίστα*. Για την αποτροπή της ανακύκλωσης η απαγορευμένη έρευνα ενεργοποιεί την απαγορευμένη λίστα. Σε αυτή τη λίστα αποθηκεύονται οι τελευταίες *L* λύσεις που έχουν εξεταστεί κατά τη διάρκεια των τελευταίων *L* επαναλήψεων. Οι λύσεις αυτές χρίζονται *απαγορευμένες* και ο αριθμός *L* επιλέγεται σαν το μέγεθος της λίστας. Αν μια λύση *s'* ανήκει στη λίστα τότε η κίνηση $s \rightarrow s'$ απαγορεύεται για κάποιο συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων. Η ανανέωση της απαγορευμένης λίστας γίνεται δυναμικά. Οι λύσεις εισάγονται και εξάγονται από τη λίστα με το σύστημα εξαγωγής των πρώτων στοιχείων που εισήλθαν στη λίστα. Η αποθήκευση των λύσεων και η απαγόρευση της επανεξέτασής τους για κάποιο συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων απεγκλωβίζει την έρευνα από μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου λύσεων (και το αντίστοιχο τοπικό ελάχιστο) και την προωθεί σε νέες περιοχές του που δεν έχουν ακόμη ερευνηθεί. Αναφέρεται ότι οι καλύτερες τιμές για την παράμετρο *L* είναι μεταξύ των τιμών *5* και *12*, ανάλογα με το πρόβλημα. Πολλοί ερευνητές χρησιμοποιούν μεταβλητό μέγεθος στην απαγορευμένη λίστα στις εφαρμογές τους. Δηλαδή το μέγεθος της λίστας ποικίλει σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας. Η διαδικασία αυτή είναι προσαρμοστική. Αν δηλαδή κατά τη διαδικασία της έρευνας συνεχώς αποκαλύπτονται καλύτερες λύσεις, το μέγεθος της απαγορευμένης λίστας μπορεί να είναι μικρό επειδή είναι απίθανη η διαδικασία της κυκλικότητας. Αν οι καλύτερες λύσεις που αποκαλύπτονται είναι χειρότερες από τις τρέχουσες, η κυκλικότητα έχει σημαντικές πιθανότητες να εμφανιστεί, κατά συνέπεια, το μέγεθος της απαγορευμένης λίστας πρέπει να μεγαλώσει. Η διαδικασία αύξησης και ελάττωσης του μεγέθους της απαγορευμένης λίστας μπορεί να γίνει γραμμικά με τον αριθμό των επαναλήψεων, μεταξύ των δύο ακραίων τιμών αυτής. Το βασικό εργαλείο βελτιστοποίησης λοιπόν της απαγορευμένης έρευνας είναι η απαγορευμένη λίστα που υπάγεται στην ιδιότητα της εγγύτητας των λύσεων.

Στην πλειοψηφία των εφαρμογών της απαγορευμένης έρευνας δεν γίνεται αποθήκευση στην απαγορευμένη λίστα ολόκληρων των λύσεων, αλλά των χαρακτηριστικών τους για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικού χώρου και χρόνου. Ένα χαρακτηριστικό μιας λύσης θεωρείται η αντίστροφη κίνηση από την οποία προέκυψε η ίδια η λύση. Η αποθήκευση χαρακτηριστικών των λύσεων στην απαγορευμένη λίστα δεν εκπληρώνει σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις τον σκοπό για τον οποίο λειτουργεί, δηλαδή την αποτροπή της ανακύκλωσης. Επίσης είναι πιθανό η απαγορευμένη λίστα που αποθηκεύει χαρακτηριστικά και όχι ολόκληρες λύσεις, να είναι περισσότερο περιοριστική από ότι προορίζεται να είναι. Συγκεκριμένα είναι πιθανό να απαγορεύει τη μετάβαση σε λύσεις που δεν έχουν ακόμη εξεταστεί από τον αλγόριθμο. Παρακάτω παρουσιάζονται δύο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα χρήσης της απαγορευμένης λίστας σε κάποιο πρόβλημα αριστοποίησης.

(α) *Θεωρούμε έναν χώρο λύσεων X, ο οποίος είναι το σύνολο των ζευγών των διακεκριμένων στοιχείων του συνόλου A = {α, β, γ, δ, ε}. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζεται η πορεία των κινήσεων (μετασχηματισμών) που γίνονται στην εκάστοτε παρούσα λύση καθώς και τα χαρακτηριστικά της λύσης που χρίζονται απαγορευμένα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση αυτά είναι οι αντίστροφοι μετασχηματισμοί, οι μετασχηματισμοί δηλαδή αυτοί που οδηγούν στην αντικατάσταση μιας λύσης από τον γείτονα που παρήγαγε.*

Παρούσα λύση	*Κίνηση*	*Απαγορευμένη Λίστα*
$\alpha\beta$	$\beta \leftarrow \gamma$	$\gamma \leftarrow \beta$
$\alpha\gamma$	$\alpha \leftarrow \delta$	$\delta \leftarrow \alpha$ $\gamma \leftarrow \beta$
$\gamma\delta$	$\gamma \leftarrow \varepsilon$	$\varepsilon \leftarrow \gamma$ $\delta \leftarrow \alpha$ $\gamma \leftarrow \beta$
$\delta\varepsilon$	$\delta \leftarrow \gamma$	$\gamma \leftarrow \delta$ $\varepsilon \leftarrow \gamma$ $\delta \leftarrow \alpha$
$\gamma\varepsilon$		

Κίνηση θεωρείται η αντικατάσταση ενός εκ των δύο στοιχείων της λύσης από ένα άλλο, που ανήκει στο A (κατά συνέπεια η γειτονιά που δημιουργείται είναι το σύνολο όλων των πιθανών αντικαταστάσεων του *ενός εκ των δύο στοιχείων της λύσης από ένα άλλο που ανήκει στο Α). Ο συμβολισμός β ← γ σημαίνει ότι το β αντικαθίσταται από το γ. Ξεκινώντας από το αβ∈Χ και εκτελώντας διαδοχικά τις κινήσεις που παρατίθενται στη δεύτερη στήλη του Πίνακα καταλήγουμε στις λύσεις τις πρώτης στήλης. Η απαγορευμένη λίστα ανανεώνεται σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας, ενώ αν θεωρήσουμε ότι έχει μέγεθος 3 (L=3), τότε μόλις αυτή γεμίσει, το χαρακτηριστικό που έχει εισαχθεί πρώτο, είναι και το πρώτο που εξάγεται από αυτήν (συγκεκριμένα το γ←β). Όταν η διαδικασία φτάσει στην λύση δε, η κίνηση δ← γ επιτρέπεται, δεν επιτρέπεται όμως η κίνηση δ ← α που οδηγεί στη λύση αε, μια λύση που δεν έχει εξεταστεί στο παρελθόν. Σε αυτή τη περίπτωση η απαγορευμένη λίστα είναι πέραν το δέον περιοριστική. Δηλαδή δεν απαγορεύει την μετάβαση μόνο σε λύσεις που έχουν προσφάτως εξεταστεί (στο συγκεκριμένο παράδειγμα στις τρεις προηγούμενες επαναλήψεις αφού το μέγεθος της λίστας είναι 3), αλλά και σε λύσεις που δεν έχουν ακόμη εξεταστεί. Επομένως υπάρχει περίπτωση να χαθούν κάποιες πιθανώς αξιόλογες λύσεις. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιούνται τα κριτήρια υπέρβασης που περιγράφονται παρακάτω.*

(β) *Θεωρούμε έναν χώρο λύσεων Χ, ο οποίος είναι το σύνολο των τριάδων των διακεκριμένων στοιχείων του συνόλου Α = {α, β, γ, δ, ε}. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζεται η πορεία των κινήσεων (μετασχηματισμών) που γίνονται στην εκάστοτε παρούσα λύση καθώς και τα χαρακτηριστικά της λύσης που χρίζονται απαγορευμένα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση αυτά είναι οι αντίστροφοι μετασχηματισμοί. Όπως φαίνεται από τον Πίνακα αυτόν, η απαγορευμένη λίστα δεν είναι ικανή να αποτρέψει σε αυτή την περίπτωση την ανακύκλωση, αφού στο τέταρτο βήμα ο αλγόριθμος καταλήγει στην αρχική λύση αβγ. Σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα είναι πιθανό να ξεπεραστεί με αύξηση του μεγέθους της απαγορευμένης λίστας.*

Η απαγορευμένη λίστα χρησιμοποιείται με την περιγραφική της μορφή παρόλο που έχει αυτά τα μειονεκτήματα σε σχέση με την ακριβή της μορφή (αποθήκευση ολόκληρων των λύσεων). Όπως φαίνεται από το προηγούμενο παράδειγμα η απαγόρευση κάποιων λύσεων με ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό μπορεί να είναι περιοριστική με την έννοια του ότι εξαιρεί περισσότερες λύσεις από αυτές που έχουν χριστεί απαγορευμένες.

Παρούσα λύση	*Μετασχηματισμός*	*Απαγορευμένη Λίστα*
$\alpha\beta\gamma$	$\gamma \leftarrow \delta$	$\delta \leftarrow \gamma$
$\alpha\beta\delta$	$\beta \leftarrow \gamma$	$\gamma \leftarrow \beta$ $\delta \leftarrow \gamma$
$\alpha\gamma\delta$	$\delta \leftarrow \beta$	$\beta \leftarrow \delta$ $\gamma \leftarrow \beta$ $\delta \leftarrow \gamma$
$\alpha\beta\gamma$		

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΥΠΕΡΒΑΣΗΣ

Για να ξεπεραστούν αυτές οι ανεπιθύμητες συνέπειες ενεργοποιείται ένας μηχανισμός για την διαγραφή της απαγορευμένης κατάστασης μιας λύσης. Ο μηχανισμός αυτός ονομάζεται *κριτήρια υπέρβασης*. Ο μηχανισμός αυτός διαγράφει την απαγορευμένη κατάσταση μιας λύσης αν πληρούνται κάποιες συγκεκριμένες προϋπόθεσεις. Υπάρχουν διάφορα κριτήρια, αλλά το πιο κοινό και ουσιαστικό κριτήριο σχετίζεται με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Συγκεκριμένα αν μια λύση που βρίσκεται σε απαγορευμένη κατάσταση βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση, τότε το κριτήριο υπέρβασης δίνει την δυνατότητα διαγραφής της κατάστασης της και τη μετάβαση του αλγόριθμου σε αυτήν. Η βελτίωση στην περίπτωση αυτή είναι σε παγκόσμιο επίπεδο για την μέχρι τώρα έρευνα. Δηλαδή, η λύση που είναι απαγορευμένη, μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνον όταν η αντικειμενική συνάρτηση που συνδέεται με αυτήν είναι η καλύτερη που έχει αποκαλυφθεί από την έρευνα μέχρι το σημείο αυτό. Είναι σημαντικό να ξεκαθαριστεί ότι τα κριτήρια υπέρβασης δεν υποχρεώνουν την επιλογή συγκεκριμένων κινήσεων, αλλά απλά τις καθιστούν πάλι διαθέσιμες.

ΕΝΤΑΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Δύο βασικά συστατικά της Απαγορευμένης Έρευνας είναι οι στρατηγικές *εντατικοποίησης* και *διαφοροποίησης*. Η εντατικοποίηση επικεντρώνει την έρευνα στην περιοχή γύρω από την κάθε εξαιρετική λύση που έχει βρεθεί μέχρι στιγμής. Μπορεί επίσης να οδηγήσει την έρευνα στο να επιστρέψει σε ελκυστικές περιοχές (που περιέχουν καλές λύσεις) του χώρου λύσεων, για να γίνει πιο διεξοδική εξέτασή τους. Η εντατικοποίηση στηρίζεται στο γεγονός ότι η γειτονιά μιας εξαιρετικής λύσης είναι πιθανό να περιέχει ακόμη καλύτερες λύσεις, οι οποίες δεν εξετάστηκαν λόγω περιορισμών, ή λόγω εξέτασης ενός υποσυνόλου της γειτονιάς της εξαιρετικής λύσης και όχι ολόκληρης της γειτονιάς. Όπως προαναφέρθηκε, πολλές φορές εξετάζεται ένα υποσύνολο της γειτονιάς, όταν αυτή είναι πολύ μεγάλη για να ερευνηθεί αποτελεσματικά. Για την εφαρμογή της εντατικοποίησης χρησιμοποιείται η ακριβής μνήμη. Οι εξαιρετικές λύσεις αποθηκεύονται ολόκληρες για να είναι δυνατή η πρόσβαση σε αυτές οποιαδήποτε στιγμή που θα απαιτηθεί αυτό από την διαδικασία της εντατικοποίησης. Η εντατικοποίηση επίσης μπορεί να οδηγήσει σε καλές λύσεις, συνδυάζοντας στοιχειά των εξαιρετικών λύσεων. Τα δεδομένα για την εφαρμογή της εντατικοποίησης προέρχονται κυρίως από την ποιότητα και την επενέργεια.

Ο σκοπός της διαφοροποίησης είναι επίσης η ανεύρεση καλών λύσεων. Αυτό όμως επιτυγχάνεται με την ενεργοποίηση μιας τελείως διαφορετικής διαδικασίας από αυτήν της εντατικοποίησης. Η διαφοροποίηση προωθεί την έρευνα σε περιοχές του χώρου λύσεων, οι οποίες δεν έχουν προηγουμένως εξερευνηθεί. Συγκεκριμένα επιβάλλει ποινές σε λύσεις που έχουν εξεταστεί πολλές φορές και δίνει κίνητρα για την εξέταση περιοχών που δεν έχουν ακόμη εξερευνηθεί. Για την εφαρμογή της διαφοροποίησης είναι προφανές ότι χρησιμοποιείται κυρίως η συχνότητα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Το αναπόσπαστο συστατικό και εργαλείο βελτιστοποίησης οποιουδήποτε αλγόριθμου απαγορευμένης έρευνας είναι η απαγορευμένη λίστα. Η βελτιστοποίηση σε κάθε αλγόριθμο απαγορευμένης έρευνας στηρίζεται βασικά στην εγγύτητα και την βραχυπρόθεσμη μνήμη του και την λειτουργία της απαγορευμένης λίστας. Η απαγορευμένη λίστα όχι μόνο συντελεί στον απεγκλωβισμό από τοπικά ελάχιστα αλλά και αποτρέπει το δυνατόν την ανακύκλωση. Από εκεί και πέρα η εκμετάλλευση και των υπόλοιπων εργαλείων βελτιστοποίησης (μακροπρόθεσμη μνήμη), και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται αυτή ποικίλει από αλγόριθμο σε αλγόριθμο. Ο συνδυασμός της βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μνήμης αποφέρει καλύτερα υπολογιστικά αποτελέσματα. Η έννοια της προσαρμόσιμης μνήμης καθώς και οι στρατηγικές εντατικοποίησης και διαφοροποίησης χρησιμοποιούνται πλέον και σε άλλους αλγόριθμους. Η εντατικοποίηση και η διαφοροποίηση είναι στρατηγικές που μπορούν να εφαρμοστούν και σε άλλους αλγόριθμους που βασίζονται στην τοπική έρευνα. Στην απαγορευμένη έρευνα οι βασικές αποφάσεις που πρέπει να παρθούν για την κατασκευή του είναι ο καθορισμός της γειτονιάς *N(s)* και πιθανώς μιας υποψήφιας λίστας *N'(s)* αυτής (ένας γενικός κανόνας για την *N'(s)* είναι να επιλέγεται ένας προκαθορισμένος αριθμός λύσεων από την *N(s)*), το μέγεθος της απαγορευμένης λίστας, η επιλογή ενός κριτηρίου υπέρβασης και η επιλογή ενός κανόνα τερματισμού του αλγόριθμου (συνήθως ένας προαποφασισμένος συνολικός αριθμός επαναλήψεων της διαδικασίας).

7

Γενετικη Ερευνα

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Γενετική Έρευνα
Βασικές Αρχές
Συνάρτηση Καταλληλότητας και Επιλογή
Επιμέρους Στοιχεία του Βασικού Αλγορίθμου

Η μίμηση των διαδικασιών εξέλιξης των φυσικών συστημάτων και η αναλογία της με διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης. Εισαγωγή και διατύπωση αλγορίθμων που διαχειρίζονται πληθυσμούς λύσεων και η ανάδειξη της εξελικτικής συνιστώσας τους.

ΓΕΝΕΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Οι *Γενετικοί Αλγόριθμοι* είναι προσαρμοστικές μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων έρευνας και διακριτής αριστοποίησης. Βασίζονται σε γενετικές διαδικασίες βιολογικών οργανισμών. Για πολλές γενιές, οι φυσικοί οργανικοί πληθυσμοί εξελίσσονται σύμφωνα με τις αρχές της φυσικής εξέλιξης και της *επιβίωσης του καταλληλότερου*. Μιμούμενοι τη διαδικασία αυτή, οι γενετικοί αλγόριθμοι μπορούν να εξελίξουν τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης, αν *κωδικοποιηθούν* κατάλληλα. Έτσι, οι τεχνικές αυτές προσομοιώνουν τις διαδικασίες των φυσικών πληθυσμών που σχετίζονται με την εξέλιξη. Ακριβώς ποιές βιολογικές διαδικασίες είναι σημαντικές για την εξέλιξη ενός είδους, και ποιες διαδικασίες παίζουν μικρό ή καθόλου ρόλο στην εξέλιξη παραμένει ακόμη ζήτημα έρευνας. Παρά ταύτα, οι βασικές αρχές είναι ξεκάθαρες και αναγνωρίσιμες.

Στη φύση, τα *άτομα* ενός *πληθυσμού* ανταγωνίζονται μεταξύ τους για κοινούς βιοποριστικούς σκοπούς. Ακόμη, τα άτομα του ίδιου είδους συχνά ανταγωνίζονται για την προσέλκυση ενός κατάλληλου συντρόφου προκειμένου να διαιωνίσουν το είδος. Τα άτομα εκείνα που είναι περισσότερο επιτυχημένα στο να επιβιώνουν και να προσελκύουν συντρόφους είναι εκείνα που αναμένεται να αποκτήσουν σχετικά μεγάλο αριθμό απογόνων. Τα λιγότερο επιτυχημένα άτομα στο να επιβιώνουν αναμένεται να αποκτήσουν λίγους ή καθόλου απογόνους. Αυτό σημαίνει ότι τα *γονίδια* από τα περισσότερο προσαρμόσιμα, ή περισσότερο *κατάλληλα* άτομα θα κυριαρχήσουν στις επόμενες γενιές απογόνων του είδους. Ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από διαφορετικούς προγόνους μπορεί μερικές φορές να παράγει *υπερκατάλληλους* απογόνους, των οποίων η καταλληλότητα είναι μεγαλύτερη από αυτή των προγόνων τους. Με τον τρόπο αυτό, τα είδη εξελίσονται έτσι ώστε να γίνονται περισσότερο προσαρμοσμένα στο περιβάλλον τους.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν ένα άμεσο ανάλογο της φυσικής συμπεριφοράς. Εργάζονται με πληθυσμούς από άτομα που αντιπροσωπεύουν μια εφικτή λύση ενός προβλήματος αριστοποίησης. Κάθε άτομο αντιστοιχίζεται σε μια *τιμή καταλληλότητας* σαν συνάρτηση του πόσο καλή είναι η λύση που αντιπροσωπεύει για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Τα άτομα με αυξημένη τιμή καταλληλότητας έχουν τις περισσότερες ευκαιρίες για *αναπαραγωγή* μέσω *ανταλλαγής γενετικού υλικού* με άλλα άτομα του πληθυσμού. Η διαδικασία αυτή δημιουργεί απογόνους που μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά από τους *γονείς* τους. Τα λιγότερο κατάλληλα άτομα, είναι λιγότερο πιθανό να εκλεγούν για αναπαραγωγή και κατά συνέπεια πεθαίνουν ή εξαφανίζονται.

Ένας εντελώς καινούργιος πληθυσμός από πιθανές εφικτές λύσεις παράγεται με τον τρόπο αυτό με τη βοήθεια επιλογής των καλύτερων ατόμων από τον τρέχον πληθυσμό, που διασταυρώνεται για την παραγωγή νέων ατόμων. Η νέα αυτή γενιά έχει μεγαλύτερη αναλογία χαρακτηριστικών που κατείχαν τα πλέον κατάλληλα άτομα της προηγούμενης γενιάς. Με τον τρόπο αυτό, μετά από αρκετές γενιές, τα καλά χαρακτηριστικά διαχέονται στα άτομα του πληθυσμού, αναμιγνύονται και ανταλλάσονται με άλλα καλά χαρακτηριστικά, και η διαδικασία συνεχίζεται. Ενισχύοντας την αναπαραγωγή των καταλληλότερων ατόμων, οι πλέον υποσχόμενες περιοχές του χώρου λύσεων ερευνώνται λεπτομερώς. Αν ο γενετικός αλγόριθμος έχει σχεδιαστεί καλά, οι πληθυσμοί των λύσεων αναμένεται να συγκλίνουν στο παγκόσμιο βέλτιστο του προβλήματος.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ

Τα βασικά μέρη υλοποίησης ενός γενετικού αλγορίθμου περιλαμβάνουν την κατάλληλη κωδικοποίηση (ή αναπαράσταση) ενός συγκεκριμένου προβλήματος σε γενετικούς όρους και την εκλογή μιας συνάρτησης καταλληλότητας που αντιστοιχεί μια τιμή αξίας σε κάθε κωδικοποιημένη λύση ενός προβλήματος. Πριν την εκτέλεση του αλγορίθμου, κατάλληλες λύσεις πρέπει να επιλεχθούν σαν πρόγονοι για αναπαραγωγή έτσι ώστε όταν ανασυνδυαστούν να δημιουργήσουν τους κατάλληλους απογόνους. Ένας ψευδοκώδικας για την περιγραφή των αλγορίθμων αυτών δίδεται παρακάτω:

Δημιούργησε έναν αρχικό πληθυσμό λύσεων
Υπολόγισε την καταλληλότητα κάθε ατόμου από τον πληθυσμό αυτό
Επανέλαβε
    Επανάλαβε
        Επέλεξε δύο άτομα από τον πληθυσμό για αναπαραγωγή
        Συνδύασε τους γενήτορες για την παραγωγή δύο απογόνων
        Υπολόγισε την καταλληλότητα των απογόνων
        Εισήγαγε τους απογόνους στο νέο πληθυσμό λύσεων
    Μέχρι να συμπληρωθεί μια πλήρης λύση
Μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού

Ας υποθέσουμε ότι μια εφικτή λύση για το πρόβλημα αριστοποίησης μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα σύνολο παραμέτρων. Οι παράμετρες αυτές (γνωστές και σαν *γονίδια*) μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους για να σχηματίσουν μακρές σειρές από διαδοχικές τιμές (γνωστές και σαν *χρωμοσώματα*). Σε γενετικούς όρους, το σύνολο των παραμέτρων που αναπαρίστανται από ένα συγκεκριμένο χρωμόσωμα λέγεται *γονότυπος*. Ο κάθε γονότυπος ενθυλακώνει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για να κατασκευαστεί ένας οργανισμός, που στην περίπτωση αυτή αναφέρεται σαν *φαινότυπος*. Η ίδια ονοματολογία αναφέρεται και για την περίπτωση των γενετικών αλγορίθμων. Η *καταλληλότητα* ενός ατόμου από τον πληθυσμό των χρωμοσωμάτων εξαρτάται από τη συμπεριφορά και την αξία του αντιστοιχούντος φαινότυπου. Η τιμή της μπορεί να τεκμαρθεί από τον αντίστοιχο γονότυπο, δηλαδή μπορεί να υπολογιστεί από το χρωμόσωμα, χρησιμοποιώντας μια κατάλληλη *συνάρτηση καταλληλότητας*.

Η συνάρτηση καταλληλότητας πρέπει να προσδιορίζεται κατάλληλα για κάθε πρόβλημα αριστοποίησης. Δοθέντος ενός συγκεκριμένου χρωμοσώματος, η συνάρτηση καταλληλότητας επιστρέφει μια συγκεκριμένη αριθμητική τιμή καταλληλότητας, ή *μέγεθος ικανότητας επιβίωσης*, που υποτίθεται ότι είναι ανάλογη της χρησιμότητας ή της δυνατότητας προσαρμογής που κάθε χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει. Για πολλά προβλήματα αριστοποίησης, η συνάρτηση καταλληλότητας αντιπροσωπεύει απλά την τιμή κόστους ή οφέλους που συνδέεται με το ίδιο το πρόβλημα.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι βασικά επαναληπτικές διαδικασίες. Σε κάθε επανάληψη, ένας συγκεκριμμένος πληθυσμός από χρωμοσώματα υφίσταται σειριακά διαδικασίες *επιλογής*, *ανταλλαγής γενετικού υλικού* και *μετάλλαξης*. Κατά τη διάρκεια της αναπαραγωγικής φάσης ενός γενετικού αλγορίθμου, συγκεκριμένα άτομα από τον πληθυσμό επιλέγονται και ανασυνδυάζονται, παράγοντας απογόνους που δημιουργούν την επόμενη γενιά. Οι πρόγονοι επιλέγονται από τον πληθυσμό με συγκεκριμμένο τρόπο, χρησιμοποιώντας μια τεχνική που επιλέγει τους περισότερο προσαρμόσιμους από αυτούς με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας. Τα πιο κατάλληλα άτομα θα επιλεγούν με μεγαλύτερη πιθανότητα αρκετές φορές από τον πληθυσμό, ενώ τα λιγότερο κατάλληλα ενδέχεται να μην επιλεχθούν ούτε μία φορά. Είναι επίσης δυνατόν σε περιπτώσεις που επιθυμούμε διαφοροποίηση των πληθυσμών, η επιλογή να γίνεται με τελείως τυχαίο τρόπο. Έχοντας επιλέξει δύο προγόνους, τα χρωματοσώματα τους επανασυνδυάζονται, χρησιμοποιώντας τυπικούς μηχανισμούς ανταλλαγής γενετικού υλικού και μετάλλαξης.

Η ανταλλαγή γενετικού υλικού μεταξύ δύο ατόμων ενός πληθυσμού είναι μια διαδικασία κατά την οποία η σειρά των χρωμοσωμάτων τους τεμαχίζεται στο ίδιο για τα δύο χρωμοσώματα αλλά και ταυτόχρονα τυχαία επιλεγόμενο σημείο και τα μερικά σχηματιζόμενα χρωμοσώματα διαχωρίζονται εναλλάξ έτσι ώστε να σχηματιστούν δύο μερικά σχηματιζόμενα χρωμοσώματα *κεφαλής* και *ουράς*. Τα μερικά σχηματιζόμενα χρωμοσώματα της ουράς στη συνέχεια τοποθετούνται εναλλάξ στα μερικά σχηματιζόμενα χρωμοσώματα της κεφαλής με αποτέλεσμα να σχηματιστούν δύο πλήρη χρωμοσώματα όμοιου μήκους. Έτσι, τα παραγόμενα χρωμοσώματα (απόγονοι) αποκτούν γονίδια από τα δύο προηγούμενα (πρόγονοι). Με τον τρόπο αυτό γίνεται ανταλλαγή γενετικού υλικού. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή σαν *απλή ανταλλαγή γενετικού υλικού*. Εάν το τυχαίο σημείο ανταλλαγής βρεθεί στο τέλος ή την αρχή των αρχικών χρωμοσωμάτων, τα δύο αρχικά χρωμοσώματα απλά αναπαράγονται. Αυτό δίνει τη δυνατότητα της προώθησης της γενετικής πληροφορίας αυτούσια στις επόμενες γενιές.

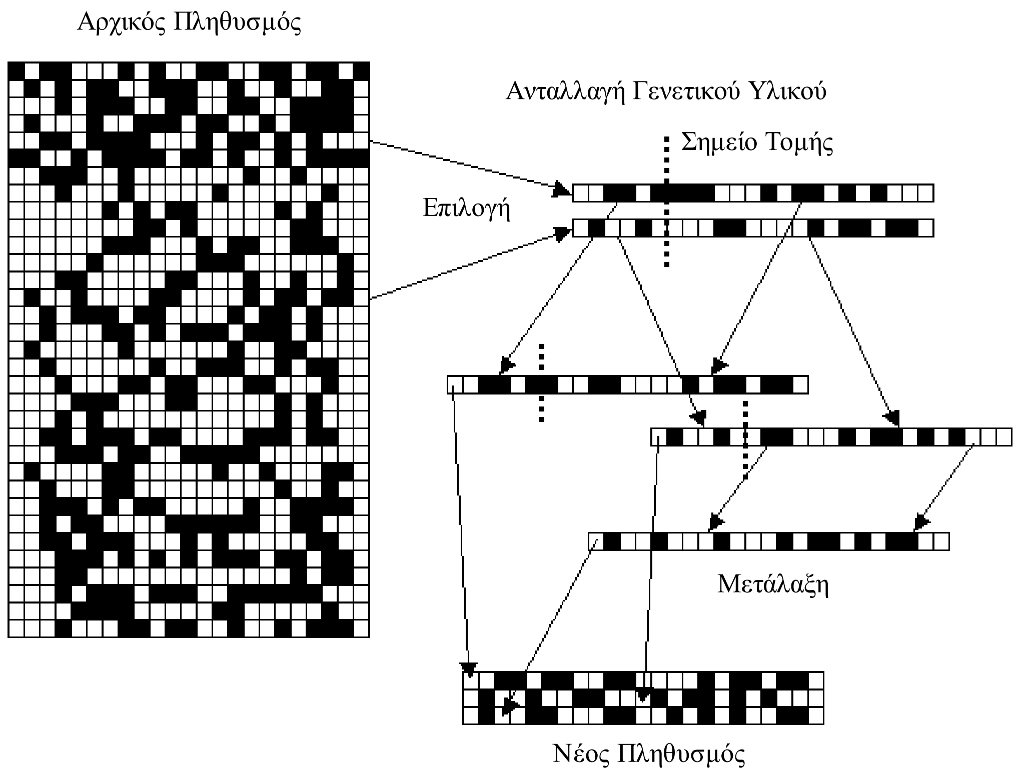
Η μετάλλαξη είναι μια διαδικασία που εφαρμόζεται σε κάθε σχηματιζόμενο χρωμόσωμα ξεχωριστά μετά τη διαδικασία ανταλλαγής γενετικού υλικού. Στην περίπτωση αυτή εντελώς τυχαία αλλάζει το περιεχόμενο ενός ή περισσοτέρων γονιδίων από ένα χρωμόσωμα.

Γενικότερα, η διαδικασία ανταλλαγής γενετικού υλικού θεωρείται σημαντικότερη από τις δύο τεχνικές γιατί επιτυγχάνει την γρήγορη και αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου λύσεων. Η μετάλλαξη αναφέρεται σε μικρού βάθους τυχαία έρευνα μιας συγκεκριμμένης περιοχής και κατά συνέπεια είναι περισσότερο εξειδικευμένη τεχνική, όπου ερευνάται ένα περισσότερο περιορισμένο υποσύνολο του χώρου λύσεων.

Οι διαδικασία αριστοποίησης με τους συγκεκριμμένους αλγόριθμους παρουσιάζεται κατάλληλα στο Σχήμα 1. Στο Σχήμα αυτό αναλύονται οι διαδικασίες επιλογής, ανταλλαγής γενετικού υλικού και μετάλλαξης. Εάν ο συγκεκριμμένος αλγόριθμος επαναληφθεί αρκετές φορές, η καταλληλότητα του καλύτερου και του μέσου χρωμοσώματος σε κάθε γενιά θα αυξηθεί καθώς ο συνολικός πληθυσμός οδηγείται στο παγκόσμιο άριστο. Στην περίπτωση αυτή, η σύγκλιση του αλγορίθμου είναι μια διαδικασία προσέγγισης της ομοιογένειας του πληθυσμού. Ένα γονίδιο λέγεται ότι έχει συγκλίνει όταν το μεγαλύτερο μέρος του συνολικού πληθυσμού κατέχει στη θέση του γονιδίου αυτού την ίδια ακριβώς τιμή. Ο συνολικός πληθυσμός λέγεται ότι έχει συγκλίνει όταν όλα τα γονίδια των χρωμοσωμάτων του έχουν συγκλίνει.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΗ

Στην ιδανική περίπτωση η συνάρτηση καταλληλότητας πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να είναι ομαλή και απλή, έτσι ώστε όλα τα χρωμοσώματα με λογική καταλληλότητα να είναι αρκετά κοντά (στον παραμετρικό χώρο) σε χρωμοσώματα με λίγο καλύτερη καταλληλότα. Ο γενικός κανόνας στην κατασκευή και επιλογή της συνάρτησης καταλληλότητας είναι ότι αυτή θα πρέπει να αντανακλά την τιμή των χρωμοσωμάτων με κάποιον αληθοφανή τρόπο. Για αρκετά προβλήματα διακριτής αριστοποίησης η επιλογή αυτή είναι προφανής. Δυστυχώς όμως, η αληθοφανής τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας δεν είναι πάντα μια χρήσιμη ποσότητα καθοδήγησης της γενετικής έρευνας. Στις περισσότερες περιπτώσεις, στα προβλήματα μας ενδιαφέρουν εμπλέκονται αρκετοί περιορισμοί, έτσι ώστε τα περισσότερα σημεία στον χώρο έρευνας να αναπαριστούν χρωμοσώματα μη-εφικτών λύσεων και έτσι να έχουν μηδενική πραγματική αξία, ενώ ταυτόχρονα να μην μπορούν να οδηγήσουν την έρευνα αποτελεσματικά. Στην περίπτωση αυτή οι γενετικοί αλγόριθμοι θα πρέπει να οδηγούνται από συναρτήσεις καταλληλότητας όπου τα χρωμοσώματα μη-εφικτής λύσης θα πρέπει να εκτιμώνται με το κατά πόσο καλά μας οδηγούν σε χρωμοσώματα εφικτών λύσεων, αν αυτό μπορεί να συμβεί για το συγκεκριμμένο πρόβλημα.



Σχήμα 1. Διαδικασία αριστοποίησης γενετικών αλγορίθμων

Έχει παρατηρηθεί ότι αν κατά τη διάρκεια της έρευνας κινούμαστε πάντα στον χώρο των εφικτών λύσεων, μπορούν να εξαχθούν καλύτερα αποτελέσματα όταν επινοηθούν εποικοδομητικοί επι μέρους στόχοι που θα πρέπει να ενισχυθούν. Στην περίπτωση αυτή είναι λογικό να ενισχύονται περιορισμοί οι οποίοι ικανοποιούνται σε σχέση με άλλους που δεν ικανοποιούνται και αυτό θα πρέπει να ανακλάται στην αντικειμενική συνάρτηση. Στην ίδια λογική κινούνται τεχνικές απομόνωσης ανικανοποίητων περιορισμών που θα πρέπει να επιβαρύνουν την συνάρτηση καταλληλότας με όρους επιβάρυνσης που αντανακλούν το πόσο πτωχό είναι κάποιο χρωμόσωμα. Στην περίπτωση αυτή, οι όροι επιβάρυνσης της συνάρτησης καταλληλότητας είναι σημαντικό να αντιπροσωπεύουν ποσοτικά την μη-ικανοποίηση των περιορισμών, όπου μια έκφραση μπορεί να είναι απλά ο εριθμών των ανικανοποίητων περιορισμών. Σε άλλες περιπτώσεις, καλές συναρτήσεις επιβάρυνσης μπορούν να κατασκευαστούν από το αναμενόμενο κόστος επίτευξης εφικτότητας, δηλαδή την ποσοτικοποίηση του κόστους μετατροπής ενός συγκεκριμένου χρωμοσώματος μη-εφικτής λύσης σε χρωμόσωμα εφικτής λύσης. Η ισχύς των παραπάνω είναι σημαντική συνάρτηση της ιδιαιτερότητας του ίδιου του προβλήματος αριστοποίησης και εξετάζονται κατά περίπτωση.

Στα αρχικά στάδια των γενετικών αλγορίθμων, οι τιμές για κάθε γονίδιο και για διαφορετικά χρωμοσώματα του πληθυσμού είναι κατανεμημένες τυχαία. Κατά συνέπεια, υπάρχει σημαντική διαπορά των επιμέρους γονιδιακών καταλληλοτήτων. Κατά τη διάρκεια της έρευνας, συγκεκριμένες τιμές για κάθε γονίδιο αρχίζουν να κυριαρχούν. Καθώς ο συνολικός πληθυσμός αρχίζει να συγκλίνει, η διασπορά των επιμέρους γονιδιακών καταλληλοτήτων μειώνεται σταδιακά. Η μεταβολή του εύρους καταλληλότητας κατά τη διάρκεια της έρευνας συχνά οδηγεί σε *πρόωρη σύγκλιση* ή *καθυστερημένο τερματισμό*. Ένα σημαντικό πρόβλημα της γενετικής έρευνας είναι το γεγονός ότι γονίδια με σχετικά υψηλή καταλληλότητα (αλλά όχι και τη βέλτιστη) μπορούν σε μικρό αριθμό επαναλήψεων να κυριαρχήσουν στο συνολικό πληθυσμό, κάνοντας τον να συγκλίνει πρόωρα σε τοπικό βέλτιστο. Όταν αυτό συμβεί, η δυνατότητα του πληθυσμού να ξεφύγει από τη θέση αυτή, και δεδομένης της κυριαρχίας των ισχυρών γονιδίων, είναι πρακτικά ελάχιστη επειδή η διαδικασία ανταλλαγής του γενετικού υλικού από όμοια γονίδια δεν μπορεί να παράγει καινούργια χρωμοσώματα. Στην περίπτωση αυτή, μόνον η μετάλλαξη μπορεί να διαφοροποιήσει τον πληθυσμό αλλά και αυτή η διαδικασία είναι δύσκολο να αποδώσει επειδή στην ουσία δεν είναι τίποτε άλλο από μια απλή τυχαία έρευνα γύρω από τα χρωμοσώματα της παραγόμενης λύσης από τη διαδικασία της ανταλλαγής γενετικού υλικού. Είναι βασικό στην γενετική έρευνα η δυνατότητα ανάθεσης αναπαραγωγικών δοκιμών ή ευκαιριών στα άτομα του πληθυσμού ανάλογα με τη σχετική τους καταλληλότητα. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να λάβει χώρα πρόωρη σύγκλιση επειδή ο πληθυσμός των χρωμοσωμάτων δεν είναι άπειρος. Με άλλα λόγια, για να έχουμε επιτυχή σύγκλιση των γενετικών αλγορίθμων με πεπερασμένους πληθυσμούς χρωμοσωμάτων, πρέπει να τροποποιήσουμε τη διαδικασία επιλογής των ατόμων για αναπαραγωγή. Η βασική ιδέα είναι ο έλεγχος του αριθμού των αναπαραγωγικών ευκαιριών του κάθε ατόμου, που να επιτρέπει σε αυτές να μην ούτε μεγάλος ούτε μικρός. Οι επιπτώσεις είναι η συμπίεση του εύρους της καταλληλότητας που θα εμποδίσει κάθε υπερ-κατάλληλο χρωμόσωμα να κυριαρχήσει. Το αντίστροφο πρόβλημα της πρόωρης σύγκλισης είναι ο καθυστερημένος τερματισμός. Μετά την παραγωγή ενός αρκετά σημαντικού αριθμού γενεών, ο συνολικός πληθυσμός θα έχει κατά σημαντικό ποσοστό συγκλίνει, αλλά δεν θα έχει ακόμη εντοπιστεί το παγκόσμιο άριστο. Η μέση καταλληλότητα των γονιδίων θα είναι αρκετά υψηλή και θα υπάρχει πολύ μικρή διαφορά μεταξύ του καλύτερου και του μέσου χρωμοσώματος του πληθυσμού. Κατά συνέπεια, δεν αναμένεται να υπάρξει μια ισχυρή κλίση της συνάρτησης καταλληλότητας για να ωθήσει τον πληθυσμό προς την κατεύθυνση του παγκόσμιου αρίστου. Το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί και εδώ μόνον με την τροποποίηση της διαδικασίας επιλογής των ατόμων για αναπαραγωγή, έτσι ώστε να επεκταθεί το εύρος της καταλληλότητας των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού.

Η επιλογή των γεννητόρων είναι μια διαδικασία απόδοσης αναπαραγωγικών ευκαιριών σε κάθε χρωμόσωμα του πληθυσμού. Αρχικά, άτομα από τον συνολικό πληθυσμό αντιγράφονται σε κάποια *δεξαμενή αναπαραγωγής*, όπου τα περισσότερο κατάλληλα άτομα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να έχουν περισσότερα από ένα αντίγραφα, ενώ τα λιγότερο κατάλληλα είναι περισότερο πιθανό να μην έχουν ούτε ένα αντίγραφο. Το αυστηρό σχήμα αντικατάστασης των πληθυσμών απαιτεί το μέγεθος της δεξαμενής αναπαραγωγής να είναι όμοιο με το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού. Μετά από αυτό, ζεύγη αντιγράφων αποσύρονται από τη δεξαμενή αναπαραγωγής και διασταυρώνονται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι το σημείο εξάντλησης της δεξαμενής αναπαραγωγής. Η συμπεριφορά των γενετικών αλγορίθμων εξαρτάται σημαντικά από την επιλογή των ατόμων για αναπαραγωγή. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο πρώτος αφορά επιλογή ανάλογα με τη συνάρτηση καταλληλότητας του κάθε ατόμου. Συγκεκριμένα, η καταλληλότητα του κάθε ατόμου του πληθυσμού καταγράφεται, απεικονίζεται σε μια καινούργια κλίμακα που σχετίζεται με το μέγεθος της δεξαμενής αναπαραγωγής και γίνεται χρήση της τιμής της απεικόνισης για τον αριθμό των αντιγράφων που θα μεταφερθούν (ο αριθμός των αναπαραγωγικών δοκιμών του κάθε χρωμοσώματος). Ο δεύτερος τρόπος τροποποιεί το ενδιάμεσο στάδιο απεικόνισης της καταλληλότητας ή δεν το εξετάζει καθόλου και αναφέρεται στις περιπτώσεις της *άμεσης* και *έμμεσης επαναποτύπωσης της καταλληλότητας*, αντίστοιχα.

Η επιλογή ανάλογα με την καταλληλότητα κάθε ατόμου από τον πληθυσμό γίνεται με δύο κυρίως μεθόδους. Η πρώτη είναι γνωστή σαν *επιλογή τροχού ρουλέτας* (λόγω της στοχαστικής της φύσης). Στην περίπτωση αυτή, κάθε χρωμόσωμα i που προέρχεται από έναν πληθυσμό n χρωμοσωμάτων, και αντιπροσωπεύεται από την καταλληλότητα του, f_i, τοποθετείται σε κάποιον αυθαίρετο άξονα σαν ευθύγραμμο τμήμα με μήκος $f_i / \sum_{j=1}^{n} f_j$, $i=1,\ldots,n$. Έτσι, τα ευθύγραμμα τμήματα όλων των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού τοποθετούνται το ένα δίπλα στο άλλο, ταξινομημένα κατά φθίνουσα ή αύξουσα σειρά έτσι ώστε το πρώτο ευθύγραμμο τμήμα να ξεκινά από την αρχή του άξονα. Με τον τρόπο αυτό, όλα τα χρωμοσώματα έχουν τοποθετηθεί σαν ευθύγραμμα τμήματα στο διάστημα *[0,1]* του άξονα. Στη συνέχεια επιλέγονται με τυχαίο τρόπο τόσα σημεία από το διάστημα *[0,1]* όσα και τα ζητούμενα στοιχεία της δεξαμενής αναπαραγωγής. Τα χρωμοσώματα που επιλέγονται είναι αυτά των οποίων τα ευθύγραμμα τμήματα περιλαμβάνουν τα τυχαία σημεία. Η δεύτερη είναι γνωστή σαν *παγκόσμια στοχαστική δειγματοληψία*. Στην περίπτωση αυτή, απεικονίζεται ο πληθυσμός με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως προηγουμένως αλλά η επιλογή δεν γίνεται τυχαία. Συγκεκριμμένα, στην περίπτωση αυτή επιπρόσθετα της διαμέρισης που προκαλεί ο πληθυσμός των χρωμοσωμάτων, το διάστημα *[0,1]* χωρίζεται σε τόσα ευθύγραμμα τμήματα ίσου μήκους, όσα και τα ζητούμενα στοιχεία της δεξαμενής αναπαραγωγής. Στη συνέχεια επιλέγονται τα χρωμοσώματα που αντιστοιχούν στα άκρα κάθε ευθύγραμμου τμήματος ίσου μήκους που ανήκουν σε κάποιο ευθύγραμμο τμήμα της διαμέρισης των χρωμοσωμάτων. Με τις δύο αυτές μεθόδους επιλέγονται τελικά χρωμοσώματα από τον αρχικό πληθυσμό με τρόπο ανάλογο της καταλληλότητας τους.

Στην περίπτωση της άμεσης επαναπωτύπωσης της καταλληλότητας υπάρχουν τρεις διαφορετικές μέθοδοι επιλογής των γεντόρων του νέου πληθυσμού. Η πρώτη είναι γνωστή σαν *κλιμάκωση της καταλληλότητας*. Στην περίπτωση αυτή, η συνάρτηση καταλληλότητας του κάθε χρωμοσώματος κλιμακώνεται κατάλληλα, με αποτέλεσμα τη μεροληπτική επιλογή γεντόρων από τον πληθυσμό. Η πιο απλή συνάρτηση μεροληψίας είναι η πρόσθεση ή αφαίρεση από τη συνάρτηση καταλληλότητας ενός σταθερού αριθμού. Αυτό έχει σαν συνέπεια τη μεταβολή του λόγου μέγιστης προς μέσης τιμής καταλληλότητας (*συμπίεση επιλογής*) και σαν αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση της πιθανότητας επιλογής των χρωμοσωμάτων. Η επιλογή αυτή μπορεί στη συνέχεια να πραγματοποιηθεί με μεθόδους επιλογής ανάλογα με την καταλληλότητα που περιγράφηκαν παραπάνω. Η μέθοδος αυτή μπορεί να οδηγήσει σε υπερ- ή υπό-συμπίεση του εύρους της επιλογής όταν στον πληθυσμό υπάρχουν υπερ-κατάλληλα ή υπολειπόμενα άτομα. Στην περίπτωση αυτή η πρόσθεση ή η αφαίρεση δεν θα πρέπει να είναι ο μοναδικός μετασχηματισμός, αλλά ταυτόχρονα θα πρέπει να γίνεται κατάλληλη κλιμάκωση της καταλληλότητας έτσι ώστε να μην ευνοούνται σημαντικά οι ακραίες τιμές καταλληλότητας. Η μέθοδος *κλιμάκωσης καταλληλότητας με παρακολούθηση παραθύρου* είναι όμοια με την μέθοδο κλιμάκωσης καταλληλότητας, μόνο που στην περίπτωση αυτή ο σταθερός όρος αφαίρεσης υπολογίζεται από την ελάχιστη τιμή καταλληλότητας των γενεών που έχουν υπολογιστεί τις τελευταίες m επαναλήψεις. Με τη μέθοδο αυτή, η συμπίεση επιλογής μεταβάλεται από επανάληψη σε επανάληψη και από πρόβλημα σε πρόβλημα. Η παρουσία ακραίων τιμών δημιουργεί αντίστοιχα φαινόμενα στρέβλωσης της κλιμάκωσης με αποτέλεσμα πρόωρη ή καθυστερημένη σύγκλιση. Το πρόβλημα και τις δύο αυτές μεθόδους είναι ότι εξαρτώνται σημαντικά από το βαθμό συμπίεσης της κλίμακας καταλληλότητας και από την παρουσία ακραίων τιμών καταλληλότητας. Τα προβλήματα αυτά λύνονται με την υιοθέτηση της μεθόδου *βαθμονόμησης της καταλληλότητας* που έχει αποδειχθεί καλύτερη των άλλων δύο. Στην περίπτωση αυτή, τα χρωμοσώματα του πληθυσμού ταξινομούνται ανάλογα με την καταλληλότητα τους σε κάποιο διάνυσμα και στη συνέχεια αντιστοιχίζεται σε κάθε θέση του διανύσματος αυτού μια συνάρτηση επιλογής γραμμική ή μη-γραμμική, μεροληπτική ως προς τη θέση της καταλληλότητας του χρωμοσώματος. Στη συνέχεια, επιλέγονται τυχαίες θέσεις στο διάνυσμα (άρα και χρωμοσώματα από τον πληθυσμό) ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης επιλογής, τόσες σε αριθμό όσα και τα επιθυμητά μέλη της δεξαμενής αναπαραγωγής. Τα προβλήματα της κλιμάκωσης καταλληλότητας παύουν με τον τρόπο αυτό να υφίστανται, ενώ η μεροληψία προς καλούς γενήτορες μπορεί να πραγματοποιηθεί με κατάλληλη διαμόρφωση της συνάρτησης επιλογής.

Κατά τις διαδικασίες έμμεσης επαναποτύπωσης της καταλληλότητας, δεν εξετάζεται καθόδου το στάδιο τροποποίησης της καταλληλότητας. Η πιο γνωστή τεχνική είναι αυτή της *επιλογής πρωταθλήματος*. Σύμφωνα με αυτήν, επιλέγονται με τυχαίο τρόπο ένα σύνολο ατόμων από των πληθυσμό και από αυτά επιλέγεται το καλύτερο για αναπαραγωγή, που στην περίπτωση αυτή κερδίζει και το πρωτάθλημα επιλογής. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να γεμίσει η δεξαμενή αναπαραγωγής. Όταν ο αριθμός των τυχαίων ατόμων επιλεγεί να είναι μεγάλος, αυξάνεται η συμπίεση επιλογής, λόγω του γεγονότος ότι υπολειπόμενα άτομα είναι δύσκολο να κερδίσουν το πρωτάθλημα επιλογής. Παραλλαγή της μεθόδου είναι η πιθανοτική επιλογή πρωταθλήματος, όπου ο καλύτερος από τα τυχαία επιλεγμένα άτομα κερδίζει το πρωτάθλημα με πιθανότητα p, όπου $0.5<p<1$. Χαμηλές τιμές του p μειώνουν τη συμπίεση επιλογής, αφού άτομα με καταλληλότητα μικρότερη της μέσης τιμής είναι περισσότερο πιθανό να κερδίσουν το πρωτάθλημα, ενώ άτομα με καταλληλότητα μεγαλύτερη της μέσης τιμής είναι λιγότερο πιθανό να κερδίσουν το πρωτάθλημα.

Σαν *χάσμα των γενεών* ορίζεται σαν το ποσοστό των ατόμων ενός πληθυσμού που αντικαθιστούν μια παλαιότερη γενιά. Οι περισσότεροι αλγόριθμοι θεωρούν την τιμή της παραμέτρου αυτής ίση με τη μονάδα. Παρά ταύτα, περισσότερο σύγχρονες τεχνικές υιοθετούν μια διαδικασία *μόνιμης κατάστασης* όπου μόνον ένα μέρος από την παλαιά γενιά αντικαθίσταται. Στη διαδιακασία αυτή, πρέπει να γίνει επιλογή όχι μόνον των γεντόρων αλλά και των ατόμων που αντικαθίστανται. Υπάρχουν πολλές δυνατότητες για τις επιλογές αυτές και ενδεικτικά αναφέρονται παρακάτω.

- Επιλογή γεντόρων ανάλογα με την καταλληλότητα και τυχαία επιλογή ατόμων που αντικαθίστανται.

- Τυχαία επιλογή γεννητόρων και επιλογή ατόμων που αντικαθίστανται αντιστρόφως ανάλογα με την καταλληλότητα.
- Επιλογή γεννητόρων ανάλογα με την καταλληλότητα και επιλογή ατόμων που αντικαθίστανται αντιστρόφως ανάλογα με την καταλληλότητα.

Η τεχνική αυτή μιμείται περισσότερο τις φυσικές διαδικασίες. Στη φύση, είδη με μικρό χρόνο ζωής, πεθαίνουν πριν δουν τους απογόνους τους. Σε κυρίαρχα είδη με σχετικά μεγάλο χρόνο ζωής οι γενήτορες ζούν και αναθρέφουν τους απογόνους. Με τον τρόπο αυτό οι τελευταίοι διδάσκονται και ετοιμάζονται καλύτερα για τις διαδικασίες της φυσικής επιλογής.

ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΒΑΣΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Οι παραδοσιακές τεχνικές γενετικών αλγορίθμων χρησιμοποιούν την τεχνική ανταλλαγής γενετικού υλικού για την αναπαραγωγή των χρωματοσωμάτων από δύο γενήτορες οι οποίοι διαχωρίζονται σε κάποιο τυχαίο σημείο και τα μέρη που προκύπτουν ανασυνδυάζονται στο σημείο τομής. Έχει παρατηρηθεί ότι η χρήση περισσότερων του ενός τελεστών ανταλλαγής γενετικού υλικού σε κάποιο πρόβλημα, μπορεί να οδηγήσει σε περισσότερο αποτελεσματική έρευνα του χώρου λύσεων. Για τον λόγο αυτό έχουν διαμορφωθεί και προταθεί αρκετοί διαφορετικοί τελεστές ανταλλαγής γενετικού υλικού.

Ένας σημαντικός τελεστής ανταλλαγής γενετικού υλικού είναι και ο *τελεστής ανταλλαγής γενετικού υλικού δύο σημείων* (και γενικότερα πολλών σημείων). Στην περίπτωση αυτή, τα χρωμοσώματα αντί για γραμμικά διανύσματα, θεωρούνται βρόχοι που σχηματίζονται όταν το τελευταίο χρωμόσωμα του διανύσματος συνδεθεί με το πρώτο. Για να λάβει χώρα ανταλλαγή ενός τμήματος ενός βρόχου με κάποιον άλλο βρόχο, απαιτείται η επιλογή δύο σημείων τομής. Στην περίπτωση αυτή ο κλασσικός τελεστής ανταλλαγής γενετικής πληροφορίας μπορεί να θεωρηθεί σαν τελεστής ανταλλαγής γενετικού υλικού δύο σημείων όπου το πρώτο σημείο είναι πάντα το πρώτο γονίδιο του χρωμοσώματος. Ο *ομοιόμορφος τελεστής ανταλλαγής γενετικού υλικού* είναι σημαντικά διαφοροποιημένος από τον προηγούμενο. Κάθε γονίδιο στον απόγονο δημιουργείται από το αντίστοιχο γονίδιο του κάθε γενήτορα που επιλέγεται με τη βοήθεια μιας τυχαία κατασκευασμένης *μάσκας ανταλλαγής γονιδίων*. Η μάσκα αυτή είναι ένα δυαδικό διάνυσμα. Σε κάθε σημείο της μάσκας, όπου υπάρχει η τιμή μονάδα, το γονίδιο στον απόγονο αντιγράφεται από τον πρώτο γενήτορα, ενώ όπου υπάρχει η τιμή μηδέν, το γονίδιο στον απόγονο αντιγράφεται από τον δεύτερο γενήτορα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με την ανταλλαγή των γεννητόρων έτσι ώστε να παραχθεί ο δεύτερος απόγονος. Για κάθε ζεύγος γεννητόρων μια τυχαία μάσκα αναπαραγωγής δημιουργείται πριν τη διαδικασία αναπαραγωγής. Κατά συνέπεια, ο απόγονος κατέχει ένα μίγμα γονιδίων από κάθε γενήτορα. Ο αριθμός τους δεν είναι σταθερός αλλά η μέση τιμή του αριθμού τους είναι ίση με το μισό του μήκους του χρωμοσώματος.

Είναι γενικά παραδεκτό ότι η διαδοχή των γονιδίων σε ένα χρωμόσωμα είναι σημαντική για την καταλληλότητα των χρωμοσωμάτων. Τεχνικές που αναδιατάσουν τη σειρά των γονιδίων σε ένα χρωμόσωμα είναι κατά συνέπεια σημαντικές για την έρευνα του χώρου των λύσεων. Μια από αυτές είναι και η *αντιστροφή*. Η αντιστροφή είναι μια διαδικασία αναστροφής της διάταξης των γονιδίων σε ένα χρωμόσωμα, με απώτερο σκοπό την αποκάλυψη γονιδιακών διατάξεων με καλύτερο προσαρμοστικό δυναμικό. Σαν αποτέλεσμα, η αντιστροφή επεκτείνει την έρευνα στο χώρο των λύσεων επειδή η γενετική έρευνα δεν προσπαθεί να βρει καλά σύνολα από γονίδια, αλλά ταυτόχρονα προσπαθεί να αποτυπώσει καλές διατάξεις γονιδίων στο χρωμόσωμα. Αυτό είναι πολύ πιο δύσκολο πρόβλημα για να επιλυθεί. Ο χρόνος που απαιτείται για την εύρεση καλών γονιδιακών διατάξεων μπορεί να σημαίνει αφαίρεση χρόνου από την έρευνα καλών τιμών για τα γονίδια. Στη φύση υπάρχουν αρκετοί τρόποι μέσω των οποίων η διάταξη των γονιδίων μπορεί να εξελιχθεί (*καρυωτυπική εξέλιξη*) και σίγουρα η αντιστροφή είναι μία από αυτές. Βραχυπρόθεσμα, η εξέλιξη μπορεί να ευνοήσει οργανισμούς που θα εξελιχθούν έτσι ώστε να προσαρμοστούν κατάλληλα στο περιβάλλον τους. Μακροπρόθεσμα, οι οργανισμοί που θα επιβιώσουν είναι αυτοί για τους οποίους η καρυωτυπική τους εξέλιξη είναι τέτοια που να τους επιτρέπει να προσαρμόζονται εύκολα σε νέες συνθήκες καθώς το περιβάλλον αλλάζει. Η εξέλιξη του γενότυπου λαμβάνει χώρα γρήγορα, σε κάθε γενιά. Η αλλαγή όμως του κατυώτυπου λαμβάνει χώρα αργά, ίσως μεταξύ χιλιάδων γενεών. Για την πλειοψηφία των εφαρμογών των γενετικών αλγορίθμων, το περιβάλλον όπως ενσωματώνεται στη συνάρτηση καταλληλότητας είναι στατικό. Δανειζόμενοι εμπειρίες από τη λειτουργία της φύσης, η καρυωτυπική εξέλιξη έχει μικρή σημασία σε τέτοιες περιπτώσεις. Σε περιπτώσεις όμως που η συνάρτηση καταλληλότητας μεταβάλεται χρονικά, ο γενετικός αλγόριθμος στην περίπτωση αυτή πρέπει να προτείνει λύσεις που να προσαρμόζονται στο περιβάλλον που συνεχώς αλλάζει. Στην περίπτωση αυτή, η καρυωτυπική εξέλιξη μπορεί να είναι σημαντικό εργαλείο.

Ο όρος *επίσταση* χαρακτηρίζει το ότι η επίδραση ενός γονιδίου στη συνάρτηση καταλληλότητας εξαρτάται από τις γονιδιακές τιμές που είναι παρούσες σε κάποιο άλλο σημείο του χρωμοσώματος. Βασικά, επίσταση είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ διαφορετικών γονιδίων στο ίδιο χρωμόσωμα. Χαρακτηρίζει το κατά πόσο το εύρος της συνεισφοράς ενός γονιδίου στη συνάρτηση καταλληλότητας εξαρτάται από τις τιμές των άλλων γονιδίων. Ο βαθμός της αλληλεπίδρασης θα είναι διαφορετικός για κάθε γονίδιο στο χρωμόσωμα. Αν γίνει μια μικρή αλλαγή σε κάποιο γονίδιο αναμένουμε μια αντίστοιχη αλλαγή στη συνάρτηση καταλληλότητας. Η αλλαγή αυτή μπορεί να μεταβληθεί σύμφωνα με τις τιμές των άλλων γονιδίων. Σαν γενική κατηγοριοποίηση, διακρίνουμε τρία επίπεδα αλληλεπίδρασης γονιδίων σε κάθε χρωμόσωμα. Τα επίπεδα αυτά εξαρτώνται από το κατά πόσο η αλλαγή στην καταλληλότητα ενός χρωμοσώματος είναι αποτέλεσμα του κατά πόσο η μεταβολή ενός γονιδίου σχετίζεται με τις μεταβολές στις τιμές των άλλων γονιδίων. Τα επίπεδα αυτά παρουσιάζονται παρακάτω.

- *Καμία αλληλεπίδραση.* Μια συγκεκριμένη αλλαγή σε ένα γονίδιο, πάντα επιφέρει την ίδια αλλαγή στη συνάρτηση καταλληλότητας.
- *Μέτρια αλληλεπίδραση.* Μια συγκεκριμένη αλλαγή σε ένα γονίδιο, πάντα επιφέρει μια αλλαγή στη συνάρτηση καταλληλότητας με το ίδιο πρόσημο ή μηδέν.
- *Επίσταση.* Μια συγκεκριμένη αλλαγή σε ένα γονίδιο, επιφέρει μια αλλαγή στη συνάρτηση καταλληλότητας που αλλάζει ως προς το πρόσημο και το μέγεθος ανάλογα με τις τιμές των άλλων γονιδίων.

Είναι φανερό ότι η κατανόηση του φαινομένου αυτού είναι σημαντική για την γενετική έρευνα και θα πρέπει κάποιος να γνωρίζει αν είναι καλύτερα να το αποφύγει ή να κατασκευάσει κάποιον αλγόριθμο που να λειτουργεί ακόμη και σε τέτοιες συνθήκες υψηλής επίστασης. Μια από τις βασικές αρχές της γενετικής έρευνας είναι και η πίστη ότι γονίδια που βρίσκονται στο χρωμόσωμα του παγκόσμιου άριστου συνεχώς θα αυξάνουν τη συχνότητα παρουσίας τους στα άτομα του πληθυσμού που συγκλίνει. Τελικά, μέσω της διαδικασίας της ανταλλαγής γενετικού υλικού τα γονίδια αυτά θα συνδυαστούν για να σχηματίσουν το παγκόσμιο άριστο χρωμόσωμα. Στην περίπτωση που γονίδια που δεν συμμετέχουν στο παγκόσμιο άριστο χρωμόσωμα αυξάνουν τη συχνότητα παρουσίας τους στα άτομα του πληθυσμού που συγκλίνει περισσότερο γρήγορα από αυτά που βρίσκονται, τότε η γενετική έρευνα θα παραπλανηθεί και θα οδηγηθεί σε τοπικά ακρότατα διαφορετικά από το παγκόσμιο άριστο. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό σαν *παραπλάνηση*. Στατιστικά, κάποια γονίδια θα αυξάνουν τη συχνότητα παρουσίας τους στα άτομα του πληθυσμού που συγκλίνει όταν η καταλληλότητα τους είναι υψηλότερη από τη μέση καταλληλότητα των υπόλοιπων γονιδίων του πληθυσμού. Ένα πρόβλημα θα αναφέρεται σαν *παραπλανημένο* όταν η μέση καταλληλότητα των γονιδίων που δεν περιέχονται στο παγκόσμια άριστο χρωμόσωμα είναι μεγαλύτερη από τη μέση καταλληλότητα αυτών που είναι. Γενικά, τα προβλήματα αυτά είναι δύσκολο να λυθούν και συνδέονται έμμεσα με τα προβλήματα που σχετίζονται με το φαινόμενο της επίστασης.

Η μετάλλαξη, παραδοσιακά, θεωρείται σαν ένας τελεστής υποβάθρου των γενετικών αλγορίθμων, που είναι υπεύθυνος για την επανεμφάνιση γονιδίων που έχουν χαθεί λόγω χαμηλής καταλληλότητας και για την δυνατότητα πραγματοποίησης τυχαίας έρευνας στην περιοχή της λύσης που έχει συγκλίνει ο αλγόριθμος. Επιπρόσθετα, παραδείγματα από τη φύση δείχνουν ότι η ασεξουαλική αναπαραγωγή μπορεί να δώσει είδη ιδιαίτερα σταθερά στην προσαρμοστικότητα στο περιβάλλον, χωρίς την ενδιάμεση ανταλλαγή γενετικού υλικού. Για τον λόγο αυτό, αρκετές φορές εφαρμόζεται μια τεχνική που είναι γνωστή σαν *αφελής εξέλιξη* που περιλαμβάνει αλγορίθμους χωρίς τεχνικές ανταλλαγής γενετικού υλικού, δηλαδή αποκλειστικός συνδυασμός επιλογής και μετάλλαξης. Σε ορισμένα προβλήματα ο συνδυασμός αυτός μπορεί να δημιουργήσει λύσεις σημαντικής ποιότητας για το πρόβλημα αριστοποίησης που εξετάζεται.

8

Αλγοριθμοι Αποικιας Μυρμηγκιων

Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Εισαγωγή
Βιολογική Αναλογία
Περιγραφή Αλγορίθμου
Συμπεριφορά και Ιδιότητες Αλγορίθμου
Προεκτάσεις Βασικού Αλγορίθμου
Διαδικασίες Κατασκευής και Βελτίωσης Λύσης

Η περιγραφή των διαδικασιών κίνησης αποικίας μυρμηγκίων κατά την αναζήτηση της τροφής τους και το ανάλογο των αλγορίθμων μίμησης της διαδικασίας αυτής με διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης.

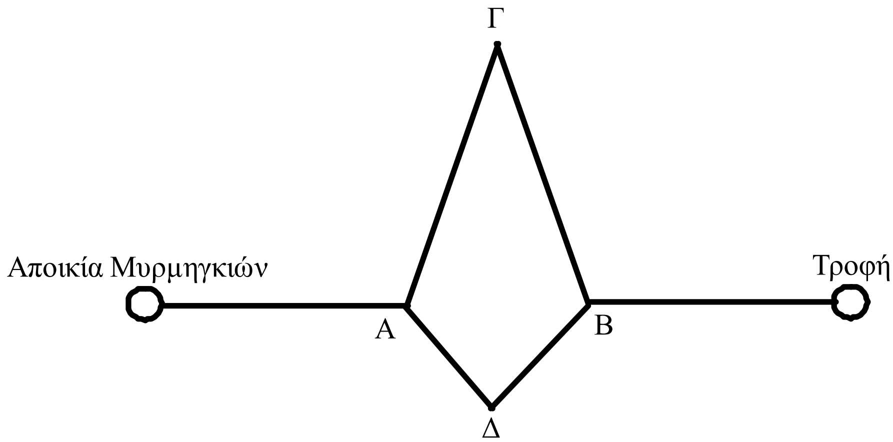
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο αλγόριθμος Αριστοποίησης *Αποικίας Μυρμηγκιών* είναι ένας σχετικά πρόσφατος κατασκευαστικός στη φύση του αλγόριθμος που βασίζεται στην αποτελεσματική προσομοίωση μιας δαδικασίας κατασκευής με τη βοήθεια ενός κατάλληλα ανεπτυγμένου συστήματος *πολλαπλών υπολογιστικών φορέων*, στο οποίο η συμπεριφορά του κάθε *φορέα*, που ονομάζεται *τεχνητό μυρμήγκι* ή απλά *μυρμήγκι*, είναι εμπνευσμένη από την συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών στη φύση. Ο Αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών δηλαδή ανήκει στην κατηγορία των *βιολογικών ή φυσικών αλγόριθμων*. Οι *βιολογικοί ή φυσικοί αλγόριθμοι* είναι υπολογιστικέδιαδικασίες των οποίων οι στρατηγικές είναι βασισμένες σε διαδικασίες που συμβαίνουν στη φύση και τις οποίες μιμούνται με επιτυχία, προσαρμόζοντας τις βασικές τους αρχές στο πρόβλημα που εξετάζεται κάθε φορά.

ΒΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑ

Πραγματική πηγή έμπνευσης του αλγόριθμου Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών αποτέλεσαν τα αποτελέσματα που εκπονήθηκαν από εργαστηριακές μελέτες βιολογικών συστημάτων, οι οποίες αφορούσαν την συμπεριφορά των μυρμηγκιών. Συγκεκριμένα, για τη μελέτη του φαινομένου κατασκευάστηκε εργαστηριακά ένα πραγματικό φυσικό σύστμα που περιελάμβανε μια αποικία μυρμηγκιών και μια πηγή τροφής. Η πρόσβαση από την φωλιά στην πηγή τροφής και αντίστροφα ήταν δυνατή μέσω μιας διαδρομής με δύο κλάδους, διαφορετικού μήκους ο καθένας όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1. Τα μυρμήγκια φτάνοντας στη διακλάδωση θα έπρεπε να επιλέξουν ποιόν από τους δύο κλάδους θα ακολουθήσουν. Παρατηρήθηκε λοιπόν ότι μετά από ένα μεταβατικό στάδιο που διαρκούσε λίγα λεπτά, τα περισσότερα μυρμήγκια επέλεγαν το συντομότερο κλάδο. Παρατηρήθηκε επίσης ότι η πιθανότητα η αποικία να επιλέξει το συντομότερο κλάδο αυξανόταν με την αύξηση στην διαφορά του μήκους των δύο κλάδων.

Το φαινόμενο της επιλογής της συντομότερης διαδρομής από τα μυρμήγκια οφείλεται στην διαδικασία της *αυτοκατάλυσης* η οποία πραγματοποιείται με ένα έμμεσο τρόπο επικοινωνίας που καλείται *στιγμεργία*. Στην πραγματικότητα καθώς τα μυρμήγκια πηγαίνουν από την φωλιά τους στη πηγή της τροφής και αντίστροφα, αποθέτουν στο έδαφος μια χημική ουσία, που καλείται *φερεμόνη*. Όταν φτάσουν στο σημείο επιλογής κλάδου (σημείο *Α* ή *Β*), παίρνουν πιθανολογικά μια απόφαση που εξαρτάται από το ποσό της φερεμόνης, που ανιχνεύουν πάνω σε κάθε κλάδο. Αυτή η συμπεριφορά είναι *αυτοκαταλυτική*, διότι το γεγονός επιλογής ενός κλάδου θα αυξήσει την πιθανότητα επιλογής του ξανά στο μέλλον, από άλλα μυρμήγκια. Στην αρχή του πειράματος δεν υπάρχει καθόλου φερεμόνη στους δύο κλάδους και για αυτό το λόγο τα μυρμήγκια φτάνοντας στο σημείο *Α* θα επιλέξουν ένα από τους δύο κλάδους με την ίδια πιθανότητα. Λόγω του διαφορετικού μήκους των δύο κλάδων, τα μυρμήγκια που επιλέγουν τον συντομότερο κλάδο θα φτάσουν πρώτα στην πηγή της τροφής. Κατά την επιστροφή τους στη φωλιά θα φτάσουν πάλι στο σημείο επιλογής κλάδου (σημείο *Β*). Σε εκείνο το σημείο θα ανιχνεύσουν ένα ίχνος φερεμόνης στον μικρότερο κλάδο, ίχνος που άφησαν τα ίδια κάνοντας την αντίθετη διαδρομή. Το ίχνος φερεμόνης θα επηρεάσει θετικά τα μυρμήγκια στην επιλογή του κλάδου, δηλαδή θα επιλέξουν το μικρότερο κλάδο με μεγαλύτερη πιθανότητα από ότι τον μεγαλύτερο. Νέα ποσότητα φερεμόνης θα αποτεθεί στον επιλεγμένο κλάδο κάνοντας τον πιο ελκυστικό για τα μυρμήγκια που ακολουθούν. Καθώς η διαδικασία συλλογής τροφής προχωρεί, στον μικρότερο κλάδο αποτίθεται φερεμόνη με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι στον άλλο κλάδο, κάνοντας τον πρώτο όλο και πιο ελκυστικό. Τελικά όλα τα μυρμήγκια θα καταλήξουν να χρησιμοποιούν το συντομότερο κλάδο.



Σχήμα 1. Αναζήτηση συντομότερης διαδρομής από τα πραγματικά μυρμήγκια

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Τα τεχνητά μυρμήγκια στον Αλγόριθμο Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών χρησιμοποιούν ένα κατασκευαστικό ευρετικό αλγόριθμο, ο οποίος παίρνει πιθανολογικά αποφάσεις που εξαρτώνται από τα *τεχνητά ίχνη φερεμόνης* και από ευρετικές πληροφορίες που βασίζονται στα δεδομένα του εκάστοτε προβλήματος προς λύση. Για αυτό το λόγο ο Αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών θεωρείται μια επέκταση των παραδοσιακών κατασκευαστικών αλγόριθμων. Μια σημαντική διαφορά όμως με τους κατασκευαστικούς αλγόριθμους είναι η χρήση του *ίχνους φερεμόνης* κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου, που λαμβάνει υπόψη την συσσωρευμένη εμπειρία της έρευνας των μυρμηγκιών.

Τα τεχνητά μυρμήγκια που χρησιμοποιούνται στον Αλγόριθμο Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών είναι στοχαστικές διαδικασίες κατασκευής λύσεων, που κατασκευάζουν πιθανολογικά μια λύση ενεργοποιώντας μια επαναληπτική διαδικασία, η οποία σε κάθε επανάληψη προσθέτει ένα στοιχείο σε μερικές λύσεις (που αρχικά είναι κενές) λαμβάνοντας υπόψη:

- Ευρετικές πληροφορίες του εκάστοτε προβλήματος προς λύση, αν υπάρχουν.
- (Τεχνητά) ίχνη φερεμόνης, τα οποία ανανεώνονται δυναμικά κατά την διάρκεια εφαρμογής του αλγόριθμου και που αντιπροσωπεύουν την συσσωρευμένη εμπειρία της έρευνας.

Ο Αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών είναι ουσιαστικά μια εξέλιξη των κατασκευαστικών αλγορίθμων. Η κατασκευή των λύσεων όμως στον Αλγόριθμο Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών γίνεται στοχαστικά βάσει μιας *συνάρτησης πιθανότητας* και όχι αιτιοκρατικά βάσει μιας πλεονεκτικής συνάρτησης, όπως στους πλεονεκτικούς κατασκευαστικούς αλγόριθμους. Το γεγονός αυτό δίνει τη δυνατότητα στον Αλγόριθμο Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών να κατασκευάζει ένα μεγάλο φάσμα διαφορετικών λύσεων και έτσι να εξετάζει πολύ μεγαλύτερο αριθμό λύσεων από τους πλεονεκτικούς. Η χρήση ευρετικών πληροφοριών που είναι άμεσα διαθέσιμες για τα περισσότερα προβλήματα διακριτής βελτιστοποίησης, μπορεί να καθοδηγήσει τα μυρμήγκια στην κατασκευή καλών λύσεων. Επιπλέον η χρήση των τεχνητών ιχνών φερεμόνης, δηλαδή της συσσωρευμένης εμπειρίας, συντελεί στην *αυτοεκμάθηση* του αλγορίθμου, για την αποτελεσματικότερη κατασκευή λύσεων στις μελλοντικές επαναλήψεις του αλγορίθμου. Τα ίχνη φερεμόνης είναι στην ουσία ένα είδος μνήμης. Τέλος, η χρήση αποικίας μυρμηγκιών (πολλαπλών φορέων) συντελεί στη συλλογική αλληλεπίδραση των φορέων για την αποτελεσματικότερη επίλυση του προβλήματος. Ένας φορέας από μόνος του θα οδηγούσε την έρευνα σε φτωχά αποτελέσματα.

Η αρχή λειτουργίας του Αλγόριθμου Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών συμπίπτει με την αρχή λειτουργίας των κατασκευαστικών αλγορίθμων. Τα μυρμήγκια ξεκινώντας από μια κενή λύση προσθέτουν βήμα-βήμα ένα μόνο στοιχείο του συνόλου E μέχρι να φτιάξουν μια ολοκληρωμένη. Μια μη ολοκληρωμένη (μερική) λύση ονομάζεται κατάσταση x και ορίζεται ως μια ακολουθία των στοιχείων του E, δηλαδή $x = \{e_i, e_j, \ldots\}$. Το σύνολο όλων των δυνατών ακολουθιών συμβολίζεται $\overline{X}$. Το μέγεθος μιας κατάστασης x, ορίζεται ως ο αριθμός των στοιχείων στην ακολουθία και συμβολίζεται με $|x|$. Το σύνολο P των περιορισμών καθορίζει το σύνολο των εφικτών ακολουθιών X, με $X \subseteq \overline{X}$. Οι ολοκληρωμένες λύσεις που κατασκευάζονται είναι δυνατόν να είναι εφικτές, αλλά και μη εφικτές. Το σύνολο των πρώτων συμβολίζεται με S, ενώ το υπερσύνολο και των δύο με $\overline{S}$. Προφανώς ισχύει $S \subseteq \overline{S}$. Και στην περίπτωση αυτή οι περιορισμοί P συντελούν στον καθορισμό του συνόλου S. Ανάλογα με το πρόβλημα είναι δυνατόν να τηρούνται αυστηρά οι περιορισμοί και να κατασκευάζονται μόνο εφικτές λύσεις, ή να μη τηρούνται αυστηρά οι περιορισμοί και να κατασκευάζονται και μη εφικτές λύσεις. Η κατασκευή μη εφικτών λύσεων αποσκοπεί στη καθοδήγηση του αλγόριθμου σε καλύτερες εφικτές λύσεις, αφού γίνει και πάλι αυστηρή εφαρμογή των περιορισμών. Για παράδειγμα η κατασκευή μη εφικτών λύσεων μπορεί να συντελέσει στον απεγκλωβισμό του αλγόριθμου από ένα τοπικό ελάχιστο.

ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Τα μυρμήγκια μπορούν να χαρακτηριστούν ως στοχαστικές διαδικασίες κατασκευής λύσεων που κινούνται στο *κατασκευαστικό* γράφημα του υποδείγματος $G = (E, L)$, όπου οι κορυφές είναι τα στοιχεία του υποδείγματος E και L (σύνολο ακμών) είναι το σύνολο που συνδέει πλήρως τα στοιχεία του υποδείγματος E. Τα στοιχεία του συνόλου L καλούνται *σύνδεσμοι*. Η κίνηση στο κατασκευαστικό γράφημα του υποδείγματος G μεταφράζεται ως κατασκευή καταστάσεων x και τελικά ολοκληρωμένων λύσεων s. Τα μυρμήγκια δεν κινούνται αυθαίρετα, αλλά βάσει μιας *συνάρτησης πιθανότητας*. Στα στοιχεία e_i και l_{ij} των συνόλων E και L αντίστοιχα, αντιστοιχίζεται ένα ίχνος φερεμόνης τ_i και τ_{ij} ενεργοποιώντας μια μακροπρόθεσμη μνήμη που αποθηκεύει δεδομένα για την έρευνα των μυρμηγκιών στο σύνολό της και η οποία ανανεώνεται από τα ίδια τα μυρμήγκια. Επίσης αντιστοιχίζεται μια ευρετική πληροφορία n (n_i αν πρόκειται για στοιχεία, n_{ij} αν πρόκειται για συνδέσμους)

Κάθε μυρμήγκι φορέας k της αποικίας έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Χρησιμοποιεί το κατασκευαστικό γράφημα $G = (E, L)$ για να βρει εφικτές λύσεις ελάχιστου κόστους.

- Έχει μνήμη M^k την οποία αποθηκεύει πληροφορίες σχετικές με το δρομολόγιο που έχει ακολουθήσει μέχρι στιγμής. Η μνήμη χρησιμοποιείται για να κατασκευαστούν εφικτές λύσεις, για να εκτιμηθούν οι λύσεις που έχουν βρεθεί μέχρι στιγμής και για να γίνει απόθεση φερεμόνης και ανανέωση αυτής
- Ανατίθεται στο καθένα μυρμήγκι φορέα μια αρχική κατάσταση x_r^k και ένα ή περισσότερα κριτήρια τερματισμού c^k. Συνήθως, η αρχική κατάσταση εκφράζεται ως μήκος ακολουθίας, που είναι ένα στοιχείο ή μια κενή λύση.
- Όταν βρίσκεται σε μια κατάσταση $x_r = \{x_{r-1}, e_i\}$ προσπαθεί να κινηθεί σε οποιοδήποτε στοιχείο e_j ώστε να μεταβεί σε μια εφικτή κατάσταση $\{x_r, e_j\} \in X$. Αν αυτό δεν μπορεί να επιτευχθεί τότε κινείται σε οποιοδήποτε στοιχείο e_j και μεταβαίνει σε μια μη εφικτή κατάσταση $\{x_r, e_j\} \in \overline{X} \setminus X$.
- Κάθε μυρμήγκι φορέας κινείται βάσει μιας συνάρτηση πιθανότητας. Η συνάρτηση διαμορφώνεται από τοπικά διαθέσιμες ευρετικές πληροφορίες πάνω στο κατασκευαστικό γράφημα, τα αντίστοιχα ίχνη φερεμόνης και την προσωπική μνήμη του κάθε μυρμηγκιού φορέα στην οποία αποθηκεύεται το παρελθόν του και τους περιορισμούς του προβλήματος.
- Η διαδικασία κατασκευής λύσεων τερματίζεται όταν τουλάχιστον ένα κριτήριο τερματισμού c^k ικανοποιείται.
- Κάθε μυρμήγκι φορέας ανανεώνει το ίχνος φερεμόνης του κάθε στοιχείου, που προσθέτει στην μερική λύση, ή του αντίστοιχου σύνδεσμου. Αυτή η διαδικασία καλείται *απευθείας βηματική ανανέωση φερεμόνης* και είναι πολύ σημαντική για την υλοποίηση του αλγορίθμου.
- Συμπληρωματικά κάθε μυρμήγκι φορέας μπορεί αφού κατασκευάσει μια ολοκληρωμένη λύση και να κάνει χρήση της μνήμης για να ανανεώσει τα ίχνη φερεμόνης τ_i των στοιχείων e_i ή τ_{ij} των συνδέσμων l_{ij} που έχουν χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή της λύσης. Αυτή η διαδικασία καλείται *απευθείας ανανέωση φερεμόνης με υστέρηση*.

Μια συνοπτική περιγραφή του αλγόριθμου είναι η εξής: Μια αποικία μυρμηγκιών κινείται ταυτόχρονα και ασύγχρονα μέσω γειτονικών καταστάσεων στο κατασκευαστικό διάγραμμα G. Τα μυρμήγκια κινούνται εφαρμόζοντας μια συνάρτηση πιθανότητας που διαμορφώνεται από ευρετικές πληροφορίες και ίχνη φερεμόνης. Η κίνηση τους στο γράφημα G συνεπάγεται την βήμα-βήμα κατασκευή λύσεων του προβλήματος. Όταν ολοκληρωθεί μια λύση ή κατά τη διάρκεια κατασκευής της, το κάθε μυρμήγκι αξιολογεί τη (μερική) λύση και αποθέτει φερεμόνη στα στοιχεία ή τους συνδέσμους που χρησιμοποιείσαι. Το ίχνος φερεμόνης θα καθοδηγήσει την έρευνα των μυρμηγκιών στο μέλλον.

Εκτός από την δραστηριότητα των μυρμηγκιών ο Αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών περιλαμβάνει δύο ακόμη διαδικασίες: την *εξάτμιση του ίχνους φερεμόνης* και τις *συμπληρωματικές δραστηριότητες*.

Η εξάτμιση του ίχνους φερεμόνης είναι μια διαδικασία με την οποία η ένταση του ίχνους φερεμόνης μειώνεται με την πάροδο του χρόνου από τα στοιχεία και τους συνδέσμους του G. Στη πράξη αυτή η διαδικασία συμβάλει στον μη εγκλωβισμό του αλγόριθμου σε μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου λύσεων. Η εξάτμιση του ίχνους φερεμόνης δίνει τη δυνατότητα στον αλγόριθμο, να «αγνοεί» τις πληροφορίες που έχει αποκτήσει στο παρελθόν και να εξερευνά νέες περιοχές του χώρου λύσεων ώστε να αποφεύγει πιθανό εγκλωβισμό σε τοπικά ελάχιστα. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η διαφοροποίηση της έρευνας του χώρου λύσεων.

Οι συμπληρωματικές διαδικασίες είναι κάποιες προαιρετικές προεκτάσεις του αλγόριθμου για την εξαγωγή καλύτερων υπολογιστικών αποτελεσμάτων. Είναι διαδικασίες που δεν μπορούν να εκτελεσθούν από τα μυρμήγκια κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου. Για παράδειγμα είναι η απόθεση επιπλέον φερεμόνης σε στοιχεία ή συνδέσμους που ανήκουν στις καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί. Μια τέτοιου είδους διαδικασία ονομάζεται *μη άμεση ανανέωση φερεμόνη*. Η παραπάνω διαδικασία συντελεί στην εντατικοποίηση της έρευνας του χώρου λύσεων. Οι διαδικασίες αυτές μπορεί να έχουν διαφορετική μορφή ανάλογα με τη φύση του προβλήματος που εφαρμόζονται.

ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ ΒΑΣΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Εκτός από τα στοιχεία του βασικού αλγορίθμου ο Αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών περιλαμβάνει δύο σημαντικές προεκτάσεις: την *στρατηγική των εξαιρετικών λύσεων* και την *διαδικασία της κατάταξης*.

Η στρατηγικήτ των εξαιρετικών λύσεων έχει στόχο την ενίσχυση με επιπλέον φερεμόνη της καλύτερης λύσης, που έχει κατασκευαστεί από την έναρξη του αλγόριθμου. Συγκεκριμένα, κάθε φορά που γίνεται ανανέωση του ίχνους φερεμόνης, τα στοιχεία ή οι σύνδεσμοι του κατασκευαστικού γραφήματος που ανήκουν στην καλύτερη μέχρι στιγμής λύση λαμβάνουν ένα επιπρόσθετο ποσό φερεμόνης. Με αυτό τον τρόπο τα στοιχεία και οι σύνδεσμοι που ανήκουν στην καλύτερη μέχρι στιγμής λύση καθίστανται πλέον πιο ελκυστικοί για τα μυρμήγκια στο μέλλον. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται επειδή είναι πιθανό τα στοιχεία της καλύτερης λύσης να ανήκουν και στο παγκόσμιο βέλτιστο. Επομένως γίνεται μια εντατικοποίηση της έρευνας των μυρμηγκιών γύρω από την καλύτερη μέχρι στιγμής λύση, η οποία μπορεί να οδηγήσει στο παγκόσμιο βέλτιστο. Βεβαίως είναι πιθανό αύτη η διαδικασία να εγκλωβίσει την έρευνα σε ένα τοπικό ελάχιστο. Το μυρμήγκι που παράγει την καλύτερη λύση ονομάζεται το *καλύτερο* μυρμήγκι.

Στην διαδικασία αυτή αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή μιας ολοκληρωμένης λύσης από κάθε μυρμήγκι, γίνεται *κατάταξη* αυτών των λύσεων σύμφωνα με την ποιότητα της κάθε λύσης, όπως αυτή ορίζεται από την αντικειμενική συνάρτηση. Το βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου επιτρέπει μόνο στα σ καλύτερα μυρμήγκια να ανανεώσουν το ίχνος φερεμόνης στις λύσεις που έχουν κατασκευάσει. Το σ είναι μια παράμετρος που ορίζεται από τον χρήστη και η τιμή της εξαρτάται από τους ειδικούς περιορισμούς και τις πληροφορίες του κάθε προβλήματος. Αυτή η διαδικασία χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με την στρατηγική εξαιρετικών λύσεων. Αποσκοπεί στην επικέντρωση της έρευνας γύρω από τις καλές λύσεις που κατασκευάζονται από τα μυρμήγκια.

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΛΥΣΕΩΝ

Ο πρώτος αλγόριθμος Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών αλγόριθμος που κατασκευάστηκε είναι ο αλγόριθμος *Συστήματος Μυρμηγκιών*. Το Σύστημα Μυρμηγκιών κατασκευάστηκε για την επίλυση των περισσότερων γνωστών προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης. Για την επίλυση των προβλημάτων αυτών εφαρμόζεται μια βελτιωμένη έκδοση του Συστήματος Μυρμηγκιών που εκτελείται σε δύο βασικά βήματα: την κατασκευή λύσεων βάσει της συνάρτησης πιθανότητας και την ανανέωση του ίχνους φερεμόνης.

Για την επίλυση προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης με το Σύστημα Μυρμηγκιών, τα μυρμήγκια κατασκευάζουν λύσεις, καθώς επισκέπτονται διαδοχικά το ένα στοιχείο του κατασκευαστικού γραφήματος του υποδείγματος, μέχρις ότου μια πλήρης εφικτή λύση έχει κατασκευαστεί. Το κάθε μυρμήγκι ξεκινάει από το πρώτο στοιχείο του υποδείγματος της μερικής λύσης και κατασκευάζει λύσεις επιλέγοντας διαδοχικά στοιχεία μέχρι το σημείο κατασκευής μιας πλήρους εφικτής λύσης. Κάθε φορά που η επιλογή ενός στοιχείου οδηγεί σε μη εφικτή λύση, για λόγους που καθορίζονται βασικά από τους περιορισμούς του προβλήματος, η λύση τερματίζεται και επανεκκινείται μια διαδικασια διαμόργωσης μιας καινούργιας πλήρους και εφικτής λύσης. Κάθε μυρμήγκι *k* επιλέγει να μεταβεί από ένα στοιχείο *i* σε ένα άλλο j σύμφωνα με την συνάρτηση πιθανότητας p_{ij}^{k}. Όπως έχει προαναφερθεί η συνάρτηση πιθανότητας διαμορφώνεται από τα ίχνη φερεμόνης και τις ευρετικές πληροφορίες του προβλήματος.

$$p_{ij}^{k} = \begin{cases} \dfrac{(\tau_{ij})^{\alpha} \cdot (n_{ij})^{\beta}}{\sum_{h \in \Omega} (\tau_{ih})^{\alpha} \cdot (n_{ih})^{\beta}} & \text{, αν το j ανήκει στο } \Omega \\ 0 & \text{, σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases} \tag{1}$$

όπου:

- *Ω* είναι το σύνολο που αποτελείται από τα στοιχεία εκείνα του υποδείγματος που είναι δυνατόν να επιλεγούν για τη δημιουργία μιας μερικής εφικτής λύσης κάθε φορά
- τ_{ij} το ίχνος φερεμόνης της ακμής *(i,j)*
- n_{ij} ευρετικές πληροφορίες του προβλήματος για την ακμή *(i,j)*
- *α* και *β* παράμετροι

Οι παράμετροι α και β καθορίζουν την αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων που διαμορφώνουν την συνάρτηση πιθανότητας. Αν η παράμετρος *α* τεθεί ίση με το *0*, τότε ο αλγόριθμος θα μετατραπεί σε ένα κλασικό πλεονεκτικό αλγόριθμο, δηλαδή τα ίχνη φερεμόνης δεν θα παίζουν κανένα ρόλο στην κατασκευή των λύσεων. Αντίθετα αν η παράμετρος *β* τεθεί ίσης με το *0* τότε η κατασκευή των λύσεων καθοδηγείται μόνο από τα ίχνη φερεμόνης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο αλγόριθμος να συγκλίνει σε συγκεκριμένες περιοχές του χώρου λύσεων. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται κατάσταση *στασιμότητας*. Για την επίτευξη καλών αποτελεσμάτων απαιτείται καλός συντονισμός των δύο παραμέτρων από τον χρήστη

Οι ευρετικές πληροφορίες n_{ij} ορίζονται βάσει των χαρακτηριστικών του προβλήματος και εκφράζουν την ευκολία ή δυσκολία μετάβασης από ένα στοιχείο του κατασκευαστικού γραφήματος σε κάποιο άλλο. Οι ευρετικές πληροφορίες υπολογίζονται μια φορά στην αρχή του αλγόριθμου και παραμένουν σταθερές μέχρι τον τερματισμό του.

Η ανανέωση του ίχνους φερεμόνης στο Σύστημα Μυρμηγκιών γίνεται με την συνεισφορά όλων των μυρμηγκιών. Στο βελτιωμένο Σύστημα Μυρμηγκιών η ανανέωση γίνεται σύμφωνα με τη διαδικασία της κατάταξης. Γίνεται λοιπόν κατάταξη των μυρμηγκιών ανάλογα με την ποιότητα των λύσεων που παράγουν και για την ανανέωση του ίχνους χρησιμοποιούνται μόνο τα *σ* καλύτερα μυρμήγκια της κατάταξης. Η ανανέωση γίνεται σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$\tau_{ij}^{new} = \rho \cdot \tau_{ij}^{old} + \sum_{\mu=1}^{\sigma-1} (\sigma - \mu) \cdot \Delta\tau_{ij}^{\mu} + \sigma \cdot \Delta\tau_{ij}^{*} \quad (2)$$

όπου:

- ρ η διάρκεια του ίχνους φερεμόνης (με $0 \le \rho \le 1$), οπότε η εξάτμιση του ίχνους είναι *(1-ρ)*.
- $\Delta\tau_{ij}^{\mu} = \dfrac{1}{L_{\mu}}$ αν το μ-οστο καλύτερο μυρμήγκι χρησιμοποιεί την ακμή *(i,j)* και *0* διαφορετικά
- $\Delta\tau_{ij}^{*} = \dfrac{1}{L^{*}}$ αν η ακμή *(i,j)* ανήκει στην καλύτερη μέχρι στιγμής λύση και *0* διαφορετικά
- σ ο αριθμός των καλύτερων μυρμηγκιών
- L_{μ} και L^{*} οι τιμές οι τιμές των λύσεων που έχουν παραχθεί από το μ-οστο καλύτερο μυρμήγκι και το *καλύτερο* μυρμήγκι αντίστοιχα

Η παράμετρος ρ που εκφράζει την διάρκεια του ίχνους φερεμόνης χρησιμοποιείται για αποφευχθεί η απεριόριστη συσσώρευση ίχνους φερεμόνης και να αποφεύγεται η κατάσταση στασιμότητας. Ταυτόχρονα δίνεται η δυνατότητα στον αλγόριθμο να «ξεχνάει» προηγούμενες κακές αποφάσεις και να εξερευνά νέες περιοχές του χώρου λύσεων.

Η χρήση των σ καλύτερων μυρμηγκιών για την ανανέωση του ίχνους φερεμόνης αποσκοπεί στο διαχωρισμό των καλών λύσεων από τις κακές και τη καθοδήγηση της έρευνας των μυρμηγκιών βάσει των πρώτων.

Ένας ψευδοκώδικας του Συστήματος Μυρμηγκιών για την επίλυση κάποιου προβλήματος διακριτής αριστοποίησης δίδεται παρακάτω:

Αρχικοποίηση Προβλήματος
Επανέλαβε
> *Για κάθε ένα από τα μυρμήγκια φορείς του αλγορίθμου κατασκεύασε μια νέα λύση με χρήση της εξίσωσης (1)*
> *Επικαιροποίησε τα ίχνη φερεμόνης του προβλήματος με χρήση της εξίσωσης (2)*

Μέχρι την ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου τερματισμού

Ο αριθμός m των μυρμηγκιών που χρησιμοποιούνται σε κάθε αλγόριθμο θεωρείται παράμετρος. Σε όλους τους αλγόριθμους τίθεται $m > 1$. Η συγκεκριμένη τιμή του m εξαρτάται από το είδος του αλγόριθμου Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών και από το πρόβλημα. Η λειτουργία των αλγόριθμων Αριστοποίησης Αποικίας Μυρμηγκιών βασίζεται στην συνεργασία των μυρμηγκιών της αποικίας. Είναι δηλαδή αλγόριθμοι *συνεργαζόμενων φορέων*. Τα αποτελέσματα που εξάγονται από ένα μόνο μυρμήγκι είναι κακής ποιότητας σε σχέση με αυτά που παράγονται από μια αποικία μυρμηγκιών.

Οι παράμετροι α, β, σ και ρ, καθορίζονται από τον χρήστη και ο σωστός συντονισμός τους συντελεί στην εξαγωγή καλύτερων αποτελεσμάτων.

9

ΔΙΑΣΚΟΡΠΙΣΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

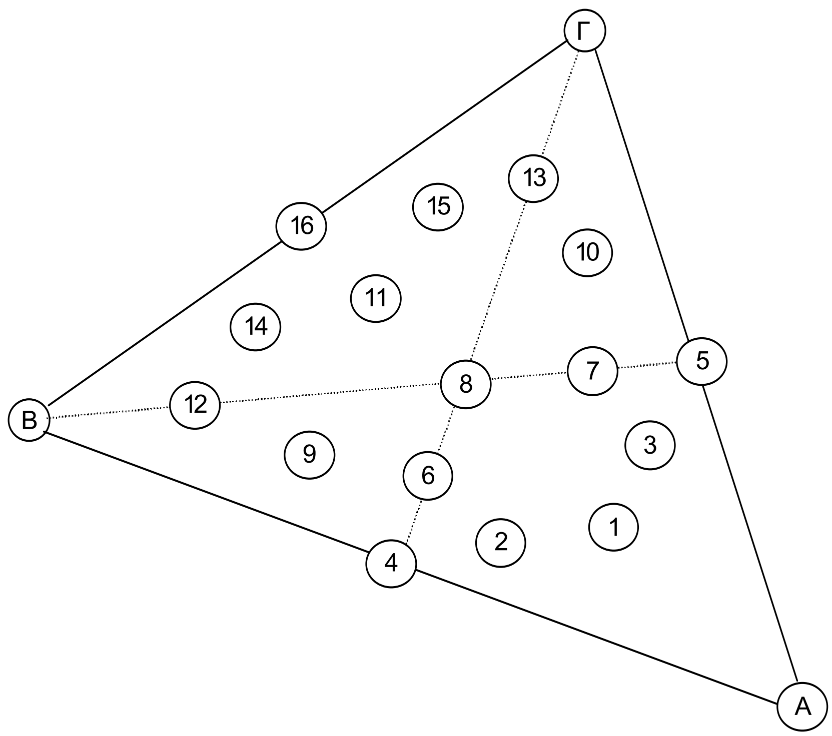
ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Η περιγραφή των διαδικασιών σύνθεσης λύσεων από άλλες που έχουν προκύψει με αιτιοκρατικό τρόπο από την ιστορική εξέλιξη της έρευνας. Η αλληλεπίδραση των αλγορίθμων αυτών με άλλους αλγορίθμους επίλυσης προβληματων διακριτής αριστοποίησης.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η *Διασκορπισμένη Έρευνα* προτάθηκε για πρώτη φορά στην βιβλιογραφία των αλγορίθμων διακριτής αριστοποίησης ως ένας ευρετικός αλγόριθμος για την επίλυση προβλημάτων ακέραιου προγραμματισμού. Σύμφωνα με την αρχική αυτή διατύπωση, η διασκορπισμένη έρευνα χρησιμοποιεί μία ακολουθία από συντεταγμένες αρχικοποιημένες λύσεις για να παράγει σε κάθε επανάληψη μία νέα υψηλότερης ποιότητας λύση. Η νέα αυτή λύση προκύπτει, συνδυάζοντας (σε αντίθεση με άλλους συναφείς αλγορίθμους όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι) με συστηματικό (μη-στοχαστικό) τρόπο τον πληθυσμό των λύσεων που χειρίζεται ο αλγόριθμος της διασκορπισμένης έρευνας. Σε γενικές γραμμές η διασκορπισμένη έρευνα επιδιώκει την εξάλειψη κάθε στοχαστικού συνδυασμού χαρακτηριστικών μεταξύ των λύσεων (χρωμοσωμάτων κατά αντιστοιχία με τους γενετικούς αλγορίθμους) κατά τη διαδικασία παραγωγής μίας νέας λύσης (γονίδιου), ώστε να αποφευχθεί το δυσάρεστο φαινόμενο της καταστροφής χρήσιμων κληρονομημένων χαρακτηριστικών κατά τη διάρκεια της στοχαστικής διαδικασίας συνδυασμού των χαρακτηριστικών που παρατηρείται συχνά στους τελεστές της διασταύρωσης και της μετάλλαξης των γενετικών αλγορίθμων.

Συγκεκριμένα, η διασκορπισμένη έρευνα διεξάγει την έρευνα εντός του χώρου λύσεων βασιζόμενη σε ένα επιλεγμένο σύνολο *σημείων αναφοράς*. Αυτά τα σημεία αναφοράς επιδιώκεται να αποτελούν λύσεις καλής ποιότητας από προηγούμενες διαδικασίες έρευνας κατά την επίλυση του υπό εξέταση προβλήματος. Επιπλέον, όπως δηλώνει και η ονομασία της μεθόδου, οι λύσεις αυτές επιδιώκεται να είναι όσο πιο διασκορπισμένες γίνεται εντός του χώρου λύσεων.



Σχήμα 1. Συνδιασμός λύσεων στον αλγόριθμο της διασκορπισμένης έρευνας.

Η διασκορπισμένη έρευνα ξεκινά προσδιορίζοντας ένα κυρτό συνδυασμό, ή το *ζυγισμένο κέντρο βάρους* των *συντελεστών βαρύτητας* των σημείων αναφοράς. Αυτό το ζυγισμένο κεντρικό σημείο, μαζί με τα υποσύνολα των αρχικών σημείων αναφοράς, χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για να ορίσουν νέες υπο-περιοχές του χώρου λύσεων. Συνέπεια αυτού, είναι ανάλογα κεντρικά σημεία των υπο-περιοχών να εξετάζονται, με μια λογική σειρά (από τις μικρότερες τιμές μιας αντικειμενικής συνάρτησης στις μεγαλύτερες τιμές αυτής, στη περίπτωση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης). Τελικώς, η διασκορπισμένη έρευνα εφαρμόζει επαναληπτικές διαδικασίες με σκοπό τη διαμόρφωση αλληλοεξαρτήσεων μεταξύ των σημείων αυτών, έτσι ώστε να προκύψει η επιθυμητή ποιότητα στις αποδεκτές λύσεις.

Εξετάζοντας το Σχήμα 1, κάθε σημείο (1-16) αποτελεί το κεντρικό σημείο μιας φαινομενικής υπό-περιοχής της περιοχής που ορίζεται από τη χωρική διάταξη των σημείων Α, Β και Γ. Το σημείο 8 είναι το κέντρο της περιοχής που ορίζεται από τα Α, Β και Γ. Σε αυτό το παράδειγμα τα σημεία Α, Β και Γ μπορεί να μην αποτελούν τα αρχικά σημεία αναφοράς (τα οποία θα μπορούσαν για παράδειγμα να είναι τα σημεία 6, 7 και 11 ή τα 4, 5, 12 και 13). Η επιλογή εξαρτάται από την κατανομή των σημείων (θέση του ενός σχετικά με τα άλλα) και τον ορισμό της εφικτής περιοχής γενικότερα. Όταν η διασκορπισμένη έρευνα διεξάγεται με βάση τα σημεία αναφοράς που βρίσκονται πάνω σε μία γραμμή, τότε η έρευνα απλοποιείται σε μία απλή γραμμική έρευνα.

Επειδή η διασκορπισμένη έρευνα εφαρμόζεται στα σημεία αναφοράς που προκύπτουν από την ιστορική εξέλιξη των λύσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για να επηρεάσει την εξέλιξη αυτή. Τα παρακάτω σχόλια αποτελούν τα κυριότερα σημεία της περιγραφής της διαδικασίας που εμπλέκει ο αλγόριθμος της διασκορπισμένης έρευνας:

1. Η μέθοδος επιδιώκει να συνδυάζει περισσότερες από δύο λύσεις για να παράγει κεντροειδή. Η εύρεση του κεντροειδούς όλων των σημείων αναφοράς θεωρείται σημαντικό κομμάτι της έρευνας που διεξάγεται.
2. Οι λύσεις παράγονται στη σειρά
3. Αν και η μέθοδος δεν λειτουργεί με βάση τη δημιουργία συνθηκών τυχαιότητας, δεν δίνει κατευθύνσεις για την επιλογή *καταλλήλων συντελεστών βαρύτητας* που θα επηρεάσουν την εύρεση κεντροειδών.
4. Οι συνδυασμοί είναι κυρτοί, αν και στο παράδειγμα του Σχήματος 1, η χρησιμοποίηση μη κυρτών συνδυασμών είναι αναπόφευκτη για την παραγωγή όλων των σημείων, ξεκινώντας από τα σημεία 6, 7 και 11.
5. Η κατανομή των σημείων ανάλογα με τη θέση των υπολοίπων (διασκόρπιση) θεωρείται σημαντική, παρόλα αυτά κανένας μηχανισμός δεν προτείνεται για να ενθαρρύνει μία τέτοιου είδους διασκόρπιση.

Η μέθοδος της διασκορπισμένης έρευνας θεωρείται σήμερα ως ένα υβρίδιο της αρχικής της διατύπωσης που περιγράφηκε παραπάνω και της μεθόδου της απαγορευμένης έρευνας, καθώς χρησιμοποιεί διάφορες μορφές βραχυπρόθεσμης και μακροπρόθεσμης μνήμης, και κριτήρια υπέρβασης, ο ρόλος των οποίων είναι να επηρεάσουν την επιλογή των σημείων (λύσεων) από το σύνολο αναφοράς, έτσι ώστε να συνθέσουν υποσύνολα του συνόλου αναφοράς. Η διασκορπισμένη έρευνα περιγράφεται σήμερα ως μία διαδικασία που παράγει με συστηματικό τρόπο *διασκορπισμένα* σύνολα σημείων από ένα επιλεγμένο σύνολο σημείων αναφοράς. Οι συνδυασμοί συντελεστών βαρύτητας εισάγονται ως ο κύριος μηχανισμός για την παραγωγή νέων σημείων (λύσεων) πάνω στις γραμμές που ενώνουν τα σημεία αναφοράς. Η συγκεκριμένη διατύπωση της μεθόδου της διασκορπισμένης έρευνας δίνει έμφαση στην έρευνα πάνω στις γραμμές και στη χρήση συντελεστών βαρύτητας για την επιλογή σημείων από τη γραμμή πάνω στην οποία διεξάγεται η έρευνα. Τα κυριότερα σημεία της συγκεκριμένης διατύπωσης της διασκορπισμένης έρευνας περιγράφονται ως εξής:

1. Η μέθοδος αρχίζει από ένα σύνολο S αρχικών σημείων (λύσεων) από τα οποία όλα τα άλλα σύνολα προκύπτουν. Η παραγωγή του συνόλου S γίνεται με συστηματικό και όχι με τυχαίο τρόπο.
2. Συμβολίζοντας ως H το σύνολο των καλυτέρων λύσεων h που έχουν παραχθεί κατά την διάρκεια της έρευνας, και T ένα υποσύνολο των λύσεων στο H οι οποίες αποκλείονται από την διαδικασία, τότε το τρέχων σύνολο αναφοράς ορίζεται ως $R = H^* \cup S^*$ όπου το σύνολο H^* αποτελείται από τις h^* καλύτερες λύσεις του συνόλου H-T και S^* αποτελείται από τις s^* καλύτερες λύσεις του S.
3. Μία επανάληψη αποτελείται από την παραγωγή του κέντρου βάρους για όλες τις λύσεις που αποτελούν το S^* καθώς και όλων κέντρων βαρύτητας για όλα τα υποσύνολα μεγέθους s^*-1 στο S^*. Αυτά τα σημεία (λύσεις) συνδυάζονται με μία λύση στο σύνολο R για να σχεδιάσουν γραμμές πάνω στις οποίες θα διεξαχθεί η έρευνα για την παραγωγή επιπλέον σημείων (λύσεων). Σημεία (λύσεις) του συνόλου S^* συνδυάζονται επίσης μεταξύ τους για τον ίδιο σκοπό. Τελικά, οι επόμενες λύσεις συνδυάζονται ως $H^* \times D(S^*)$ και $R \times D(S- S^*)$ όπου $D(X)$ συμβολίζει ένα διαφοροποιημένο υποσύνολο του συνόλου X.
4. Όταν δύο λύσεις x και y συνδυάζονται, οι λύσεις που παράγονται έχουν την μορφή $z(\omega) = x + \omega(y\text{-}x)$.
5. Όταν η ποιότητα μιας λύσης z που προκύπτει, υπερβαίνει τη μέση ποιότητα των λύσεων μέσα στο σύνολο S^*, η έρευνα εντατικοποιείται και επικεντρώνεται γύρω από τη z. Η εντατικοποίηση της έρευνας επιτυγχάνεται με την παραγωγή ενδιάμεσων σημείων πάνω στις γραμμές, οι οποίες ενώνουν τη λύση z με τους κοντινότερους γείτονες της (δηλαδή τα σημεία (λύσεις) που βρέθηκαν κατά τη διάρκεια της έρευνας πάνω στη γραμμή και τα οποία παρήγαγαν το σημείο (λύση) z).
6. Διαφορετικές μορφές μνήμης (βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη) χρησιμοποιούνται για να ελέγχουν την είσοδο των λύσεων στο H και στο T.

Η συγκεκριμένη διατύπωση της μεθόδου της διασκορπισμένης έρευνας δίνει έμφαση στην έρευνα πάνω σε γραμμές (γραμμικές έρευνες). Η συγκεκριμένη έρευνα ξεκινά κάθε φορά από τα κεντροειδή χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες και τις μέχρι στιγμής καταγεγραμμένες υψηλότερης ποιότητας λύσεις. Εξετάζεται παράλληλα η πρακτική επίσης να συνδυάζονται υψηλής ποιότητας λύσεις με διαφοροποιημένες λύσεις. Η μέθοδος περιλαμβάνει στοιχεία της στρατηγικής της εντατικοποίησης της έρευνας, η οποία υλοποιείται με τη χρησιμοποίηση περισσότερων λύσεων από μία γραμμή που έχει ήδη παράγει μια πολύ καλή λύση.

Η συγκεκριμένη διατύπωση της διασκορπισμένης έρευνα ςαποτέλεσε την κύρια έμπνευση για την ανάπτυξη πολλών επιτυχημένων εφαρμογών πάνω σε τελείως διαφορετικά πεδία τα τελευταία χρόνια.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΒΑΣΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Το περίγραμμα του βασικού αλγορίθμου της διασκορπισμένης έρευνας περιγράφεται παρακάτω ως εξής:

Αρχική Φάση

Γεννήτορας Διαφοροποίησης.
Γεννά δοκιμαστικές λύσεις (trial solutions) από μία ή περισσότερες λύσεις-σπόρους (seed solutions), οι οποίες χρησιμοποιούνται για να ξεκινήσει η μέθοδος.

Μέθοδος Βελτίωσης.
Μετασχηματίζει μία λύση σε μία ή περισσότερες βελτιωμένες λύσεις. Εάν δεν συμβεί καμία βελτίωση, ως βελτιωμένη λύση θεωρείται αυτή που υποβλήθηκε για βελτίωση.

Μέθοδος Ενημέρωσης του Συνόλου Αναφοράς.
Δημιουργεί και διατηρεί ένα σύνολο από *λύσεις αναφοράς*, το οποίο αποτελείται από τις υψηλότερης ποιότητας λύσεις μεταξύ όλων των λύσεων που έχουν βρεθεί, με βάση τα κριτήρια που έχουν τεθεί.

'Ελεγχος Τερματισμού.
Επανάληψη της αρχικής φάσης μέχρι να παραχθεί ένας καθορισμένος αριθμός από υψηλής ποιότητας και διαφοροποιημένες λύσεις που θα αποτελέσουν την πηγή των υποψηφίων για το σύνολο αναφοράς.

Φάση Διασκορπισμένης Έρευνας

Μέθοδος Δημιουργίας Υποσυνόλων.
Δημιουργεί υποσύνολα του συνόλου αναφοράς τα οποία θα αποτελέσουν την βάση για τη δημιουργία συνδυασμένων λύσεων.

Μέθοδος Συνδυασμού Λύσης.
Μετασχηματίζει κάθε υποσύνολο λύσεων που παράγεται από την *Μέθοδο Δημιουργίας Υποσυνόλων* σε μία ή περισσότερες συνδυασμένες λύσεις. Κάθε συνδυασμένη λύση που παράγεται μ' αυτόν τον τρόπο χρησιμοποιείται ως λύση για το επόμενο βήμα.

Μέθοδος Βελτίωσης.
Μετασχηματίζει κάθε μία δοκιμαστική λύση του προηγούμενου βήματος σε μία ή περισσότερες βελτιωμένες λύσεις. Εάν δεν συμβεί καμία βελτίωση, ως βελτιωμένη λύση θεωρείται αυτή που υποβλήθηκε για βελτίωση.

Μέθοδος Ενημέρωσης του Συνόλου Αναφοράς.
Διατηρεί και ενημερώνει το *σύνολο αναφοράς* που αποτελείται από τις υψηλότερης ποιότητας λύσεις μεταξύ όλων των λύσεων που έχουν βρεθεί, βάσει των κριτηρίων που έχουν τεθεί.

'Ελεγχος Τερματισμού.
Επανάληψη της Φάσης Διασκορπισμένης Έρευνας μέχρι να συμπληρωθεί ο προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο περίγραμμα δεν αποτελεί το μοναδικό τρόπο οργάνωσης και υλοποίησης των συγκεκριμένων μεθόδων.

ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΤΟΥ ΒΑΣΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Αν και οι πρώτες ιδέες της διασκορπισμένης έρευνας διατυπώθηκαν πριν από αρκετά χρόνια, η μέθοδος διατυπώθηκε συνολικώς και διαδόθηκε στην επιστημονική κοινότητα μόλις τα τελευταία χρόνια. Αυτή είναι και η αιτία που ο αριθμός των εφαρμογών της στα προβλήματα διακριτής αριστοποίησης είναι σχετικά περιορισμένος. Ένας από τις πιο πετυχημένους γενικά μεταευρετικούς που έχουν εφαρμοσθεί για προβλήματα διακριτής αριστοποίησης παρουσιάζει ένα υβρίδιο των μεθόδων της απαγορευμένης έρευνας και της διασκορπισμένης έρευνας. Παρά ταύτα, εξαιτίας του γεγονότος ότι ο αλγόριθμος κάνει ιδιαίτερη αναφορά σε αρχές και ιδέες της αρχικής διατύπωσης της διασκορπισμένης έρευνας, ο αλγόριθμος αποφασίστηκε να ενταχθεί στην κατηγορία των εφαρμογών της διασκορπισμένης έρευνας για τα προβλήματα διακριτής αριστοποίησης και όχι στην αντίστοιχη των εφαρμογών της απαγορευμένης έρευνας. Σο συγκεκριμένο υβρίδιο το *Σύνολο Αναφοράς* (σύμφωνα με την ορολογία της διασκορπισμένης έρευνας) περιγράφεται ως μία δεξαμενή από καλές λύσεις (όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται), η οποία ενημερώνεται με δυναμικό τρόπο κατά τη διάρκεια της έρευνας. Περιοδικώς, κάποια χαρακτηριστικά αυτών των λύσεων απομονώνονται από την δεξαμενή και συνδυάζονται με διαφορετικούς τρόπους για να παράγουν μία νέα λύση. Τα χαρακτηριστικά των λύσεων που αποσπώνται από την δεξαμενή είναι κάποιες λύσεις που παρήχθησαν από το συγκεκριμένο πρόβλημα-λύσεις που είναι αποθηκευμένες εντός της δεξαμενής. Η διαδικασία της απομόνωσης δίνει μεγαλύτερο συντελεστή βαρύτητας στις διαδρομές που ανήκουν στις καλύτερες λύσεις, βάσει της αντικειμενικής συνάρτησης. Όταν επιλέγονται αυτές οι λύσεις, ιδιαίτερη προσοχή δίνεται στο να μην περιέχεται το ίδιο στοιχείο του υποδείγματος στη συνδυασμένη λύση που προκύπτει. Γι' αυτό το λόγο στις περισσότερες περιπτώσεις η διαδικασία επιλογής διαδρομών σταματά έχοντας σχηματιστεί μια ημιτελής λύση, όπως περιγράφεται η οποία πρέπει να συμπληρωθεί χρησιμοποιώντας ένα ευρετικό κατασκευής. Η αποδοτικότητα του συγκεκριμένου αλγορίθμου αποδείχτηκε και στην πράξη, παράγοντας υψηλής ποιότητας λύσεις σε προβλήματα διακριτής αριστοποίησης.

Μία σχεδόν πανομοιότυπη διαδικασία με την προηγούμενη προτείνει τη χρήση ενός διφασικού μεταευρετικού. Στην πρώτη φάση του αλγορίθμου παράγεται ένας μεγάλος αριθμός από λύσεις, τα στοιχεία των οποίων αποθηκεύονται σε μία μορφή μνήμης (η οποία καλείται και σ' αυτή την περίπτωση ως δεξαμενή), ενώ στην δεύτερη φάση προσδιορίζονται οι υποσχόμενες λύσεις της δεξαμενής που χρησιμοποιούνται για να συνθέσουν μια βελτιωμένη λύση με την βοήθεια της απαγορευμένης έρευνας. Η διαδικασία εξαγωγής των λύσεων δίνει προτεραιότητα σε αυτές που περιλαμβάνουν τον μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων του υποδείγματος. Η εξαγωγή των επόμενων λύσεων γίνεται με τρόπο που να μην περιέχουν κοινά στοιχεία του υποδείγματος με τις προηγούμενες λύσεις που έχουν εξαχθεί. Η διαδικασία αυτή σταματά όταν συμπληρωθεί ένας προκαθορισμένος αριθμός εξαγομένων λύσεων από την δεξαμενή. Η λύση που προκύπτει μ' αυτόν τρόπο είναι πολύ συχνά μη-εφικτή. Η γειτονιά των συγκεκριμένων λύσεων ορίζεται από μία κίνηση ανταλλαγής, η οποία αντικαθιστά ένα στοιχείο της τρέχουσας λύσης με ένα άλλο στοιχείο που δεν ανήκει στην τρέχουσα λύση. Η συγκεκριμένη ανταλλαγή ενδέχεται να οδηγήσει σε μη-εφικτή λύση, καθώς ενδέχεται να περιλαμβάνεται στην λύση το ίδιο στοιχείο περισσότερες από μία φορές, ενώ ταυτοχρόνως άλλα στοιχεία να μην εμπλέκονται καθόλου. Για ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, προτείνονται δύο μέθοδοι, από τις οποίες η μία μετακινεί πολλαπλά στοιχεία από όλες τις λύσεις της δεξαμενής εξαιρουμένης μίας συγκεκριμένης λύσης, επιλέγοντας το ζεύγος στοιχείου-λύσης που παράγει τη μέγιστη μεταβολή στην αντικειμενική συνάρτηση εάν το στοιχείο μετακινηθεί, ενώ η δεύτερη μέθοδος παρεμβάλει στοιχεία που δεν υπάρχουν στην τρέχουσα λύση, εισάγοντας τους στη θέση που προκαλεί το ελάχιστο δυνατό κόστος παρεμβολής. Οι λύσεις που προκύπτουν από τις συγκεκριμένες μεθόδους εισάγονται στην δεξαμενή. Η συγκεκριμένη μέθοδος αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποδοτική παράγοντας ωστόσο πολύ μέτριους υπολογιστικούς χρόνους κατά την εξέταση σε γνωστά προβλήματα δοκιμασίας επίδοσης.

Η μοναδική «πιστή» εφαρμογή του περιγράμματος διασκορπισμένης έρευνας για την επίλυση προβλημάτων διακριτής αριστοποίησης αφορά στην αρχική φάση τη δημιουργία δοκιμαστικών λύσεων που δημιουργούνται με μία συστηματική μέθοδο που βασίζεται σε ένα γεννήτορα διαφοροποιημένων λύσεων, ενώ στη συνέχεια εφαρμόζεται μια μέθοδος τοπικής έρευνας για την περαιτέρω βελτίωση των δοκιμαστικών λύσεων. Οι βελτιωμένες αυτές λύσεις αποτελούν το Σύνολο Υποψηφίων για το *Σύνολο Αναφοράς*. Η συγκρότηση του *Συνόλου Αναφοράς* πραγματοποιείται επιλέγοντας ταυτοχρόνως τις υψηλότερης ποιότητας λύσεις, με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (εντατικοποίηση της έρευνας) και τις πιο διαφοροποιημένες λύσεις από το σύνολο υποψηφίων, χρησιμοποιώντας το κριτήριο του Μεγίστου-Ελαχίστου (MaxMin criterion). Μ’ αυτόν τον τρόπο το *Σύνολο Αναφοράς* ορίζεται από δύο ξεχωριστά υποσύνολα Κ και Δ που παριστάνουν αντίστοιχα τα υποσύνολα των υψηλής ποιότητας λύσεων και των διαφοροποιημένων λύσεων, και παριστάνεται ως *Σύνολο Αναφοράς* = $\mathrm{K} \cup \Delta$. Η αρχική φάση επαναλαμβάνεται μέχρι να παραχθούν υψηλής ποιότητας και διαφοροποιημένες λύσεις. Η ενημέρωση του *Συνόλου Αναφοράς* πραγματοποιείται αντικαθιστώντας τη λύση που ικανοποιεί λιγότερο το κριτήριο του Μεγίστου-Ελαχίστου. Όσον αφορά την φάση της έρευνας, ως *Γεννήτορας Διαφοροποίησης* χρησιμοποιείται ένας συστηματικός τρόπος παραγωγής υποσυνόλων. Μετά τη γέννηση των υποσυνόλων του *Συνόλου Αναφοράς*, η δημιουργία δομημένων συνδυασμών επιτυγχάνεται ως εξής: Έστω E ένα υποσύνολο του *Συνόλου Αναφοράς*, όπου $|E| = r$ και $H(E)$ είναι το κυρτό χωρίο του E. Οι νέες λύσεις $S \in H(E)$ που δημιουργούνται από τους γραμμικούς συνδυασμούς συντελεστών βαρύτητας, οι οποίοι είναι δομημένοι από τα υποσύνολα του ΣΑ παριστάνονται ως:

$$S = \sum_{t=1}^{r} \lambda_t S_t \tag{1}$$

$$\sum_{t=1}^{r} \lambda_t = 1 \tag{2}$$

$$\lambda_t \geq 0 \tag{3}$$

όπου λ_t παριστάνει το συντελεστή βαρύτητας που ανατίθεται στη λύση S_t και υπολογίζεται ως εξής:

$$\lambda_t = 1/C(S_t) \Big/ \sum_{t=1}^{r} 1/C(S_t) \tag{4}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η «αξία» κάθε μεταβλητής x_{ij} σχετικά με τις λύσεις στο E ως εξής:

$$score(x_{ij}) = \sum_{t=1}^{r}(\lambda_t x_{ij}^t) \quad (5)$$

όπου x_{ij}^t σημαίνει ότι x_{ij} είναι μία ακμή της λύσης S_t.

Καθώς οι μεταβλητές χρειάζονται να είναι δυαδικές, η τιμή της x_{ij} αποκτάται «στρογγυλοποιώντας προς τα κάτω» την αξία της αφού προστεθεί με 0.5. Τότε μία νέα λύση δημιουργείται χρησιμοποιώντας τις ακμές που σχετίζονται με τις μεταβλητές x_{ij} =1. Επειδή η ολοκληρωμένη λύση που προκύπτει μ’ αυτόν τον τρόπο ενδέχεται να είναι μη-εφικτή, ως *Μέθοδος Βελτίωσης* χρησιμοποιείται μία διαδικασία, η οποία προσδιορίζει αρχικώς τη διαδρομή στην οποία παρατηρείται η «μεγαλύτερη» παραβίαση των περιορισμών και στη συνέχεια εκτελεί την καλύτερη εφικτή κίνηση επανατοποθέτησης (όσον αφορά την μείωση του κόστους που επιφέρει) από αυτή τη διαδρομή σε μία άλλη διαδρομή. Το *Σύνολο Αναφοράς* ενημερώνεται με το ίδιο τρόπο όπως στην αρχική φάση και η μέθοδος σταματά όταν κανένα στοιχείο (λύση) του *Συνόλου Αναφοράς* δεν έχει αλλάξει για ένα καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΙΜΗΣ ΜΝΗΜΗΣ

Μετά την περιγραφή των μεταευρετικών της απαγορευμένης έρευνας, των γενετικών αλγορίθμων καθώς και της διασκορπισμένης έρευνας και του υβρίδιου αυτής με την απαγορευμένη έρευνα, διαπιστώνεται ότι ενώ οι συγκεκριμένοι μεταευρετικοί δείχνουν αρκετά διαφορετικοί, ωστόσο στην πραγματικότητα παρουσιάζουν τις ίδιες αρχές λειτουργίας. Πράγματι, τόσο στην περίπτωση των ηενετικών αλγορίθμων όσο και της διασκορπισμένης έρευνας, ο πληθυσμός των λύσεων που χειρίζονται οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι είναι δυνατό να θεωρηθεί ως μία ειδικού τύπου μνήμη, όπως οι διαφορετικές μορφές μνήμης που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση της απαγορευμένης έρευνας. Με την αντίστροφη επίσης λογική, όταν ένα αλγόριθμος της απαγορευμένης έρευνας ξεκινά σε κάθε επανάληψη από μία νέα λύση που κατασκευάζεται από μία ειδικού τύπου μνήμη (ένα πληθυσμό λύσεων) τότε κάλλιστα μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί μέρος του μηχανισμού ενός γενετικού αλγορίθμου ή ενός αλγορίθμου της διασκορπισμένης έρευνας. Συγκεκριμένα, τα χαρακτηριστικά που συνδέουν τους προαναφερθέντες μεταευρετικούς είναι τα ακόλουθα:

- ένα σύνολο λύσεων ή μία ειδικού τύπου δομή δεδομένων η οποία συναθροίζει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των λύσεων που παράγονται από την έρευνα μνημονεύεται.
- μία προσωρινή λύση κατασκευάζεται, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που έχουν αποθηκευτεί στην μνήμη.
- η προσωρινή λύση βελτιώνεται, χρησιμοποιώντας ένα αλγόριθμο τοπικής έρευνας ή ένα μεταευρετικό αλγόριθμο.
- η νέα λύση αποθηκεύεται στη μνήμη ή χρησιμοποιείται για να ενημερώσει (ανανεώσει) τη δομή μνήμης, η οποία μνημονεύει το ιστορικό της έρευνας.

Είναι σαφές ότι όλοι οι προαναφερθέντες μεταευρετικοί αξιοποιούν τα δεδομένα που αποθηκεύονται στην μνήμη με σκοπό την κατασκευή μίας νέας λύσης, εφαρμόζουν μία διαδικασία βελτίωσης αυτής της λύσης για την εύρεση μίας υψηλότερης ποιότητας λύσης, και τελικά κάνουν χρήση μίας διαδικασίας ανανέωσης της μνήμης, βάσει των πληροφοριών που παρέχονται από τη βελτιωμένη λύση. Λόγω αυτών των κοινών αρχών λειτουργίας, προτάθηκε πολύ πρόσφατα η σύνθεση ενός νέου τύπου μεταευρετικού που ονομάστηκε Προγραμματισμός Προσαρμόσιμης Μνήμης.

Είναι αξιοσημείωτο ότι και άλλοι μεταευρετικοί αλγόριθμοι είναι δυνατό να εκφραστούν από τις αρχές λειτουργίας του Προγραμματισμού Προσαρμόσιμης Μνήμης. Υπάρχουν ωστόσο και μεταευρετικοί που σίγουρα δεν είναι δυνατό να ενταχθούν στο πλαίσιο του Προγραμματισμού Προσαρμόσιμης Μνήμης, καθώς ο μηχανισμός τους δεν περιλαμβάνει καμία μορφή μνήμης. Χαρακτηριστικότερα παραδείγματα αυτών είναι η Προσομοιωμένη Ανόπτηση και οι αλγόριθμοι της Αιτιοκρατικής Ανόπτησης. Ωστόσο οι συγκεκριμένοι μεταευρετικοί είναι δυνατό κάλλιστα να χρησιμοποιηθούν ως μέθοδοι βελτίωσης εντός της λογικής της Προγραμματισμού Προσαρμόσιμης Μνήμης.

10

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ Ι: ΠΕΡΙΟΔΕΥΩΝ ΠΩΛΗΤΗΣ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

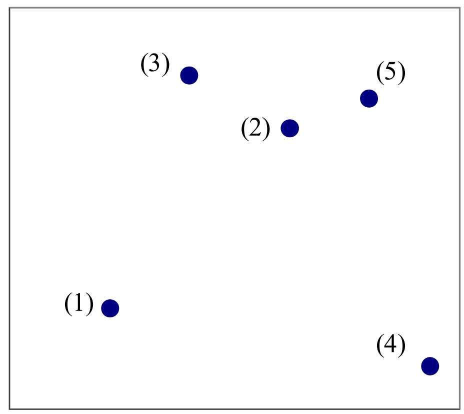
Δεδομένα Προβλήματος
Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι
Τοπική Έρευνα
Ημιπλεονεκτική Έρευνα
Απαγορευμένη Έρευνα
Προσομοιωμένη Ανόπτηση
Γενετικοί Αλγόριθμοι

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση του προβλήματος του Περιοδεύοντος Πωλητή.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στον παρακάτω πίνακα, δίδεται ένα σύνολο *5* πόλεων και οι γεωγραφικές τους συντεταγμένες. Η μετακίνηση μεταξύ των πόλεων εμπλέκει κόστος ίσο με την ευκλείδια απόσταση μεταξύ τους. Ζητείται να βρεθεί η διαδρομή ενός πωλητή που πρέπει να επισκεφτεί όλες τις πόλεις μόνον μια φορά επιστρέφοντας σε αυτή που ξεκίνησε έτσι ώστε το συνολικό κόστος των μετακινήσεων του να ελαχιστοποιείται.

α/α πόλης	***x***	***y***
1	*10*	*30*
2	*28*	*84*
3	*18*	*100*
4	*42*	*13*
5	*36*	*93*



Οι αποστάσεις μεταξύ των πόλεων υπολογίζονται με βάση τις ευκλείδιες συντεταγμένες τους.

Διαδρομή πόλεων	$\|\Delta x\|$	$\|\Delta y\|$	$d=\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
1 – 2 (d_{12})	*18*	*54*	*56.92*
1 – 3 (d_{13})	*8*	*70*	*70.45*
1 – 4 (d_{14})	*32*	*17*	*36.24*
1 – 5 (d_{15})	*26*	*63*	*68.15*
2 – 3 (d_{23})	*10*	*16*	*18.87*
2 – 4 (d_{24})	*14*	*71*	*72.37*
2 – 5 (d_{25})	*8*	*9*	*12.04*
3 – 4 (d_{34})	*24*	*87*	*90.25*
3 – 5 (d_{35})	*18*	*7*	*19.31*
4 – 5 (d_{45})	*6*	*80*	*80.22*

Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται το συμμετρικό μητρώο C που περιέχει τις αποστάσεις μεταξύ των πόλεων του προβλήματος.

C =

0	*56.92*	*70.45*	*36.24*	*68.15*
59.92	*0*	*18.87*	*72.37*	*12.04*
70.45	*18.87*	*0*	*90.25*	*19.31*
26.24	*72.37*	*90.25*	*0*	*80.22*
68.15	*12.04*	*19.31*	*80.22*	*0*

Λόγω του μικρού μεγέθους του προβλήματος μπορούμε να καταγράψουμε το σύνολο των λύσεων του υποδείγματος και να εντοπίσουμε το παγκόσμιο άριστο. Στην περίπτωση που εκλέγαμε σαν πόλη εκκίνησης την πόλη *1* (χωρίς άρση της γενικότητας κατασκευής της λύσης αφού το πρόβλημα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα) οι λύσεις που αποτυπώνονται είναι οι παρακάτω.

$s_1=\{1,2,3,4,5\}$	$c(s_1)=d_{12}+d_{23}+d_{34}+d_{45}+d_{51}=$ $56.92+18.87+90.25+80.22+68.15=314.42$
$s_2=\{1,2,3,5,4\}$	$c(s_2)=211.56$
$s_3=\{1,2,4,3,5\}$	$c(s_3)=307.01$
$s_4=\{1,2,4,5,3\}$	$c(s_4)=299.28$
$s_5=\{1,2,5,4,3\}$	$c(s_5)=309.89$
$s_6=\{1,2,5,3,4\}$	$c(s_6)=214.76$
$s_7=\{1,3,2,4,5\}$	$c(s_7)=310.07$
$s_8=\{1,3,2,5,4\}$	$c(s_8)=217.83$
$s_9=\{1,3,4,2,5\}$	$c(s_9)=313.27$
$s_{10}=\{1,3,4,5,2\}$	$c(s_{10})=309.89$
$s_{11}=\{1,3,5,2,4\}$	$c(s_{11})=210.41$
$s_{12}=\{1,3,5,4,2\}$	$c(s_{12})=299.28$
$s_{13}=\{1,4,2,3,5\}$	$c(s_{13})=214.94$
$\boldsymbol{s_{14}=\{1,4,2,5,3\}}$	$\boldsymbol{c(s_{14})=210.41}$
$s_{15}=\{1,4,3,2,5\}$	$c(s_{15})=225.55$
$s_{16}=\{1,4,3,5,2\}$	$c(s_{16})=214.76$
$s_{17}=\{1,4,5,2,3\}$	$c(s_{17})=217.83$
$s_{18}=\{1,4,5,3,2\}$	$c(s_{18})=211.56$
$s_{19}=\{1,5,2,3,4\}$	$c(s_{19})=225.55$
$s_{20}=\{1,5,2,4,3\}$	$c(s_{20})=313.27$
$s_{21}=\{1,5,3,2,4\}$	$c(s_{21})=214.94$
$s_{22}=\{1,5,3,4,2\}$	$c(s_{22})=307.01$
$s_{23}=\{1,5,4,2,3\}$	$c(s_{23})=310.07$
$s_{24}=\{1,5,4,3,2\}$	$c(s_{24})=314.42$

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Κατασκευαστικός Αλγόριθμος Τυχαίας Επιλογής

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού αλγόριθμου τυχαίας επιλογής, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με τυχαίο τρόπο χρησιμοποιώντας τυχαίους αριθμούς που προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή και ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Οι αριθμοί αυτοί παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

$1^η$ Επανάληψη

Η επιλογή της πόλης εκκίνησης (πρώτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσες και οι πόλεις).

$$P = \{p_1=(0.0,0.2),\ p_2=(0.2,0.4),\ p_3=(0.4,0.6),\ p_4=(0.6,0.8),\ p_5=(0.8,1.0)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο πρώτος από αυτούς *0.429017* βρίσκεται στο διάστημα *(0.4, 0.6)* και αντιστοιχεί στην πόλη *3*. Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *3* και η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η *s={3}*.

2η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσες και οι εναπομείναντες πόλεις *1,2,4,5*).

$$P = \{p_1=(0.0,0.25),\ p_2=(0.25,0.5),\ p_4=(0.5,0.75),\ p_5=(0.75,\ 1.0)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.279649* βρίσκεται στο διάστημα *(0.25, 0.5)* και αντιστοιχεί στην πόλη *2*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *2* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={3,2}*.

3η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *3* ίσα διαστήματα (όσες και οι εναπομείναντες πόλεις *1,4,5*).

$$P = \{p_1=(0,1/3),\ p_4=(1/3,2/3),\ p_5=(2/3,1)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.828006* βρίσκεται στο διάστημα *(2/3, 1)* και αντιστοιχεί στην πόλη *5*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *5* και η μερική λύση της τρίτης επανάληψης είναι η *s={3,2,5}*.

4η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *2* ίσα διαστήματα (όσες και οι εναπομείναντες πόλεις *1,4*).

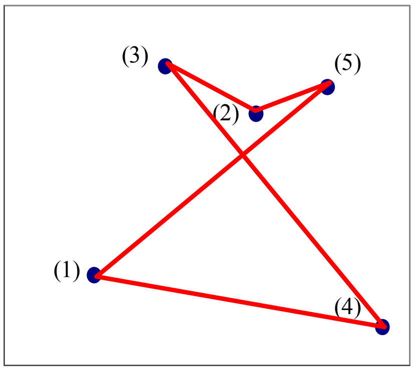
$$P = \{p_1=(0.0,0.5),\ p_4=(0.5,1.0)\}$$

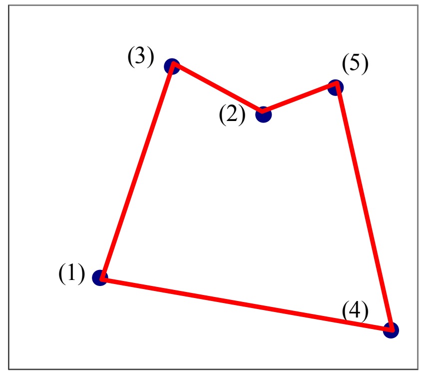
Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.492403* βρίσκεται στο διάστημα *(0.0, 0.5)* και αντιστοιχεί στην πόλη *1*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *1* και η μερική λύση της τέταρτης επανάληψης είναι η *s={3,2,5,1}*.

5η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (πέμπτου στοιχείου της μερικής λύσης) θα είναι η πόλη που απομένει, δηλαδή η *4* και η τελική λύση της πέμπτης επανάληψης είναι η *s={3,2,5,1,4}* με κόστος *c(s)=225.55*.

Στην περίπτωση που εκλέγαμε σαν πόλη εκκίνησης την πόλη 1 (χωρίς άρση της γενικότητας κατασκευής της λύσης αφού το πρόβλημα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα) η λύση που θα καταλήγαμε με χρήση της ίδιας σειράς τυχαίων αριθμών θα ήταν η *s={1,3,2,5,4}* με κόστος *c(s)= 217.83*.





Κατασκευαστικός Πλεονεκτικός Αλγόριθμος

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού πλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομένοντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που εδώ εκλέγεται είναι γνωστή σαν πλονεκτική συνάρτηση του πλησιέστερου γείτονα. Σύμφωνα με την συνάρτηση αυτή, το στοιχείο του υποδείγματος που εκλέγεται να συμπληρώσει τη λύση σε κάθε επανάληψη είναι αυτό που αντιστοιχεί στην πλησιέστερη από πλευράς αντικειμενικής συνάρτησης (ευκλείδια απόσταση) πόλη από αυτές που απομένουν σε σχέση με αυτήν που προστέθηκε στη μερική λύση στην τελευταία επανάληψη. Ο πλεονεκτικός αλγόριθμος είναι αιτιοκρατικός και δεν απαιτεί χρήση τυχαίων αριθμών.

1η Επανάληψη

Εκλέγουμε σαν πόλη εκκίνησης την πόλη *1* (χωρίς άρση της γενικότητας κατασκευής της λύσης αφού το πρόβλημα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα). Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *1* και η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η *s={1}*.

2η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας την κοντινότερη πόλη από αυτές που απομένουν *(2,3,4,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *1*).

d_{12}	*56.92*
d_{13}	*70.45*
$\boldsymbol{d_{14}}$	***36.24***
d_{15}	*68.15*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα η κοντινότερη πόλη στην *1* είναι η *4*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *4* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4}*.

<u>*3η Επανάληψη*</u>

Η επιλογή της επόμενης πόλης (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας την κοντινότερη πόλη από αυτές που απομένουν *(2,3,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *4*).

$\boldsymbol{d_{42}}$	***72.37***
d_{43}	*90.25*
d_{45}	*80.22*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα η κοντινότερη πόλη στην *4* είναι η *2*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *2* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4,2}*.

<u>*4η Επανάληψη*</u>

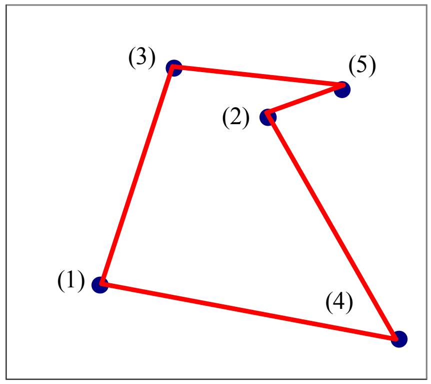
Η επιλογή της επόμενης πόλης (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας την κοντινότερη πόλη από αυτές που απομένουν *(3,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *2*).

d_{23}	*18.87*
$\boldsymbol{d_{25}}$	***12.04***

Με βάση τον παραπάνω πίνακα η κοντινότερη πόλη στην *2* είναι η *5*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *5* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4,2,5}*.

<u>*5η Επανάληψη*</u>

Η επιλογή της επόμενης πόλης (πέμπτου στοιχείου της μερικής λύσης) θα είναι η πόλη που απομένει, δηλαδή η *3* και η τελική λύση της πέμπτης επανάληψης είναι η *s={1,4,2,5,3}* με κόστος *c(s)=210.41*.



ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων τοπικής έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση κινήσεων που εφαρμόζονται σε κάποια λύση του προβλήματος με σκοπό την διαταραχή των στοιχείων της και την αποκάλυψη μέρους του συνόλου λύσεων. Βασικό χαρακτηριστικό της κίνησης είναι η δυνατότητα υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων λύσεων (γείτονες) από την αντικειμενική συνάρτηση της προηγούμενης λύσης με αλγόριθμο πολυπλοκότητας σταθερού χρόνου. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εξαγωγή μιας πόλης από τη διαδρομή του πωλητή και την επανατοποθέτηση της ανάμεσα σε άλλες δύο πόλης της λύσης.

$$s = \{e_1, \ldots, e_i, e_{i+1}, \ldots, e_{j-1}, e_j, e_{j+1}, \ldots, e_n\}$$

$$s' = \{e_1, \ldots, e_i, e_j, e_{i+1}, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_n\},\ i,j=1, \ldots, n,$$

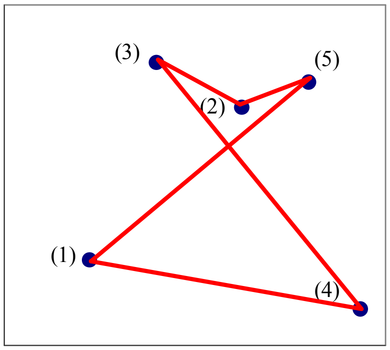
για την οποία ο αλγόριθμος υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων λύσεων σε σχέση με την αντικειμενική συνάρτηση της λύσης από την οποία προέρχονται δίδονται από τον αλγόριθμο σταθερού χρόνου που δίδεται παρακάτω.

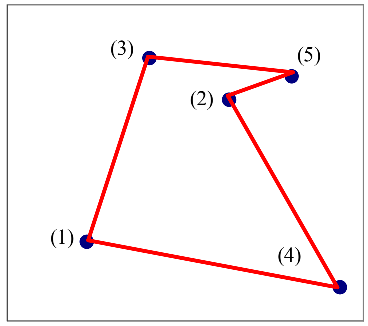
$$c(s')=c(s)-d_{i,i+1}-d_{j-1,j}-d_{j,j+1}+d_{i,j}+d_{j,i+1}+d_{j-1,j+1},\ i,j=1, \ldots, n,$$

Η εξαγωγή της γειτονιάς με βάση την προτεινόμενη κίνηση θα εφαρμοστεί στην τυχαία αρχική λύση $s = \{3,2,5,1,4\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=225.55$. Με βάση την λύση αυτή οι γείτονες της που εξάγονται με τη βοήθεια της κίνησης που περιγράφηκε δίδονται από τον παρακάτω πίνακα.

$s'=\{2,3,5,1,4\}$	$c(s')=214.94$
$\boldsymbol{s'=\{2,5,3,1,4\}}$	$\boldsymbol{c(s')=210.41}$
$s'=\{2,5,1,3,4\}$	$c(s')=313.27$
$s'=\{3,5,2,1,4\}$	$c(s')=214.76$
$s'=\{3,5,1,2,4\}$	$c(s')=307.01$
$s'=\{3,2,1,5,4\}$	$c(s')=314.42$
$s'=\{3,2,1,4,5\}$	$c(s')=211.56$
$s'=\{3,2,5,4,1\}$	$c(s')=217.83$
$s'=\{3,1,2,5,4\}$	$c(s')=309.89$

s΄={3,2,4,5,1}	*c(s΄)*=310.07





ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ο ημιπλεονεκτικός αλγόριθμος που εξασφαλίζει διαφοροποιημένες αρχικές λύσεις για βελτίωση. Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού ημιπλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομέναντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που εδώ εκλέγεται είναι η γνωστή πλονεκτική συνάρτηση του πλησιέστερου γείτονα. Χαρακτηριστικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ότι σε κάθε βήμα επιλέγεται τυχαία μία πόλη από τις *k* καλύτερες. Στο παράδειγμα που θα χρησιμοποιήσουμε, δεχόμαστε *k=2* και τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

<u>1^η Επανάληψη</u>

Εκλέγουμε σαν πόλη εκκίνησης την πόλη *1* (χωρίς άρση της γενικότητας κατασκευής της λύσης αφού το πρόβλημα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα). Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *1* και η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η *s={1}*.

<u>2^η Επανάληψη</u>

Η επιλογή της επόμενης πόλης (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τις κοντινότερες 2 πόλεις από αυτές που απομένουν *(2,3,4,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *1*).

$\boldsymbol{d_{14}}$	***36.24***
$\boldsymbol{d_{12}}$	***56.92***
d_{15}	*68.15*

d_{13}	*70.45*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του πρώτου τυχαίου αριθμού *0.429017* η επιλεγόμενη κοντινότερη πόλη από τις 2 πρώτες είναι η *4*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *4* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4}*.

3^{η} Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τις κοντινότερες 2 πόλεις από αυτές που απομένουν *(2,3,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *4*).

$\boldsymbol{d_{42}}$	***72.37***
$\boldsymbol{d_{45}}$	***80.22***
d_{43}	*90.25*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του επόμενου τυχαίου αριθμού *0.279649* η επιλεγόμενη κοντινότερη πόλη από τις 2 πρώτες είναι η *2*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *2* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4,2}*.

4^{η} Επανάληψη

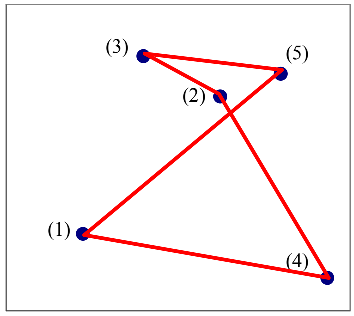
Η επιλογή της επόμενης πόλης (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τις κοντινότερες 2 πόλεις από αυτές που απομένουν *(3,5)* σε σχέση με την τελευταία πόλη που προστέθηκε στη λύση (δηλαδή την *2*).

$\boldsymbol{d_{25}}$	***12.04***
$\boldsymbol{d_{23}}$	***18.87***

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του επόμενου τυχαίου αριθμού *0.828006* η επιλεγόμενη κοντινότερη πόλη από τις 2 πρώτες είναι η *3*. Άρα ο πωλητής συνεχίζει την πορεία του στην πόλη *3* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η *s={1,4,2,3}*.

5^{η} Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης πόλης (πέμπτου στοιχείου της μερικής λύσης) θα είναι η πόλη που απομένει, δηλαδή η *5* και η τελική λύση της πέμπτης επανάληψης είναι η *s={1,4,2,3,5}* με κόστος *c(s)=214.94*.



ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων απαγορευμένης έρευνας έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση των χαρακτηριστικών που εμπλέκονται στην αντιστροφή των κινήσεων και αποθηκεύονται στην βραχυπρόθεσμη μνήμη. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εξαγωγή μιας πόλης από τη διαδρομή του πωλητή και την επανατοποθέτηση της ανάμεσα σε άλλες δύο πόλης της λύσης.

$$s = \{e_1, \ldots, e_i, e_{i+1}, \ldots, e_{j-1}, e_j, e_{j+1}, \ldots, e_n\}$$

$$s' = \{e_1, \ldots, e_i, e_j, e_{i+1}, \ldots, e_{j-1}, e_{j+1}, \ldots, e_n\},\ i,j=1, \ldots, n,$$

για την οποία τα χαρακτηριστικά της αντίστροφης κίνησης είναι το ζεύγος των θέσεων των δύο πόλεων της διαδρομής τα οποία αν ξαναχρησιμοποιηθούν για την λύση που προήλθε από την κίνηση θα επαναφέρουν αυτ΄ν στην αρχική λύση. Με βάση τα παραπάνω το ζεύγος αυτό είναι οι θέσεις $(j,i+1)$, δηλαδή αν στη λύση που προέκυψε αφαιρεθεί η πόλη στη θέση $i+1$ και ξανατοποθετηθεί στη θέση j, η λύση αυτή θα επανέλθει στην αρχική λύση από την οποία προήλθε. Σε κάθε επανάληψη για την ανάδειξη των γειτόνων κάποιας λύσης θα τοποθετούνται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη ζεύγη δεικτών θέσεων της μορφής αυτής και θα απαγορεύεται οποιαδήποτε κίνηση που εμπλέκει τις θέσεις αυτές.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Θεωρούμε μια αρχική τιμή θερμοκρασίας ίση με *350* για έναν αλγόριθμο προσομοιωμένης ανόπτησης. Θεωρούμε ότι η θερμοκρασία ελαττώνεται γραμμικά μέχρι το μηδέν σε 4 βήματα και γίνονται δύο επαναλήψεις ανά βήμα. Η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εξαγωγή μιας πόλης από τη διαδρομή του πωλητή και την επανατοποθέτηση της ανάμεσα σε άλλες δύο πόλης της λύσης. Θεωρούμε σαν αρχική την λύση $s=\{4,3,1,2,5\}$ μιας τυχαίας κατασκευής για την οποία έχουμε $c(s) = 309.88$. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.164640*	*0.095845*	*0.980803*
0.279649	*0.734981*	*0.234364*	*0.456631*
0.828006	*0.112482*	*0.707450*	*0.175813*
0.492403	*0.924736*	*0.485141*	*0.680105*

0.461300	*0.446821*	*0.066903*	*0.456789*

1^ο^ Βήμα (Θ = 350)

<u>*1^η^ Επανάληψη*</u>
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,3,1,2,5\}$ με $c(s) = 309.88$.
Χωρίζουμε το $(0,1)$ σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2),p_2=(0.2,0.4),p_3=(0.4,0.6),p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο 0.429017 ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_3=(0.4,0.6)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_1=(0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο 0.279649 ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$.
Άρα η πόλη της θέσης 2 θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης 3.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,1,3,2,5\}$ με $c(s_1) = 217.83$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 217.83 - 309.88 = - 92.06 <0$
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

<u>*2^η^ Επανάληψη*</u>
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,1,3,2,5\}$ με $c(s) = 217.83$.
Χωρίζουμε το $(0,1)$ σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης)

$P=\{p_1=(0,0.2),p_2=(0.2,0.4),p_3=(0.4,0.6),p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο 0.828006 ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_5=(0.8,1)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν).

$P = \{p_1=(0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_4=(0.75, 1)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο 0.492403 ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$.
Άρα η πόλη της θέσης 2 θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης 5. Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,3,2,5,1\}$ με $c(s_1) = 225.55$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 225.55 - 217.83= 7.72>0$
Η λύση αυτή θα γίνει δεκτή με πιθανότητα $p = exp(-\Delta_1/\Theta) = exp(-7.72/350) = 0.978$.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι $0.4613<0.978$ και κατά συνέπειαν η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή.

2^ο^ Βήμα (Θ = 262.5)

<u>*1^η^ Επανάληψη*</u>
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,3,2,5,1\}$ με $c(s) = 225.55$.
Χωρίζουμε το $(0,1)$ σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.164640* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_1=(0,0.2)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_2=(0,0.25), p_3=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.734981* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_4=(0.5,0.75)$.
Άρα η πόλη της θέσης *4* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *1*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,5,3,2,1\}$ με $c(s_1) = 211.56$ και $\Delta_1 = c(s_1) – c(s) = 211.56 – 225.55= - 13.99 <0$
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

<u>*2η Επανάληψη*</u>
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,5,3,2,1\}$ με $c(s) = 211.56$.
Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.112482* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_1=(0,0.2)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_2=(0,0.25), p_3=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.924736* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_5=(0.75,1)$.
Άρα η πόλη της θέσης *5* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *1*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,1,5,3,2\}$ με $c(s_1) = 214.94$ και $\Delta_1 = c(s_1) – c(s) = 214.94 – 211.56= 3.38>0$
Η λύση αυτή θα γίνει δεκτή με πιθανότητα $p = exp(-\Delta_1/\Theta) = exp(-3.38/262.5) = 0.987$.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι *0.446821<0.987* και κατά συνέπειαν η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή.

3ο Βήμα (Θ = 175)

<u>*1η Επανάληψη*</u>
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,1,5,3,2\}$ με $c(s) = 214.94$.
Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.095845* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_1=(0,0.2)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_2=(0,0.25), p_3=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.234364* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0,0.25)$.
Άρα η πόλη της θέσης *2* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *1*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται λύση ίδια με την αρχική.
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

2η Επανάληψη
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,1,5,3,2\}$ με $c(s) = 214.94$.
Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2),p_2=(0.2,0.4),p_3=(0.4,0.6),p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.707450* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_4=(0.6,0.8)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_1=(0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.485141* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$.
Άρα η πόλη της θέσης *2* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *4*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,5,3,1,2\}$ με $c(s_1) = 299.28$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 299.28 - 214.94= 84.34>0$
Η λύση αυτή θα γίνει δεκτή με πιθανότητα $p = exp(-\Delta_1/\Theta) = exp(-84.34/175) = 0.617$.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι $0.066903<0.617$ και κατά συνέπειαν η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή.

4ο Βήμα (Θ = 87.5)

1η Επανάληψη
Η αρχική λύση είναι $s=\{4,5,3,1,2\}$ με $c(s) = 299.28$.
Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2),p_2=(0.2,0.4),p_3=(0.4,0.6),p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.980803* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_5=(0.8,1)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_1=(0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_4=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.456631* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$.
Άρα η πόλη της θέσης *2* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *5*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,3,1,2,5\}$ με $c(s_1) = 309.89$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 309.89 - 299.28 = 10.61 >0$
Η λύση αυτή θα γίνει δεκτή με πιθανότητα $p = exp(-\Delta_1/\Theta) = exp(-10.61/87.5) = 0.885$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι $0.175813<0.885$ και κατά συνέπειαν η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή.

2η Επανάληψη

Η αρχική λύση είναι $s=\{4,3,1,2,5\}$ με $c(s) = 309.89$.
Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις της λύσης):

$P=\{p_1=(0,0.2),p_2=(0.2,0.4),p_3=(0.4,0.6),p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.680105* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_4=(0.6,0.8)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι πόλεις που απομένουν):

$P = \{p_1=(0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.456789* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$.
Άρα η πόλη της θέσης *2* θα μετακινηθεί μετά την πόλη της θέσης *4*.
Κατά συνέπειαν, προτείνεται η λύση $s_1=\{4,1,2,3,5\}$ με $c(s_1) = 211.56$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 211.56 - 309.89= -98.33<0$
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Θα αναπτυχθεί ο εξελικτικός αλγόριθμος αναπαραγωγής ενός πληθυσμού 4 γεννητόρων μέσω μιας διαδικασίας αναπαραγωγής. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.708033	*0.062802*	*0.471211*	*0.340574*	*0.727645*
0.587927	*0.989251*	*0.970188*	*0.987561*	*0.564767*
0.237666	*0.494826*	*0.424719*	*0.334100*	*0.677152*
0.329074	*0.902032*	*0.377621*	*0.806376*	*0.729323*
0.149773	*0.063034*	*0.208231*	*0.626722*	*0.878788*
0.131743	*0.272282*	*0.272019*	*0.371453*	*0.875466*

Αρχικός Πληθυσμός

1ος Γονέας

Η επιλογή της πόλης από την οποία θα ξεκινήσει ο περιοδεύων πωλητής γίνεται τυχαία. Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσες και οι πόλεις).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο πρώτος από αυτούς *0.708033* βρίσκεται στο διάστημα $p_3=(0.4,0.6)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *4*. Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *4*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,3,5)*.

$P = \{p_1=(0.0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.587927* βρίσκεται στο διάστημα $p_3=(0.5,0.75)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *3*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *4* απ' όπου ξεκινάει θα πάει στην πόλη *3*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,5)*.

$P = \{p_1=(0,1/3), p_2=(1/3,2/3), p_5=(2/3,1)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.237666* βρίσκεται στο διάστημα $p_1=(0,1/3)$ άρα αντιστοιχεί στην πόλη *1*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *3* θα πάει στην πόλη στην πόλη *1*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(2,5)*.

$P = \{p_2=(0.0,0.5), p_5=(0.5,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.329074* βρίσκεται στο διάστημα $p_2=(0.0,0.5)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *2*. Ο πωλητής λοιπόν μετά την πόλη *1* θα πάει στην πόλη στην πόλη *2*.
Η διαδρομή συμπληρώνεται με την τελευταία πόλη *5*.
Κατά συνέπειαν ο πρώτος γονέας, που αντιστοιχεί στην πρώτη τυχαία ακολουθούμενη διαδρομή του περιοδεύοντος πωλητή, είναι ο αυτός που αντιστοιχεί στη λύση $s=\{4,3,1,2,5\}$ με κόστος $c(s)=309.89$.

<u>*2ος Γονέας*</u>
Η επιλογή της πόλης από την οποία θα ξεκινήσει ο περιοδεύων πωλητής γίνεται τυχαία. Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσες και οι πόλεις).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.149773* βρίσκεται στο διάστημα $p_1=(0.0,0.2)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *1*. Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *1*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(2,3,4,5)*.

$P = \{p_2=(0.0,0.25), p_3=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.131743* βρίσκεται στο διάστημα $p_2=(0.0,0.25)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *2*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *1* απ' όπου ξεκινάει θα πάει στην πόλη *2*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(3,4,5)*.

$P = \{p_3=(0,1/3), p_4=(1/3,2/3), p_5=(2/3,1)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.062802* βρίσκεται στο διάστημα $p_3=(0,1/3)$ άρα αντιστοιχεί στην πόλη *3*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *2* θα πάει στην πόλη στην πόλη *3*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(4,5)*.

$P = \{p_4=(0.0,0.5),\ p_5=(0.5,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.989251* βρίσκεται στο διάστημα $p_5=(0.5,1.0)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *5*. Ο πωλητής λοιπόν μετά την πόλη *3* θα πάει στην πόλη στην πόλη *5*.
Η διαδρομή συμπληρώνεται με την τελευταία πόλη *4*.
Κατά συνέπειαν ο πρώτος γονέας, που αντιστοιχεί στην πρώτη τυχαία ακολουθούμενη διαδρομή του περιοδεύοντος πωλητή, είναι ο αυτός που αντιστοιχεί στη λύση $s=\{1,2,3,5,4\}$ με κόστος $c(s)=211.56$.

<u>*3ος Γονέας*</u>
Η επιλογή της πόλης από την οποία θα ξεκινήσει ο περιοδεύων πωλητής γίνεται τυχαία. Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσες και οι πόλεις).

$P = \{p_1=(0.0,0.2),\ p_2=(0.2,0.4),\ p_3=(0.4,0.6),\ p_4=(0.6,0.8),\ p_5=(0.8,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.494826* βρίσκεται στο διάστημα $p_3=(0.4,0.6)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *3*. Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *3*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,4,5)*.

$P = \{p_1=(0.0,0.25),\ p_2=(0.25,0.5),\ p_4=(0.5,0.75),\ p_5=(0.75,\ 1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.902032* βρίσκεται στο διάστημα $p_5=(0.75,\ 1.0)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *5*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *3* απ' όπου ξεκινάει θα πάει στην πόλη *5*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,4)*.

$P = \{p_1=(0,1/3),\ p_2=(1/3,2/3),\ p_4=(2/3,1)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.063034* βρίσκεται στο διάστημα $p_1=(0,1/3)$ άρα αντιστοιχεί στην πόλη *1*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *5* θα πάει στην πόλη στην πόλη *1*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(2,4)*.

$P = \{p_2=(0.0,0.5),\ p_4=(0.5,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.272282* βρίσκεται στο διάστημα $p_2=(0.0,0.5)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *2*. Ο πωλητής λοιπόν μετά την πόλη *1* θα πάει στην πόλη στην πόλη *2*.
Η διαδρομή συμπληρώνεται με την τελευταία πόλη *4*.

Κατά συνέπειαν ο πρώτος γονέας, που αντιστοιχεί στην πρώτη τυχαία ακολουθούμενη διαδρομή του περιοδεύοντος πωλητή, είναι ο αυτός που αντιστοιχεί στη λύση *s={3,5,1,2,4}* με κόστος *c(s)= 307.01*.

<u>*4ος Γονέας*</u>

Η επιλογή της πόλης από την οποία θα ξεκινήσει ο περιοδεύων πωλητής γίνεται τυχαία. Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσες και οι πόλεις).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.471211* βρίσκεται στο διάστημα $p_3=(0.4,0.6)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *3*. Άρα ο πωλητής ξεκινάει από την πόλη *3*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,4,5)*.

$P = \{p_1=(0.0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_4=(0.5,0.75), p_5=(0.75, 1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.970188* βρίσκεται στο διάστημα $p_5=(0.75, 1.0)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *5*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *3* απ' όπου ξεκινάει θα πάει στην πόλη *5*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,2,4)*.

$P = \{p_1=(0,1/3), p_2=(1/3,2/3), p_4=(2/3,1)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.424719* βρίσκεται στο διάστημα $p_2=(1/3,2/3)$ άρα αντιστοιχεί στην πόλη *2*. Άρα ο πωλητής μετά την πόλη *5* θα πάει στην πόλη στην πόλη *2*.
Χωρίζουμε το διάστημα (*0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα όσα και οι πόλεις που απέμειναν *(1,4)*.

$P = \{p_1=(0.0,0.5), p_4=(0.5,1.0)\}$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.377621* βρίσκεται στο διάστημα $p_1=(0.0,0.5)$, που αντιστοιχεί στην πόλη *1*. Ο πωλητής λοιπόν μετά την πόλη *2* θα πάει στην πόλη στην πόλη *1*.
Η διαδρομή συμπληρώνεται με την τελευταία πόλη *4*.
Κατά συνέπειαν ο πρώτος γονέας, που αντιστοιχεί στην πρώτη τυχαία ακολουθούμενη διαδρομή του περιοδεύοντος πωλητή, είναι ο αυτός που αντιστοιχεί στη λύση *s={3,5,2,1,4}* με κόστος *c(s)=214.76*.

Τελικά οι 4 γονείς – χρωμοσώματα είναι οι:

$s_1=\{4,3,1,2,5\}$	$c(s_1)$ =309.89
$s_2=\{1,2,3,5,4\}$	$c(s_2)$=211.56
$s_3=\{3,51,2,4\}$	$c(s_3)$=307.01
$s_4=\{3,5,2,1,4\}$	$c(s_4)$= 214.76

Επιλογή Γεννητόρων

Η επιλογή των ζευγών των γονέων – χρωμοσωμάτων που θα διασταυρωθούν γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα (όσα και οι γονείς – χρωμοσώματα).

$P = \{p_1=(0.0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_4=(0.75, 1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.208231* ανήκει στο διάστημα $p_1=(0.0,0.25)$ που αντιστοιχεί στον 1^o γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.272019* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$ που αντιστοιχεί στον 2^o γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα *{4,3,1,2,5}* με το χρωμόσωμα *{1,2,3,5,4}*.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.340574* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$ που αντιστοιχεί στον 2^o γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.987561* ανήκει στο διάστημα $p_4=(0.75, 1.0)$ που αντιστοιχεί στον 4^o γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα *{1,2,3,5,4}* με το χρωμόσωμα *{3,5,2,1,4}*.

Αναπαραγωγή και Νέοι Πληθυσμοί

<u>Ζεύγος *{4,3,1,2,5} - {1,2,3,5,4}*</u>
Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε πέντε ίσα διαστήματα (όσα και τα γονίδια).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.334100* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.2,0.4)$ που αντιστοιχεί στην $2^η$ γονιδιακή θέση στο χρωμόσωμα.

$$\begin{array}{c:c} \boxed{43} & (125) \\ (12) & \boxed{354} \end{array}$$

Άρα θεωρητικά η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων των δύο γονέων θα έδινε *{4,3,3,5,4}* και *{1,2,1,2,5}*. Επειδή όμως δεν είναι επιτρεπτό να έχουμε κοινά χρωμοσώματα στον ίδιο γονέα έχουμε:

<u>*$1^{ος}$ Απόγονος*</u>	$4 – 3 – X – 5 – X$	(λείπουν τα γονίδια *1,2*)
<u>*$2^{ος}$ Απόγονος*</u>	$1 – 2 – X – X – 5$	(λείπουν τα γονίδια *3,4*)

Για την επιλογή των χρωμοσωμάτων που θα καλύψουν τα κενά των γονέων εφαρμόζεται πάλι η μέθοδος των τυχαίων αριθμών. Χωρίζω το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα:

$P = \{p_1=(0.0,0.5), p_2=(0.5,1.0)\}$

Ο τυχαίος αριθμός *0.806376* αντιστοιχεί στο χρωμόσωμα *2* αφού ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.5,1.0)$. Άρα το γονίδιο *2* θα καλύψει το κενό *1* του γονέα *1* και κατά συνέπεια το γονίδιο *1* θα καλύψει το κενό *2* του γονέα *1*.
Ο τυχαίος αριθμός *0.626722* αντιστοιχεί στο χρωμόσωμα *4* αφού ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.5,1.0)$. Άρα το γονίδιο *4* θα καλύψει το κενό *1* του γονέα *2* και κατά συνέπεια το γονίδιο *3* θα καλύψει το κενό *2* του γονέα *2*.
Τα προκύπτοντα χρωμοσώματα είναι τα *{4,3,2,5,1}* και *{1,2,4,3,5}* αντίστοιχα.

<u>Ζεύγος *{1,2,3,5,4} - {3,5,2,1,4}*</u>
Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε πέντε ίσα διαστήματα (όσα και τα γονίδια).

$P = \{p_1=(0.0,0.2),\ p_2=(0.2,0.4),\ p_3=(0.4,0.6),\ p_4=(0.6,0.8),\ p_5=(0.8,1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.371453* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.2,0.4)$ που αντιστοιχεί στην *2η* γονιδιακή θέση στο χρωμόσωμα.

$\boxed{12}$ ⋮ *(354)*
(35) ⋮ $\boxed{214}$

Άρα θεωρητικά η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων των δύο γονέων θα έδινε *{1,2,2,1,4}* και *{3,5,3,5,4}*. Επειδή όμως δεν είναι επιτρεπτό να έχουμε κοινά χρωμοσώματα στον ίδιο γονέα έχουμε:

<u>*1ος Απόγονος*</u> *1 – 2 – X – X – 4* (λείπουν τα γονίδια *3,5*)
<u>*2ος Απόγονος*</u> *3 – 5 – X – X – 4* (λείπουν τα γονίδια *1,2*)

Για την επιλογή των χρωμοσωμάτων που θα καλύψουν τα κενά των γονέων εφαρμόζεται πάλι η μέθοδος των τυχαίων αριθμών. Χωρίζω το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα:

$P = \{p_1=(0.0,0.5),\ p_2=(0.5,1.0)\}$

Ο τυχαίος αριθμός *0.727645* αντιστοιχεί στο χρωμόσωμα *2* αφού ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.5,1.0)$. Άρα το γονίδιο *5* θα καλύψει το κενό *1* του γονέα *1* και κατά συνέπεια το γονίδιο *3* θα καλύψει το κενό *2* του γονέα *1*.
Ο τυχαίος αριθμός *0.564767* αντιστοιχεί στο χρωμόσωμα *4* αφού ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.5,1.0)$. Άρα το γονίδιο *2* θα καλύψει το κενό *1* του γονέα *2* και κατά συνέπεια το γονίδιο *1* θα καλύψει το κενό *2* του γονέα *2*.
Τα προκύπτοντα χρωμοσώματα είναι τα *{1,2,5,3,4}* και *{3,5,2,1,4}* αντίστοιχα.

Τελικά οι 4 απόγονοι – χρωμοσώματα είναι οι:

$s_1=\{4,3,2,5,1\}$	$c(s_1)=225.55$
$s_2=\{1,2,4,3,5\}$	$c(s_2)=307.01$
$s_3=\{1,2,5,3,4\}$	$c(s_3)=214.76$
$s_4=\{3,5,2,1,4\}$	$c(s_4)=214.76$

11

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ II: ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Δεδομένα Προβλήματος
Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι
Τοπική Έρευνα
Ημιπλεονεκτική Έρευνα
Απαγορευμένη Έρευνα
Γενετικοί Αλγόριθμοι

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση του προβλήματος της Επιλογής Αντικειμένων.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στον παρακάτω πίνακα δίδεται ένα σύνολο 5 αντικειμένων και το μέγεθος και η αξία τους. Ζητείται να τοποθετηθούν κάποια από τα αντικείμενα αυτό σε έναν χώρο συγκεκριμένης χωρητικότητας *V=11*, έτσι ώστε το άθροισμα της αξίας των τοποθετημένων αντικειμένων να μεγιστοποιείται και ταυτόχρονα το άθροισμα του μεγέθους τους να μην ξεπερνά το μέγεθος του χώρου.

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***
1	*3*	*2*
2	*5*	*4*
3	*8*	*5*
4	*7*	*4*
5	*4*	*2*

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Κατασκευαστικός Αλγόριθμος Τυχαίας Επιλογής

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού αλγόριθμου τυχαίας επιλογής, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με τυχαίο τρόπο χρησιμοποιώντας τυχαίους αριθμούς που προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή και ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Οι αριθμοί αυτοί παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

<u>*$1^{η}$ Επανάληψη*</u>

Η επιλογή του πρώτου στοιχείου της μερικής λύσης γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{p_1=(0.0,0.2),\ p_2=(0.2,0.4),\ p_3=(0.4,0.6),\ p_4=(0.6,0.8),\ p_5=(0.8,1.0)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο πρώτος από αυτούς *0.429017* βρίσκεται στο διάστημα *(0.4, 0.6)* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *3*. Στην περίπτωση αυτή το μέγεθος των αντικειμένων της λύσης είναι *8* που είναι μικρότερο του *11*, κατά συνέπειαν η λύση αυτή είναι εφικτή. Άρα η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η *s={3}*.

<u>*$2^{η}$ Επανάληψη*</u>

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντεικείμενα *1,2,4,5*).

$$P = \{p_1=(0.0,0.25),\ p_2=(0.25,0.5),\ p_4=(0.5,0.75),\ p_5=(0.75,\ 1.0)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.279649* βρίσκεται στο διάστημα *(0.25, 0.5)* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *2*. Επειδή το μέγεθος του αντικειμένου αυτού είναι *5*, δεν είναι δυνατή η εισαγωγή του στη λύση δεδομένου του ότι ο κενός χώρος που έχει απομείνει είναι μόλις *3*. Κατά συνέπεια, η έρευνα τερματίζεται και η προτεινόμενη λύση είναι η $s=\{3\}$ με αξία $c(s)=5$.

Κατασκευαστικός Πλεονεκτικός Αλγόριθμος

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού πλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομέναντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Για την περίπτωση της πλεονεκτικής συνάρτησης υπάρχουν αρκετές επιλογές για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Συγκεκριμένα, είναι δυνατή η εκλογή από τα αντικείμενα που απομένουν για τοποθέτηση του αντικειμένου με τη μεγαλύτερη αξία, με το μικρότερο μέγεθος ή με την μεγαλύτερη αξία ανά μονάδα μεγέθους. Σε όλες τις περιπτώσεις, η διαδικασία τερματίζεται όταν η εκλογή του επόμενου αντικειμένου οδηγεί σε μη εφικτή λύση από πλευράς περιορισμών (το συνολικό μέγεθος στην λύση να είναι μικρότερο από το προτεινόμενο μέγεθος). Ο πλεονεκτικός αλγόριθμος είναι αιτιοκρατικός και δεν απαιτεί χρήση τυχαίων αριθμών.

Κατατάσουμε τα αντικείμενα με βάση την αξία (φθίνουσα σειρά).

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***
3	*8*	*5*
2	*5*	*4*
4	*7*	*4*
1	*3*	*2*
5	*4*	*2*

Κατατάσουμε τα αντικείμενα με βάση το μέγεθος (αύξουσα σειρά).

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***
1	*3*	*2*
5	*4*	*2*
2	*5*	*4*
4	*7*	*4*
3	*8*	*5*

Κατατάσουμε τα αντικείμενα με βάση το λόγο αξίας προς μέγεθος (φθίνουσα σειρά).

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***	***αξία/μέγεθος***

2	*5*	*4*	*0.8*
1	*3*	*2*	*0.66*
3	*8*	*5*	*0.63*
4	*7*	*4*	*0.57*
5	*4*	*2*	*0.5*

Με βάση το πρώτο κριτήριο, η λύση του πλεονεκτικού αλγορίθμου είναι η $s=\{3\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=5$. Με βάση το δεύτερο κριτήριο, η λύση του πλεονεκτικού αλγορίθμου είναι η $s=\{1,5\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=4$. Με βάση το πρώτο κριτήριο, η λύση του πλεονεκτικού αλγορίθμου είναι η $s=\{2,1\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=6$. Αν ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε είχε τροποποιηθεί έτσι ώστε να εκλέγει για τοποθέτηση εκείνο το αντικείμενο από αυτά που δεν έχουν ακόμη τοποθετηθεί με την μεγαλύτερη αξία ανά μονάδα όγκου που θα οδηγούσε σε εφικτή λύση, η λύση του πλεονεκτικού αλγορίθμου θα ήταν η $s=\{2,1,4\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=8$.

ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων τοπικής έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση κινήσεων που εφαρμόζονται σε κάποια λύση του προβλήματος με σκοπό την διαταραχή των στοιχείων της και την αποκάλυψη μέρους του συνόλου λύσεων. Βασικό χαρακτηριστικό της κίνησης είναι η δυνατότητα υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων λύσεων (γείτονες) από την αντικειμενική συνάρτηση της προηγούμενης λύσης με αλγόριθμο πολυπλοκότητας σταθερού χρόνου. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εξαγωγή ενός αντικειμένου από την λύση και την αντικατάσταση του από ένα άλλο αντικείμενο εκτός λύσης.

$$s = \{e_1, \ldots, e_i, \ldots, e_n\},\ E\backslash s = \{s_1, \ldots, s_j, \ldots, s_m\}$$

$$s' = \{e_1, \ldots, s_j, \ldots, e_n\},\ E\backslash s' = \{s_1, \ldots, e_i, \ldots, s_m\}$$

για την οποία ο αλγόριθμος υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων λύσεων σε σχέση με την αντικειμενική συνάρτηση της λύσης από την οποία προέρχονται δίδονται από τον αλγόριθμο σταθερού χρόνου που δίδεται παρακάτω.

$$c(s')=c(s)-c(e_i)+c(s_j)$$

Εντελώς όμοια, ο υπολογισμός της εφικτότητας της λύσης με βάση τον περιορισμό του μεγέθους μπορεί να υπολογιστεί με αλγόριθμο σταθερού χρόνου, αφού το νέο μέγεθος προσδιορίζεται από το παλιό αφού αφαιρεθεί το μέγεθος του αντικειμένου που αποχωρεί από τη λύση και προστεθεί το μέγεθος του αντικειμένου που προστίθεται στη λύση.
Η εξαγωγή της γειτονιάς με βάση την προτεινόμενη κίνηση θα εφαρμοστεί στην τυχαία αρχική λύση $s = \{3\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $c(s)=5$. Με βάση την λύση αυτή οι γείτονες της που εξάγονται με τη βοήθεια της κίνησης που περιγράφηκε δίδονται από τον παρακάτω πίνακα.

$s'=\{1\}$	$c(s')=2$

s΄={2}	***c(s΄)*=4**
s΄={4}	***c(s΄)*=4**
s΄={5}	*c(s΄)*=2

Η προηγούμενη κίνηση έχει το προφανές μειονέκτημα του ότι οι λύσεις που προκύπτουν σαν γειτονιά μιας συγκεκριμένης λύσης έχουν τον ίδιο ακριβώς αριθμό στοιχείων με την αρχική λύση. Κάτι τέτοιο είναι προφανές ότι δεν είναι επιθυμητό στην περίπτωση που το παγκόσμιο άριστο έχει διαφορετικό αριθμό αντικειμένων από την συγκεκριμένη λύση. Κινήσεις που μεταβάλουν τον αριθμό των αντικειμένων της λύσης είναι κινήσεις που η ανταλλαγή αντικειμένων της λύσης με αυτές που δεν υπάρχουν σε αυτήν δεν εμπλέκουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων. Έτσι για παράδειγμα, σε μια κίνηση όπου ένα αντικείμενο της λύσης ανταλλάσεται με δύο αντικείμενα που δεν ανήκουν στη λύση, αν το αποτέλεσμα οδηγήσει σε εφικτή λύση, ο αριθμός των αντικειμένων στην καινούργια λύση θα είναι μεγαλύτερος της προηγούμενης. Με βάση την κίνηση αυτή, η γειτονιά που προκύπτει από την λύση της τυχαίας κατασκευής είναι η παρακάτω:

s΄={1,2}	***c(s΄)*=6**
s΄={1,4}	***c(s΄)*=6**
s΄={1,5}	*c(s΄)*=4
s΄={2,4}	*μη εφικτή λύση*
s΄={2,5}	***c(s΄)*=6**
s΄={4,5}	*μη εφικτή λύση*

Η γειτονιά της λύσης της τυχαίας κατασκευής σε μια κίνηση ανταλλαγής ενός αντικειμένου της με τρία από αυτά που δεν υπάρχουν στη λύση είναι η παρακάτω:

s΄={1,2,4}	*μη εφικτή λύση*
s΄={1,2,5}	*μη εφικτή λύση*
s΄={2,4,5}	*μη εφικτή λύση*

ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ο ημιπλεονεκτικός αλγόριθμος που εξασφαλίζει διαφοροποιημένες αρχικές λύσεις για βελτίωση. Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού ημιπλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομέναντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που εδώ εκλέγεται είναι η γνωστή πλονεκτική συνάρτηση του πλησιέστερου γείτονα. Χαρακτηριστικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ότι σε κάθε βήμα επιλέγεται τυχαία ένα αντικείμενο από τα *k* καλύτερα. Στο παράδειγμα που θα χρησιμοποιήσουμε, δεχόμαστε *k=2* και τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα και πλεονεκτική συνάρτηση αυτή που προκύπτει με βάση την καλύτερη αξία ανά μονάδα μεγέθους.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

<u>1η Επανάληψη</u>

Η επιλογή του πρώτου αντικειμένου (πρώτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα δύο καλύτερα αντικείμενα από αυτά που δεν έχουν προστεθεί στη λύση *(1,2,3,4,5)*.

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***	***αξία/μέγεθος***
2	***5***	***4***	***0.8***
1	***3***	***2***	***0.66***
3	*8*	*5*	*0.63*
4	*7*	*4*	*0.57*
5	*4*	*2*	*0.5*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του πρώτου τυχαίου αριθμού *0.429017* το επιλεγόμενο πρώτο αντικείμενο είναι το *2*. Κατά συνέπειαν η λύση είναι η *s={2}* με αντικειμενική συνάρτηση *c(s)=4*.

<u>2η Επανάληψη</u>

Η επιλογή του δεύτερου αντικειμένου (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα δύο καλύτερα αντικείμενα από αυτά που δεν έχουν προστεθεί στη λύση *(1,3,4,5)*.

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***	***αξία/μέγεθος***
1	***3***	***2***	***0.66***
3	***8***	***5***	***0.63***
4	*7*	*4*	*0.57*
5	*4*	*2*	*0.5*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του δεύτερου τυχαίου αριθμού *0.279649* το επιλεγόμενο πρώτο αντικείμενο είναι το *1*. Κατά συνέπειαν η λύση είναι η *s={3,1}* με αντικειμενική συνάρτηση *c(s)=6*.

<u>3η Επανάληψη</u>

Η επιλογή του τρίτου αντικειμένου (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα δύο καλύτερα αντικείμενα από αυτά που δεν έχουν προστεθεί στη λύση *(3,4,5)*.

α/α αντικειμένου	***μέγεθος***	***αξία***	***αξία/μέγεθος***
3	***8***	***5***	***0.63***
4	***7***	***4***	***0.57***
5	*4*	*2*	*0.5*

Με βάση τον παραπάνω πίνακα και την τιμή του τρίτου τυχαίου αριθμού *0.828006* το επιλεγόμενο πρώτο αντικείμενο είναι το *3* που οδηγεί σε μη εφικτή λύση.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων απαγορευμένης έρευνας έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση των χαρακτηριστικών που εμπλέκονται στην αντιστροφή των κινήσεων και αποθηκεύονται στην βραχυπρόθεσμη μνήμη. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την αντικατάσταση ενός αντικειμένου της λύσης με κάποιο που δεν ανήκει σε αυτήν. Κάθε αντικείμενο έχει έναν συγκεκριμένο δείκτη με βάση την αρχική του συμμετοχή στο σύνολο του υποδείγματος. Αν ο δείκτης αυτός καταγράφεται στην απαγορευμένη λίστα σε κάθε επανάληψη της απαγοευμένης έρευνας, τότε το αντικείμενο αυτό δεν θα ξαναεισέλθει στη λύση για τον περιορισμένο αριθμό επαναλήψεων της απαγορευμένης λίστας. Έτσι, σε κάθε επανάληψη για την ανάδειξη των γειτόνων κάποιας λύσης θα τοποθετούνται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη δείκτες θέσεων της μορφής αυτής και θα απαγορεύεται οποιαδήποτε κίνηση που εμπλέκει τις θέσεις αυτές (κυκλικότητα).

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Θα αναπτυχθεί ο εξελικτικός αλγόριθμος αναπαραγωγής ενός πληθυσμού 4 γεννητόρων μέσω μιας διαδικασίας αναπαραγωγής. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.708033	*0.062802*	*0.471211*	*0.340574*	*0.727645*
0.587927	*0.989251*	*0.970188*	*0.987561*	*0.564767*
0.237666	*0.494826*	*0.424719*	*0.334100*	*0.677152*
0.329074	*0.902032*	*0.377621*	*0.806376*	*0.729323*
0.149773	*0.063034*	*0.208231*	*0.626722*	*0.878788*
0.131743	*0.272282*	*0.272019*	*0.371453*	*0.875466*

Το χρωμόσωμα που θα χρησιμοποιηθεί θα είναι δυαδικό, δηλαδή ένα διάνυσμα θέσεων όσο και τα αντικείμενα με μεταβλητές *0* ή *1* για την κάθε θέση που θα δηλώνουν τη συμμετοχή ή όχι του αντικειμένου στη λύση. Επειδή η εφαρμογή των γενετικών τελεστών μπορεί να οδηγήσει σε μη εφικτές λύσεις, οι προκύπτουσες λύσεις θα διορθώνονται προς εφικτές αφαιρώντας αντικείμενα με το μεγαλύτερο μέγεθος μέχρις ότου η λύση γίνει εφικτή.

Αρχικός Πληθυσμός

1^{ος} Γονέας

επανάληψη	***εναπομένοντα αντικείμενα***	***τυχαίος αριθμός***	***επιλεχθέν αντικείμενο***	***λύση***	***αντικειμενική συνάρτηση***	***εναπομένον μέγεθος***
1	{1,2,3,4,5}	*0.708033*	4	(00010)	4	4
2	{1,2,3,5}	*0.587927*	3	μη εφικτή	τερματισμός	τερματισμός

2^{ος} Γονέας

επανάληψη	*εναπομένοντα αντικείμενα*	*τυχαίος αριθμός*	*επιλεχθέν αντικείμενο*	*λύση*	*αντικειμενική συνάρτηση*	*εναπομένον μέγεθος*
1	{1,2,3,4,5}	*0.237666*	2	(01000)	4	6
2	{1,3,4,5}	*0.329074*	3	μη εφικτή	τερματισμός	τερματισμός

3ος Γονέας

επανάληψη	*εναπομένοντα αντικείμενα*	*τυχαίος αριθμός*	*επιλεχθέν αντικείμενο*	*λύση*	*αντικειμενική συνάρτηση*	*εναπομένον μέγεθος*
1	{1,2,3,4,5}	*0.149773*	1	(10000)	2	8
2	{2,3,5}	*0.131743*	2	(11000)	6	3
3	{3,5}	*0.062802*	3	μη εφικτή	τερματισμός	τερματισμός

4ος Γονέας

επανάληψη	*εναπομένοντα αντικείμενα*	*τυχαίος αριθμός*	*επιλεχθέν αντικείμενο*	*λύση*	*αντικειμενική συνάρτηση*	*εναπομένον μέγεθος*
1	{1,2,3,4,5}	*0.989251*	5	(00001)	2	7
2	{1,2,3,4}	*0.494826*	2	(01001)	6	2
3	{1,3,4}	*0.902032*	4	μη εφικτή	τερματισμός	τερματισμός

Επιλογή Γεννητόρων

Η επιλογή των ζευγών των γονέων – χρωμοσωμάτων που θα διασταυρωθούν γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα (όσα και οι γονείς – χρωμοσώματα).

$P = \{p_1=(0.0,0.25), p_2=(0.25,0.5), p_3=(0.5,0.75), p_4=(0.75, 1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.063034* ανήκει στο διάστημα $p_1=(0.0,0.25)$ που αντιστοιχεί στον *1ο* γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.272282* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$ που αντιστοιχεί στον *2ο* γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα *(00010)*με το χρωμόσωμα *(01000)*.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.471211* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.25,0.5)$ που αντιστοιχεί στον *2ο* γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.970188* ανήκει στο διάστημα $p_4=(0.75, 1.0)$ που αντιστοιχεί στον *4ο* γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα *(00010)* με το χρωμόσωμα *(01001)*.

Ζεύγος *(00010)- (01000)*
Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε πέντε ίσα διαστήματα (όσα και τα γονίδια).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.377621* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.2,0.4)$ που αντιστοιχεί στην 2η γονιδιακή θέση στο χρωμόσωμα.

$$\begin{array}{c:c} \boxed{00} & (000) \\ (01) & \boxed{010} \end{array}$$

Άρα θεωρητικά η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων των δύο γονέων θα έδινε *(00000)* και *(01010)*. Επειδή το δεύτερο χρωμόσωμα είναι μη εφικτή λύση αφαιρούμε το τέταρτο γονίδιο που είναι αυτό με το μεγαλύτερο μέγεθος και καταλήγουμε στην εφικτή λύση *(01000)*.

<u>Ζεύγος *(01000)- (01001)*</u>
Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο, χωρίζοντας το διάστημα *(0 , 1)* σε πέντε ίσα διαστήματα (όσα και τα γονίδια).

$P = \{p_1=(0.0,0.2), p_2=(0.2,0.4), p_3=(0.4,0.6), p_4=(0.6,0.8), p_5=(0.8,1.0)\}$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός *0.424719* ανήκει στο διάστημα $p_2=(0.4,0.6)$ που αντιστοιχεί στην 3^{η} γονιδιακή θέση στο χρωμόσωμα.

$$\begin{array}{c:c} \boxed{010} & (01) \\ (010) & \boxed{00} \end{array}$$

Άρα θεωρητικά η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων των δύο γονέων θα έδινε *(01001)* και *(01000)* που αποτελούν και εφικτές λύσεις.

Τελικά οι 4 απόγονοι – χρωμοσώματα είναι οι:

$s_1= (00000)$	$c(s_1) =0$
$s_2= (01000)$	$c(s_2)= 4$
$s_3= (01001)$	$c(s_3)= 6$
$s_4= (01000)$	$c(s_4)= 4$

12

Υπολογιστικο Θεμα III: Τετραγωνικη Αντιστοιχιση

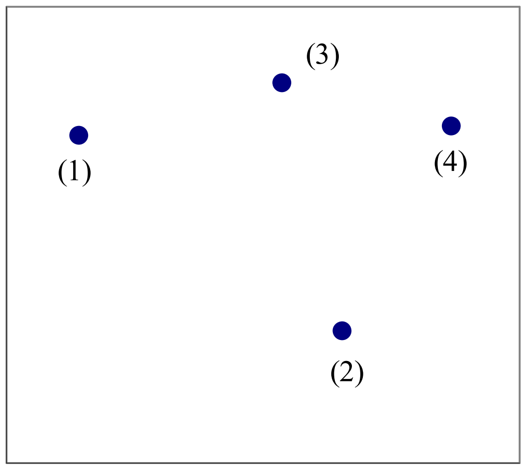
Ανασκοπηση Κεφαλαιου

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση του προβλήματος της Τετραγωνικής Αντιστοίχισης.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Διδεται ένα σύνολο αντικειμένων $O=\{O_1, O_2, \dots, O_n\}$ και ένα σύνολο τοποθεσιών $L=\{L_1, L_2, \dots, L_n\}$. Δίδεται επίσης ένα μητρώο ροών F του οποίου κάθε στοιχείο f_{ij} παριστάνει μια τιμή ροής μεταξύ των αντικειμένων O_i και O_j. Επιπλέον δίδεται και ένα μητρώο αποστάσεων D του οποίου κάθε στοιχείο d_{ij} παριστανει την απόσταση μεταξύ των τοποθεσιών L_i και L_j. Ζητάμε να βρούμε την κατάλληλη μία προς μία αντιστοίχιση αντικειμένων και τοποθεσιών, η οποία θα ελαχιστοποιεί το άθροισμα του γινομένου των ζευγών ροών μεταξύ τοποθεσιών και των αντίστοιχων αποστάσεων τους.
Στον παρακάτω πίνακα, δίδεται ένα σύνολο *4* τοποθεσιών και οι γεωγραφικές τους συντεταγμένες.

α/α πόλης	***x***	***y***
1	10.0	50.0
2	46.0	20.2
3	37.6	58.3
4	60.7	51.7



Απόσταση Τοποθεσιών	$d=\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
1 – 2 (d_{12})	46
1 – 3 (d_{13})	27
1 – 4 (d_{14})	53
2 – 3 (d_{23})	40
2 – 4 (d_{24})	34
3 – 4 (d_{34})	22

Επίσης, δίνεται το κόστος ροής μεταξύ των αντικειμένων που πρέπει να τοποθετηθούν κατάλληλα σε κάθε τοποθεσία.

Ροή Αντικειμένων	***Κόστος Ροής***
Α – Β	7
Α – Γ	11
Α – Δ	3
Β – Γ	9
Β – Δ	5
Γ – Δ	14

Δημιουργούνται έτσι τα μητρώα ροών και αποστάσεων:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 11 & 3 \\ 7 & 0 & 9 & 5 \\ 11 & 9 & 0 & 14 \\ 3 & 5 & 14 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 46 & 27 & 53 \\ 46 & 0 & 40 & 34 \\ 27 & 40 & 0 & 22 \\ 53 & 34 & 22 & 0 \end{pmatrix}$$

ΔΙΑΣΚΟΡΠΙΣΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η διασκορπισμένη έρευνα είναι ένας εξελικτικός ευρετικός αλγόριθμος, ο οποίος χρησιμοποιεί γραμμικούς συνδυασμούς ενός υποσυνόλου του πληθυσμού για να δημιουργήσει νέες λύσεις. Ένας ειδικός τελεστής χρησιμοποιείται για να διασφαλίσει την επιτευξιμότητα της βελτίωσης της ποιότητάς τους.

Αλγόριθμος

- Παραγωγή αρχικού πληθυσμού
- Επιλογή λύσεων προς συνδυασμό
- Δημιουργία νέων λύσεων
- Εφαρμογή του τελεστή για βελτίωση της νέας λύσης
- Εισαγωγή της νέας λύσης στον πληθυσμό

<u>Παραγωγή αρχικού πληθυσμού</u>

Ο αρχικός πληθυσμός μπορεί να δημιουργηθεί με έναν οποιονδήποτε κατασκευαστικό αλγόριθμο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγουμε να γίνει η παραγωγή με έναν αλγόριθμο τυχαίας επιλογής. Η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά από ένα κενό σύνολο. Εν συνεχεία σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνο στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με τυχαίο τρόπο, χρησιμοποιώντας αριθμούς που προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή και ανήκουν στο διάστημα *[0,1]*. Οι αριθμοί αυτοί παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίνονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολόνα.

0.523547	*0.475388*	*0.111237*	*0.685436*	*0.327840*
0.685436	*0.935784*	*0.447231*	*0.885549*	*0.162387*

Η επιλογή θα γίνει σε δύο στάδια. Αρχικά, θα χρησιμοποιήσουμε τον κατασκευαστικό αλγόριθμο τυχαίας επιλογής για να αντιστοιχίσουμε τα αντικείμενα στις τοποθεσίες. Εν συνεχεία με τον ίδιο αλγόριθμο θα συνδέσουμε τις τοποθεσίες μεταξύ τους.

1^o στάδιο – $1^η$ επανάληψη

Η αντιστοίχιση των αντικειμένων στις τοποθεσίες γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.523547* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Γ*. Αυτόματα λοιπόν, έχουμε την αντιστοίχιση *1 – Γ*.

1^o στάδιο – $2^η$ επανάληψη

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.685436* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Δ*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *2 – Δ*.

1^o στάδιο – $3^η$ επανάληψη

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και τα αντικείμενα που απέμειναν προς απόθεση.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τρίτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.475388* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Α*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *3 – Α*.

1^o στάδιο – $4^η$ επανάληψη

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου είναι αυτό που απομένει, δηλαδή το αντικείμενο *Β* και επομένως λαμβάνει χώρα η αντιστοίχιση *4 – Β*.

2^o στάδιο – $1^η$ επανάληψη

Η σύνδεση των τοποθεσιών στις οποίες έχουν περιέλθει τα αντικείμενα από το πρώτο στάδιο γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και οι τοποθεσίες).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.935784* και αντιστοιχεί στην τοποθεσία *4* που περιέχει το αντικείμενο *Β*. Άρα, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{4(B)\}$.

2^o *στάδιο – $2^η$ επανάληψη*

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και οι τοποθεσίες που απομένουν.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.111237* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *1* που περιέχει το αντικείμενο *Γ*. Συνεπώς, η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης γίνεται *s = {4(Β), 1(Γ)}*.

2^o *στάδιο – $3^η$ επανάληψη*

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και οι εναπομείνασες τοποθεσίες.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τυχαίος αριθμός που εμφανίζεται στη συνέχεια είναι ο *0.447231* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *2* που περιέχει το αντικείμενο *Δ*. Συνεπώς, η μερική λύση της τρίτης επανάληψης γίνεται *s = {4(Β), 1(Γ), 2(Δ)}*.

2^o *στάδιο – $4^η$ επανάληψη*

Η επιλογή της επόμενης τοποθεσίας είναι αυτή που απομένει, δηλαδή η τοποθεσία *3* που περιλαμβάνει το αντικείμενο *Α* και επομένως η τελική λύση είναι η *s = {4(Β), 1(Γ), 2(Δ), 3(Α)}* με συνολικό κόστος:

$$c(s) = d_{41} \cdot f_{\mathrm{B\Gamma}} + d_{12} \cdot f_{\Gamma\Delta} + d_{23} \cdot f_{\Delta\mathrm{A}} + d_{34} \cdot f_{\mathrm{AB}} = 1395$$

Δημιουργία νέων λύσεων – Βελτιστοποίηση λύσης

Αφού αποκτήσαμε μία ακέραιη, πραγματική λύση, ο σκοπός του τελεστή τώρα είναι μόνο να βελτιώσει το κόστος αυτής της λύσης. Συνήθως χρησιμοποιείται μία βασική μέθοδος απαγορευμένης έρευνας για ένα καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων.
Στη μέθοδο αυτή, μία κίνηση αποτελείται από κυκλική εναλλαγή των αντικειμένων που είναι στις διάφορες τοποθεσίες και η γειτονιά του δοθέντος σημείου είναι ένα σύνολο λύσεων που μπορεί να αποκτηθεί με μία κίνηση από την αρχική λύση. Όταν αυτό γίνει, η αντίθετη κίνηση θεωρείται απαγορευμένη για ένα καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων, εκτός και εάν βελτιώνει τη γενικά βέλτιστη λύση. Ως αποτέλεσμα της χρήσης του τελεστή μία νέα λύση αποκτάται και συγκρίνεται με το χείριστο σημείο του πληθυσμού. Αν κριθεί καλύτερη, τότε η νέα λύση συμπεριλαμβάνεται στο σύνολο.
Εναλλάσσοντας κυκλικά τα αντικείμενα ανάμεσα στις τοποθεσίες *1↔2, 2↔3, 3↔4* και *4↔1*, δημιουργείται μία γειτονιά λύσεων, η οποία φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

s = {4(Β), 1(Γ), 2(Δ), 3(Α)}	*C(s)=1395*
s΄= {4(Α), 1(Β), 2(Γ), 3(Δ)}	*C(s΄)=1411*
s΄= {4(Δ), 1(Α), 2(Β), 3(Γ)}	***C(s΄)=1149***
s΄= {4(Γ), 1(Δ), 2(Α), 3(Β)}	*C(s΄)=1358*

Από αυτές μόνο η τρίτη βελτιώνει την αρχική λύση και εισέρχεται στο σύνολο των ελίτ λύσεων. Σε κάθε επανάληψη για την ανάδειξη των γειτόνων της λύσης θα τοποθετούνται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη ζεύγη δεικτών και θα απαγορεύεται οποιαδήποτε κίνηση που θα εμπλέκει τις θέσεις αυτές.
Για κάθε αντικείμενο και για κάθε τοποθεσία, πρέπει να υπάρχει ένα σημείο στην αρχική συλλογή για το οποίο το αντικείμενο *k* να είναι τοποθετημένο στην τοποθεσία *i*. Επίσης, καθώς η υποπεριοχή που περιλαμβάνει τη βέλτιστη λύση είναι σε γενικές γραμμές άγνωστη, ο πληθυσμός πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο διασκορπισμένος. Επομένως, προκειμένου να ικανοποιήσουμε αυτά τα κριτήρια, η διαδικασία επαναλαμβάνεται *n* φορές εφαρμόζοντας για κάθε λύση διαδικασία απαγορευμένης έρευνας.
Για τη δημιουργία νέων λύσεων και για την αύξηση της διαφοροποίησης εφαρμόζουμε έναν αλγόριθμο απαγορευμένης έρευνας όπου εναλλάσσουμε κάθε φορά την πρώτη με την τρίτη τοποθεσία. Αυτό φαίνεται στην παρακάτω απεικόνιση:

$$L_i(O_x),\ L_j(O_y),\ L_k(O_z),\ L_l(O_q)$$
$$L_j(O_y),\ L_k(O_z),\ L_i(O_x),\ L_l(O_q)$$

Η εναλλαγή αυτή συνεχίζεται μέχρι να παρουσιαστεί μία απαγορευμένη κίνηση. Για κάθε νέα λύση που προκύπτει δημιουργούμε μία νέα γειτονιά λύσεων, όπως και παραπάνω με κυκλική εναλλαγή των αντικειμένων. Οι λύσεις που προκύπτουν φαίνονται στους ακόλουθους πίνακες.

s = {1(Γ), 2(Δ), 4(Β), 3(Α)}	*C(s)=1265*
s΄= {1(Α), 2(Γ), 4(Δ), 3(Β)}	*C(s΄)=1285*
s΄= {1(Β), 2(Α), 4(Γ), 3(Δ)}	***C(s΄)=1139***
s΄= {1(Δ), 2(Β), 4(Α), 3(Γ)}	***C(s΄)=1088***

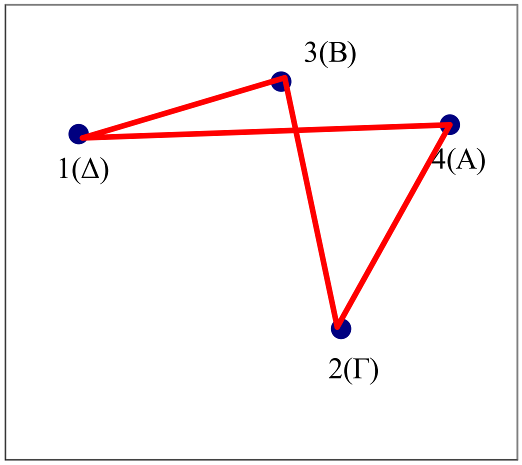
s = {2(Δ), 4(Β), 1(Γ), 3(Α)}	***C(s)=1064***
s΄= {2(Α), 4(Δ), 1(Β), 3(Γ)}	***C(s΄)=1050***
s΄= {2(Γ), 4(Α), 1(Δ), 3(Β)}	***C(s΄)=1028***
s΄= {2(Β), 4(Γ), 1(Α), 3(Δ)}	*C(s΄)=1170*

s= {4(Β), 1(Γ), 2(Δ), 3(Α)}	*Απαγορευμένη κίνηση*

Άρα το σύνολο ελίτ που δημιουργείται είναι το ακόλουθο:

s΄= {4(Δ), 1(Α), 2(Β), 3(Γ)}	*C(s΄)=1149*
s΄= {1(Β), 2(Α), 4(Γ), 3(Δ)}	*C(s΄)=1139*
s΄= {1(Δ), 2(Β), 4(Α), 3(Γ)}	*C(s΄)=1088*
s΄= {2(Δ), 4(Β), 1(Γ), 3(Α)}	*C(s΄)=1064*
s΄= {2(Α), 4(Δ), 1(Β), 3(Γ)}	*C(s΄)=1050*
s = {2(Γ), 4(Α), 1(Δ), 3(Β)}	***C(s)=1028***

Από το σύνολο ελίτ επιλέγουμε τη βέλτιστη λύση s με κόστος c(s)=1028, η οποία απεικονίζεται παρακάτω:



ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ΚΑΙ ΣΥΖΕΥΞΗ ΛΥΣΕΩΝ

Η ημιπλεονεκτική έρευνα είναι μία διαδικασία πολλαπλής εκκίνησης, όπου διαφορετικά σημεία στο χώρο έρευνας εξετάζονται με τοπική έρευνα για την εύρεση λύσεων υψηλής ποιότητας. Κάθε επανάληψη της ημιπλεονεκτικής έρευνας αποτελείται από την κατασκευή μίας τυχαίας πλεονεκτικής λύσης, και ακολουθείται από τοπική έρευνα ξεκινώντας από τη λύση αυτή.
Το σύζευξη λύσεων είναι μία προσέγγιση ώστε να ενσωματωθεί η επίταση και η διαφοροποίηση στην έρευνα. Αποτελείται από ερευνητικές τροχιές, οι οποίες συνδέουν λύσεις υψηλής ποιότητας. Κάθε τέτοια κατεύθυνση προκύπτει εισάγοντας στην αρχική λύση τις ιδιότητες της οδηγούσας λύσης. Ο αντικειμενικός του σκοπός είναι να ενσωματώσει τα χαρακτηριστικά των καλών λύσεων, οι οποίες βρέθηκαν κατά τις επαναλήψεις της ημιπλεονεκτικής έρευνας, σε νέες λύσεις που θα παραχθούν στις επικείμενες επαναλήψεις. Η πλεονεκτική λύση που περιγράφεται στον αλγόριθμο, κατασκευάζεται σε στάδια.

$1^η$ επανάληψη

Στο πρώτο στάδιο, γίνεται μία αρχική απόθεση αντικειμένου σε αντίστοιχη τοποθεσία. Για να γίνει αυτό το μητρώο των αποστάσεων ταξινομείται σε αύξουσα σειρά και το μητρώο των ροών σε φθίνουσα:

$$d_{34} \leq d_{13} \leq d_{24} \leq d_{23} \leq d_{12} \leq d_{14}$$
$$f_{ΓΔ} \geq f_{ΑΓ} \geq f_{ΒΓ} \geq f_{ΑΒ} \geq f_{ΒΔ} \geq f_{ΑΔ}$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η αρχική απόθεση θα είναι το *Γ* αντικείμενο στην τοποθεσία *3*. Συνεπώς, η μερική λύση που δημιουργείται στην πρώτη επανάληψη είναι η $s = \{3(Γ)\}$.

$2^η$ επανάληψη

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία για τις εναπομείνασες τοποθεσίες και τα υπόλοιπα αντικείμενα κάνουμε πάλι, όπως και στην πρώτη επανάληψη, αύξουσα και φθίνουσα ταξινόμηση των μητρώων:

$$d_{34} \leq d_{13} \leq d_{23}$$
$$f_{ΓΔ} \geq f_{ΑΓ} \geq f_{ΒΓ}$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η δεύτερη απόθεση θα είναι το *Δ* αντικείμενο στην τοποθεσία *4*. Άρα, η μερική λύση που προκύπτει από τη δεύτερη επανάληψη είναι η *s = {3(Γ), 4(Δ)}*.

<u>*3η επανάληψη*</u>

Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία για τις υπόλοιπες τοποθεσίες και τα εναπομείναντα αντικείμενα ταξινομούμε σε αύξουσα και φθίνουσα σειρά τα μητρώα:

$$d_{24} \leq d_{14}$$
$$f_{ΒΔ} \geq f_{ΓΔ}$$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η τρίτη απόθεση θα είναι το *Β* αντικείμενο στην τοποθεσία *2*. Άρα, η μερική λύση που προκύπτει από την τρίτη επανάληψη είναι η *s = {3(Γ), 4(Δ), 2(Β)}*.

<u>*4η επανάληψη*</u>

Στην τελευταία επανάληψη του πλεονεκτικού αλγορίθμου επιλέγουμε το ζευγάρι που έχει απομείνει και το εισάγουμε στην αρχική λύση. Επομένως, η λύση που σχηματίζεται με τον κατασκευαστικό πλεονεκτικό αλγόριθμο είναι η *s = {3(Γ), 4(Δ), 2(Β), 1(Α)}* με κόστος *c(s)=1097*.

Όταν κατασκευαστεί η λύση, εφαρμόζεται τοπική έρευνα για να προσπαθήσουμε να βελτιώσουμε το κόστος της λύσης. Για κάθε ζεύγος σημείων στην τρέχουσα λύση ελέγχουμε αν μία κυκλική εναλλαγή βελτιώνει το κόστος. Εάν αυτό γίνεται προχωρούμε κάνοντας την εναλλαγή και συνεχίζουμε επαναληπτικά. Μία λύση είναι τοπικά βέλτιστη, όταν για καμία εναλλαγή δεν βελτιώνεται το κόστος της λύσης. Εναλλάσσοντας κυκλικά τα αντικείμενα ανάμεσα στις τοποθεσίες *1↔2, 2↔3, 3↔4* και *4↔1*, δημιουργείται μία γειτονιά λύσεων, η οποία φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

s = {3(Γ), 4(Δ), 2(Β), 1(Α)}	***C(s) =1097***
s΄= {3(Α), 4(Γ), 2(Δ), 1(Β)}	*C(s΄)=1137*
s΄= {3(Β), 4(Α), 2(Γ), 1(Δ)}	*C(s΄)=1307*
s΄= {3(Δ), 4(Β), 2(Α), 1(Γ)}	*C(s΄)=1232*

Είναι προφανές ότι καμία από τις εναλλαγές που πραγματοποιήθηκαν δεν βελτίωσαν την αρχική λύση, επομένως η λύση αυτή είναι και τοπικά βέλτιστη.
Την ίδια διαδικασία ακολουθούμε και για τις τοποθεσίες. Έτσι, εναλλάσσουμε την *1↔2, 2↔3, 3↔4 και 4↔1* τοποθεσία και κάνουμε για κάθε περίπτωση τοπική έρευνα.

s = {4(Δ), 3(Γ), 2(Β), 1(Α)}	*C(s)=1149*
s΄= {4(Α), 3(Δ), 2(Γ), 1(Β)}	*C(s΄)=1411*
s΄= {4(Β), 3(Α), 2(Δ), 1(Γ)}	*C(s΄)=1395*
s΄= {4(Γ), 3(Β), 2(Α), 1(Δ)}	*C(s΄)=1358*

s = {4(Δ), 2(Β), 3(Γ), 1(Α)}	***C(s)=1097***
s΄= {4(Α), 2(Δ), 3(Β), 1(Γ)}	*C(s΄)=1137*
s΄= {4(Γ), 2(Α), 3(Δ), 1(Β)}	*C(s΄)=1307*
s΄= {4(Β), 2(Γ), 3(Α), 1(Δ)}	*C(s΄)=1232*

s = {3(Γ), 2(Β), 4(Δ), 1(Α)}	***C(s) =986***
s΄= {3(Α), 2(Γ), 4(Β), 1(Δ)}	***C(s΄)=1092***
s΄= {3(Δ), 2(Α), 4(Γ), 1(Β)}	*C(s΄)=1106*
s΄= {3(Β), 2(Δ), 4(Α), 1(Γ)}	*C(s΄)=1128*

s = {4(Δ), 2(Β), 1(Α), 3(Γ)}	*Απαγορευμένη κίνηση*

s = {3(Γ), 4(Δ), 2(Β), 1(Α)}	*Απαγορευμένη κίνηση*

Επομένως το σύνολο των ελίτ λύσεων που θα συνδυαστούν με τη μεθοδολογία σύζευξης λύσεων αποτελείται από τις ακόλουθες λύσεις:

s΄= {3(Γ), 4(Δ), 2(Β), 1(Α)}	*C(s΄)=1097*
s΄= {4(Δ), 2(Β), 3(Γ), 1(Α)}	*C(s΄)=1097*
s= {3(Γ), 2(Β), 4(Δ), 1(Α)}	***C(s)=986***
s΄= {3(Α), 2(Γ), 4(Β), 1(Δ)}	*C(s΄)=1092*

s΄={3(Γ), 4(Δ), 2(Β), 1(Α)}	*Οδηγούσα λύση*
s΄={3(Α), 2(Γ), 4(Β), 1(Δ)}	*Τρέχουσα λύση*

Ο συνδυασμός των δύο λύσεων γίνεται ως εξής:

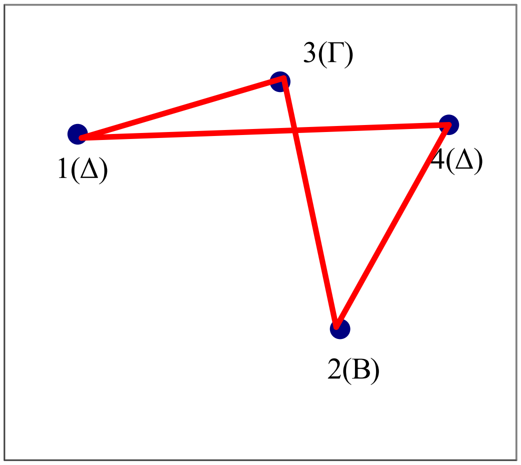
Για μία τοποθεσία *(1)* εναλλάσσουμε το αντικείμενο της τρέχουσας λύσης *(Δ)* με αυτό της οδηγούσας *(Α)* και για να μην μεταβληθεί το mapping κάνουμε και την εσωτερική αλλαγή.

Προκύπτει επομένως η λύση:

s΄={3(Δ), 2(Γ), 4(Β), 1(Α)}	*C(s΄)=1318*

η οποία συγκρινόμενη με τη χειρότερη λύση του συνόλου ελίτ έχει μεγαλύτερο κόστος και δεν εισέρχεται στο σύνολο ελίτ.

Από το σύνολο ελίτ επιλέγουμε τη βέλτιστη λύση *s* με κόστος *c(s)=986*, η οποία απεικονίζεται παρακάτω:



ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι γενετικοί αλγόριθμοι αναπαριστούν μία δυναμική και γρήγορη προσέγγιση για την ανάπτυξη ευρετικών αλγορίθμων μεγάλης κλίμακας για συνδυαστικά προβλήματα αριστοποίησης. Η κινούσα δύναμη που υποκρύπτεται στους γενετικούς αλγόριθμους μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως: η εξέλιξη είναι σημαντικά επιτυχής στην ανάπτυξη πολύπλοκων και προσαρμοστικών ειδών, μέσω σχετικά απλών εξελικτικών αλγορίθμων.

Οι αλγόριθμοι αυτοί εκκινούν τη διαδικασία της εξέλιξης ενός προβλήματος αριστοποίησης. Κάθε δυνατή, πραγματική λύση ενός προβλήματος τη χειριζόμαστε ξεχωριστά και η ευελιξία της κυβερνάται από την αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Ένας γενετικός αλγόριθμος διατηρεί ένα πληθυσμό χρωμοσωμάτων πάνω στη γενική ιδέα της επιβίωσης του καταλληλότερου. Υπάρχει μία δομημένη, αλλά τυχαία ανταλλαγή πληροφοριών, έτσι ώστε να αναδειχθούν τα καλύτερα άτομα. Επίσης, δημιουργείται διαφορετικότητα των λύσεων με εναλλαγή γονιδίων, ή φέρονται νέα άτομα με διαδικασίες μετανάστευσης πληθυσμών.

Παρακάτω αναπτύσσεται ο εξελικτικός αλγόριθμος αναπαραγωγής τεσσάρων γεννητόρων μέσω μίας διαδικασίας αναπαραγωγής. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίνονται στον ακόλουθο πίνακα, όπως παράγονται ανά κολόνα.

0.718235	*0.608220*	*0.124711*	*0.345740*	*0.727646*
0.597823	*0.982915*	*0.019887*	*0.789516*	*0.264767*
0.273656	*0.489462*	*0.427491*	*0.413302*	*0.888788*
0.392174	*0.209302*	*0.673721*	*0.806673*	*0.729323*
0.417937	*0.630340*	*0.220831*	*0.676200*	*0.671752*
0.317143	*0.222728*	*0.271920*	*0.371453*	*0.866753*

<u>Αρχικός πληθυσμός</u>

<u>*$1^{ος}$ γονέας*</u>

<u>*$1^{ο}$ στάδιο – $1^{η}$ επανάληψη*</u>

Η αντιστοίχιση των αντικειμένων στις τοποθεσίες γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.718235* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Γ*. Αυτόματα λοιπόν, έχουμε την αντιστοίχιση *1 – Γ*.

<u>1^o στάδιο – $2^η$ επανάληψη</u>

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.597823* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Β*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *2 – Β*.

<u>1^o στάδιο – $3^η$ επανάληψη</u>

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και τα αντικείμενα που απέμειναν προς απόθεση.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τρίτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.273656* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Α*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *3 – Α*.

<u>1^o στάδιο – $4^η$ επανάληψη</u>

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου είναι αυτό που απομένει, δηλαδή το αντικείμενο *Β* και επομένως λαμβάνει χώρα η αντιστοίχιση *4 – Δ*.

<u>2^o στάδιο – $1^η$ επανάληψη</u>

Η σύνδεση των τοποθεσιών στις οποίες έχουν περιέλθει τα αντικείμενα από το πρώτο στάδιο γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και οι τοποθεσίες).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.392174* και αντιστοιχεί στην τοποθεσία *2* που περιέχει το αντικείμενο *Β*. Άρα, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{2(B)\}$.

<u>2^o στάδιο – $2^η$ επανάληψη</u>

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και οι τοποθεσίες που απομένουν.

$$P = \{\rho_1\ (0, 1/3), \rho_2\ (1/3, 2/3), \rho_3\ (2/3, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.417937* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *3* που περιέχει το αντικείμενο *A*. Συνεπώς, η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης γίνεται $s = \{2(B), 3(A)\}$.

<u>*2ο στάδιο – 3η επανάληψη*</u>

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και οι εναπομείνασες τοποθεσίες.

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.5), \rho_2\ (0.5, 1)\}$$

Ο τυχαίος αριθμός που εμφανίζεται στη συνέχεια είναι ο *0.317143* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *1* που περιέχει το αντικείμενο *Γ*. Συνεπώς, η μερική λύση της τρίτης επανάληψης γίνεται $s = \{2(B), 3(A), 1(\Gamma)\}$.

<u>*2ο στάδιο – 4η επανάληψη*</u>

Η επιλογή της επόμενης τοποθεσίας είναι αυτή που απομένει, δηλαδή η τοποθεσία *4* που περιλαμβάνει το αντικείμενο *Δ* και επομένως η τελική λύση είναι η $s_1 = \{2(B), 3(A), 1(\Gamma), 4(\Delta)\}$ με συνολικό κόστος $c(s_1) = 1489$.

<u>*2ος γονέας*</u>

<u>*1ο στάδιο – 1η επανάληψη*</u>

Η αντιστοίχιση των αντικειμένων στις τοποθεσίες γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25), \rho_2\ (0.25, 0.50), \rho_3\ (0.50, 0.75), \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.608220* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Γ*. Αυτόματα λοιπόν, έχουμε την αντιστοίχιση *1 – Γ*.

<u>*1ο στάδιο – 2η επανάληψη*</u>

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα.

$$P = \{\rho_1\ (0, 1/3), \rho_2\ (1/3, 2/3), \rho_3\ (2/3, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.982915* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Δ*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *2 – Δ*.

<u>*1ο στάδιο – 3η επανάληψη*</u>

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και τα αντικείμενα που απέμειναν προς απόθεση.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τρίτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.489462* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Α*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *3 – Α*.

1ο στάδιο – 4η επανάληψη

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου είναι αυτό που απομένει, δηλαδή το αντικείμενο *Β* και επομένως λαμβάνει χώρα η αντιστοίχιση *4 – Β*.

2ο στάδιο – 1η επανάληψη

Η σύνδεση των τοποθεσιών στις οποίες έχουν περιέλθει τα αντικείμενα από το πρώτο στάδιο γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και οι τοποθεσίες).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.209302* και αντιστοιχεί στην τοποθεσία *1* που περιέχει το αντικείμενο *Γ*. Άρα, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{1(\Gamma)\}$.

2ο στάδιο – 2η επανάληψη

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και οι τοποθεσίες που απομένουν.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.630340* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *3* που περιέχει το αντικείμενο *Α*. Συνεπώς, η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης γίνεται $s = \{1(\Gamma),\ 3(A)\}$.

2ο στάδιο – 3η επανάληψη

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και οι εναπομείνασες τοποθεσίες.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τυχαίος αριθμός που εμφανίζεται στη συνέχεια είναι ο *0.222728* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *2* που περιέχει το αντικείμενο *Δ*. Συνεπώς, η μερική λύση της τρίτης επανάληψης γίνεται $s = \{1(\Gamma),\ 3(A),\ 2(\Delta)\}$.

2ο στάδιο – 4η επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης τοποθεσίας είναι αυτή που απομένει, δηλαδή η τοποθεσία *4* που περιλαμβάνει το αντικείμενο *Β* και επομένως η τελική λύση είναι η $s_2 = \{1(\Gamma),\ 3(A),\ 2(\Delta),\ 4(B)\}$ με συνολικό κόστος $c(s_2) = 1064$.

$3^{ος}$ γονέας

$1^{ο}$ στάδιο – $1^{η}$ επανάληψη

Η αντιστοίχιση των αντικειμένων στις τοποθεσίες γίνεται χωρίζοντας το *διάστημα (0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25),\ \rho_2\ (0.25, 0.50),\ \rho_3\ (0.50, 0.75),\ \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.124711* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Α*. Αυτόματα λοιπόν, έχουμε την αντιστοίχιση *1 – Α*.

$1^{ο}$ στάδιο – $2^{η}$ επανάληψη

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα.

$$P = \{\rho_1\ (0, 1/3),\ \rho_2\ (1/3, 2/3),\ \rho_3\ (2/3, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.019887* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Β*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *2 – Β*.

$1^{ο}$ στάδιο – $3^{η}$ επανάληψη

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και τα αντικείμενα που απέμειναν προς απόθεση.

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.5),\ \rho_2\ (0.5, 1)\}$$

Ο τρίτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.427491* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Γ*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *3 – Γ*.

$1^{ο}$ στάδιο – $4^{η}$ επανάληψη

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου είναι αυτό που απομένει, δηλαδή το αντικείμενο *Δ* και επομένως λαμβάνει χώρα η αντιστοίχιση *4 – Δ*.

$2^{ο}$ στάδιο – $1^{η}$ επανάληψη

Η σύνδεση των τοποθεσιών στις οποίες έχουν περιέλθει τα αντικείμενα από το πρώτο στάδιο γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και οι τοποθεσίες).

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25),\ \rho_2\ (0.25, 0.50),\ \rho_3\ (0.50, 0.75),\ \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.673721* και αντιστοιχεί στην τοποθεσία *3* που περιέχει το αντικείμενο *Γ*. Άρα, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{3(\Gamma)\}$.

$2^{ο}$ στάδιο – $2^{η}$ επανάληψη

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και οι τοποθεσίες που απομένουν.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.220831* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *1* που περιέχει το αντικείμενο *Α*. Συνεπώς, η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης γίνεται $s = \{3(Γ),\ 1(Α)\}$.

2^ο στάδιο – 3^η επανάληψη

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και οι εναπομείνασες τοποθεσίες.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τυχαίος αριθμός που εμφανίζεται στη συνέχεια είναι ο *0.271920* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *2* που περιέχει το αντικείμενο *Β*. Συνεπώς, η μερική λύση της τρίτης επανάληψης γίνεται $s = \{3(Γ),\ 1(Α),\ 2(Β)\}$.

2^ο στάδιο – 4^η επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης τοποθεσίας είναι αυτή που απομένει, δηλαδή η τοποθεσία *4* που περιλαμβάνει το αντικείμενο *Δ* και επομένως η τελική λύση είναι η $s_3 = \{3(Γ),\ 1(Α),\ 2(Β),\ 4(Δ)\}$ με συνολικό κόστος $c(s_3) = 1097$.

4^ος γονέας

1^ο στάδιο – 1^η επανάληψη

Η αντιστοίχιση των αντικειμένων στις τοποθεσίες γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.345740* και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Β*. Αυτόματα λοιπόν, έχουμε την αντιστοίχιση *1 – Β*.

1^ο στάδιο – 2^η επανάληψη

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.789516* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Δ*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *2 – Δ*.

1^ο στάδιο – 3^η επανάληψη

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και τα αντικείμενα που απέμειναν προς απόθεση.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τρίτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.413302* που αντιστοιχεί στο αντικείμενο *Α*. Γίνεται έτσι η αντιστοίχιση *3 – Α*.

<u>*1^o στάδιο – 4^η επανάληψη*</u>

Η επιλογή του επόμενου αντικειμένου είναι αυτό που απομένει, δηλαδή το αντικείμενο *Γ* και επομένως λαμβάνει χώρα η αντιστοίχιση *4 – Γ*.

<u>*2^o στάδιο – 1^η επανάληψη*</u>

Η σύνδεση των τοποθεσιών στις οποίες έχουν περιέλθει τα αντικείμενα από το πρώτο στάδιο γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και οι τοποθεσίες).

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.25),\ \rho_2\ (0.25,\ 0.50),\ \rho_3\ (0.50,\ 0.75),\ \rho_4\ (0.75,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.806673* και αντιστοιχεί στην τοποθεσία *4* που περιέχει το αντικείμενο *Γ*. Άρα, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{4(\Gamma)\}$.

<u>*2^o στάδιο – 2^η επανάληψη*</u>

Στη νέα επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε τρία ίσα διαστήματα, όσα και οι τοποθεσίες που απομένουν.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 1/3),\ \rho_2\ (1/3,\ 2/3),\ \rho_3\ (2/3,\ 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.676200* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *3* που περιέχει το αντικείμενο *Α*. Συνεπώς, η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης γίνεται $s = \{4(\Gamma),\ 3(A)\}$.

<u>*2^o στάδιο – 3^η επανάληψη*</u>

Στην τρίτη επανάληψη χωρίζουμε το διάστημα *(0, 1)* σε δύο ίσα διαστήματα, όσα και οι εναπομείνασες τοποθεσίες.

$$P = \{\rho_1\ (0,\ 0.5),\ \rho_2\ (0.5,\ 1)\}$$

Ο τυχαίος αριθμός που εμφανίζεται στη συνέχεια είναι ο *0.371453* που αντιστοιχεί στην τοποθεσία *1* που περιέχει το αντικείμενο *Β*. Συνεπώς, η μερική λύση της τρίτης επανάληψης γίνεται $s = \{4(\Gamma),\ 3(A),\ 1(B)\}$.

2^o στάδιο – $4^η$ επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης τοποθεσίας είναι αυτή που απομένει, δηλαδή η τοποθεσία *2* που περιλαμβάνει το αντικείμενο *Δ* και επομένως η τελική λύση είναι η $s_4 = \{4(\Gamma), 3(A), 1(B), 2(\Delta)\}$ με συνολικό κόστος $c(s_4) = 1137$.

Τελικά οι τέσσερις γονείς χρωμοσώματα είναι οι:

$s_1 = \{2(B), 3(A), 1(\Gamma), 4(\Delta)\}$	$c(s_1) = 1489$
$s_2 = \{1(\Gamma), 3(A), 2(\Delta), 4(B)\}$	$c(s_2) = 1064$
$s_3 = \{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\}$	$c(s_3) = 1097$
$s_4 = \{4(\Gamma), 3(A), 1(B), 2(\Delta)\}$	$c(s_4) = 1137$

Επιλογή γεννητόρων

Η επιλογή των ζευγών των γονέων χρωμοσωμάτων που θα διασταυρωθούν, γίνεται με τυχαίο τρόπο χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και οι γονείς χρωμοσώματα.

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25), \rho_2\ (0.25, 0.50), \rho_3\ (0.50, 0.75), \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.727646* που βρίσκεται στο διάστημα ρ_3 και αντιστοιχεί στον 3^o γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.264767* που ανήκει στο διάστημα ρ_2 και αντιστοιχεί στο 2^o γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα $\{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\}$ με το χρωμόσωμα $\{1(\Gamma), 3(A), 2(\Delta), 4(B)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.888788* που βρίσκεται στο διάστημα ρ_4 και αντιστοιχεί στον 4^o γονέα χρωμόσωμα. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.729323* που ανήκει στο διάστημα ρ_3 και αντιστοιχεί στο 3^o γονέα χρωμόσωμα. Άρα θα διασταυρωθούν το χρωμόσωμα $\{4(\Gamma), 3(A), 1(B), 2(\Delta)\}$ με το χρωμόσωμα $\{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\}$.

Αναπαραγωγή και νέοι πληθυσμοί

Ζεύγος $\{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\} – \{1(\Gamma), 3(A), 2(\Delta), 4(B)\}$

Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και τα γονίδια.

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25), \rho_2\ (0.25, 0.50), \rho_3\ (0.50, 0.75), \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.671752* που αντιστοιχεί στην τρίτη γονιδιακή θέση.

$$3(\Gamma)\ 1(A)\ \boxed{2(B)}\ \vdots 4(\Delta)$$

$$1(\Gamma)\ 3(A)\ \boxed{2(\Delta)}\ \vdots 4(B)$$

Άρα, θεωρητικά η ανταλλαγή χρωμοσωμάτων των δύο γονέων θα έδινε: *{3(Γ), 1(Α), 2(Δ), 4(Δ)}* και *{1(Γ), 3(Α), 2(Β), 4(Β)}*. Επειδή όμως δεν είναι επιτρεπτό να έχουμε κοινά χρωμοσώματα στον ίδιο γονέα, τελικά έχουμε:

$$3(\Gamma)\ 1(\mathrm{A})\ \boxed{2(\mathrm{B})}\ 4(x) \text{ λειπει το γονιδιο } \Delta$$
$$1(\Gamma)\ 3(\mathrm{A})\ \boxed{2(\Delta)}\ 4(x) \text{ λειπει το γονιδιο } \mathrm{B}$$

Τα προκύπτοντα χρωμοσώματα είναι τελικά:

$s_5 = \{3(\Gamma), 1(A), 2(\Delta), 4(B)\}$	$c(s_5) = 803$
$s_6 = \{1(\Gamma), 3(A), 2(B), 4(\Delta)\}$	$c(s_6) = 1489$

<u>Ζεύγος {4(Γ), 3(Α), 1(Β), 2(Δ)} – {3(Γ), 1(Α), 2(Β), 4(Δ)}</u>

Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης γίνεται με τυχαίο τρόπο χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε τέσσερα ίσα διαστήματα όσα και τα γονίδια.

$$P = \{\rho_1\ (0, 0.25), \rho_2\ (0.25, 0.50), \rho_3\ (0.50, 0.75), \rho_4\ (0.75, 1)\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.866753* που αντιστοιχεί στην τέταρτη γονιδιακή θέση.

$$4(\Gamma)\ 3(\mathrm{A})\ 1(\mathrm{B})\ \boxed{2(\Delta)}$$
$$3(\Gamma)\ 1(\mathrm{A})\ 2(\mathrm{B})\ \boxed{4(\Delta)}$$

Άρα, θεωρητικά η ανταλλαγή χρωμοσωμάτων των δύο γονέων δεν επιφέρει καμία αλλαγή.

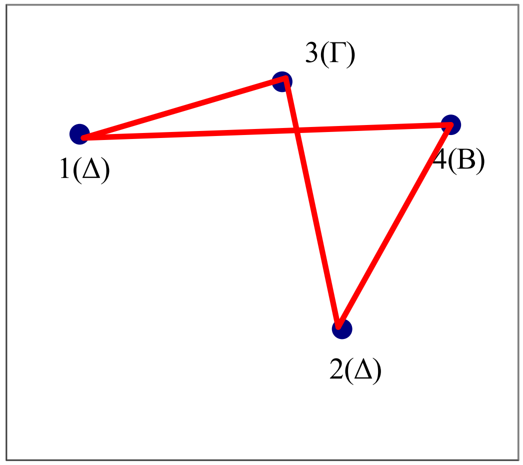
Τα προκύπτοντα χρωμοσώματα είναι τελικά:

$s_7 = \{4(\Gamma), 3(A), 1(B), 2(\Delta)\}$	$c(s_7) = 1137$
$s_8 = \{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\}$	$c(s_8) = 1097$

Τελικά οι τέσσερις απόγονοι – χρωμοσώματα είναι οι ακόλουθοι:

$s_5 = \{3(\Gamma), 1(A), 2(\Delta), 4(B)\}$	**$c(s_5) = 803$**
$s_6 = \{1(\Gamma), 3(A), 2(B), 4(\Delta)\}$	$c(s_6) = 1489$
$s_7 = \{4(\Gamma), 3(A), 1(B), 2(\Delta)\}$	$c(s_7) = 1137$
$s_8 = \{3(\Gamma), 1(A), 2(B), 4(\Delta)\}$	$c(s_8) = 1097$

Άρα, από τον παραπάνω πίνακα διαφαίνεται ότι η βέλτιστη λύση που προκύπτει από τη διασταύρωση των γεννητόρων είναι ο απόγονος χρωμόσωμα s_5 = *{3(Γ), 1(Α), 2(Δ), 4(Β)}* με συνολικό κόστος $c(s_5) = 803$. Η βέλτιστη αυτή λύση απεικονίζεται παρακάτω:


3(Γ)
1(Δ)
4(B)
2(Δ)

13

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ IV: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΧΩΡΟΘΕΤΗΣΗΣ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Δεδομένα Προβλήματος
Διασκορπισμένη Έρευνα με Σύζευξη Λύσεων
Αριστοποίηση Αποικίας Μυρμηγκιών
Γενετικοί Αλγόριθμοι

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση του προβλήματος Χωροθέτησης.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα της χωροθέτησης εγκαταστάσεων αφορά την επιλογή ενός αριθμού σημείων μεταξύ ενός συνόλου υποψηφίων σημείων στα οποία θα αναγερθούν και θα λειτουργήσουν εγκαταστάσεις μια επιχείρησης έτσι ώστε οι πελάτες της να εξυπηρετούνται καλύτερα με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Η χωροθέτηση εγκαταστάσεων αποτελεί ένα αρκετά συνηθισμένο πρόβλημα στο στρατηγικό σχεδιασμό των επιχειρήσεων. Ειδικότερα, ορισμένα από τα προβλήματα της κατηγορίας αυτής είναι η χωροθέτηση αποθηκών διανομής, παραρτημάτων, κέντρων διανομής, δημόσιων υπηρεσιών και άλλα.
Στη γενική μορφή ενός προβλήματος χωροθέτησης εγκαταστάσεων δίνεται ένα σύνολο υποψήφιων σημείων, στα οποία μπορεί να λειτουργήσει εγκατάσταση της επιχείρησης, και ένα σύνολο πελατών της επιχείρησης. Στόχος της διαδικασίας επίλυσης είναι η επιλογή ενός προκαθορισμένου αριθμού σημείων -από τα διαθέσιμα υποψήφια- στα οποία θα αναγερθεί και θα λειτουργήσει εγκατάσταση της επιχείρησης, καθώς επίσης και οι πελάτες που θα εξυπηρετούνται από καθεμιά, με τέτοιο τρόπο ώστε το συνολικό κόστος ανέγερσης και λειτουργίας να είναι το ελάχιστο δυνατό. Συνήθως το κόστος λειτουργίας (ή εξυπηρέτησης) αντικαθίσταται από την αλγεβρική απόσταση του πελάτη από την αντίστοιχη εγκατάσταση και επομένως ζητείται η λύση που ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση των πελατών από την αντίστοιχη εγκατάσταση.
Παραλλαγές του προβλήματος της χωροθέτησης εγκαταστάσεων υπάρχουν στην πράξη λόγω περιορισμών που εφαρμόζονται τόσο στις εγκαταστάσεις όσο και στον τρόπο σύνδεσης τους με τους πελάτες. Τέτοιου είδους περιορισμοί μπορεί να είναι ο μέγιστος αριθμός εγκαταστάσεων που θα λειτουργήσουν, η μέγιστη ζήτηση που μπορεί να καλύψει μια εγκατάσταση ή η μέγιστη απόσταση που θα πρέπει να έχει ένας πελάτης από την εγκατάσταση από την οποία θα εξυπηρετείται. Επίσης, παραλλαγή του προβλήματος προκύπτει στην περίπτωση που ένας πελάτης μπορεί να εξυπηρετηθεί από περισσότερες της μιας εγκαταστάσεις.
Στην παρούσα ενότητα επιλύεται το πρόβλημα των p-μέσων με περιορισμό στην δυναμικότητα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να ορισθεί ως εξής:

Έστω ένα σύνολο $M = \{1,\ldots,m\}$ από υποψήφια σημεία $j \in M$ στα οποία μπορεί να λειτουργήσει εγκατάσταση της επιχείρησης και ένα σύνολο $N = \{1,\ldots n\}$από πελάτες της επιχείρησης με $i \in N$. Καθένα από τα στοιχεία των συνόλων, $j \in M$ και $i \in N$, έχουν καθορισμένες συντεταγμένες. Η απόσταση μεταξύ των υποψηφίων εγκαταστάσεων και των πελατών δίνεται για κάθε ζεύγος με τη μορφή ενός πίνακα $[d_{ij}]_{n\times m}$, διαστάσεων $n\times m$. Επίσης, q_i είναι η ζήτηση κάθε πελάτη $i \in N$ και Q_i είναι η δυναμικότητα κάθε υποψήφιας εγκατάστασης. Αντικείμενο της διαδικασίας επίλυσης είναι η επιλογή p από τα υποψήφια σημεία για την λειτουργία εγκαταστάσεων, με $p<m$ καθώς επίσης και των πελατών που θα εξυπηρετεί η καθεμιά από τις p επιλεχθείσες εγκαταστάσεις. Το τελευταίο θα πρέπει να γίνει σύμφωνα με τον περιορισμό της δυναμικότητας, δηλαδή ότι η ζήτηση των πελατών που εξυπηρετούνται από κάθε εγκατάσταση δεν υπερβαίνει τη δυναμικότητα της.

Στην παρούσα εφαρμογή, έστω ότι $M = \{1, 2, 3\}$ είναι τα πιθανά σημεία στα οποία μπορεί να κατασκευασθεί και να λειτουργήσει μια εγκατάσταση της επιχείρησης. Χωρίς παραβίαση της γενικότητας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το κόστος κατασκευής της κάθε εγκατάστασης είναι το ίδιο. Μάλιστα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το κόστος αυτό είναι ίσο με μηδέν καθώς η συνεισφορά του στο συνολικό κόστος

θα είναι ίδια για όλες τα υποψήφια σημεία και επομένως δεν θα επηρεάσει την τελική απόφαση.
Χαρακτηριστικά των σημείων αυτών αποτελούν οι συντεταγμένες τους και δυναμικότητά τους. Οι μονάδες τις οποίες είναι εκφρασμένα τα μεγέθη αυτά είναι αυθαίρετες. Τα χαρακτηριστικά καθενός υποψήφιου σημείου δίδονται παρακάτω:

Υποψήφιο Σημείο	***X***	***Y***	***Δυναμικότητα***
1	*1,56*	*3,14*	*100*
2	*4,27*	*6,76*	*100*
3	*6,12*	*2,63*	*100*

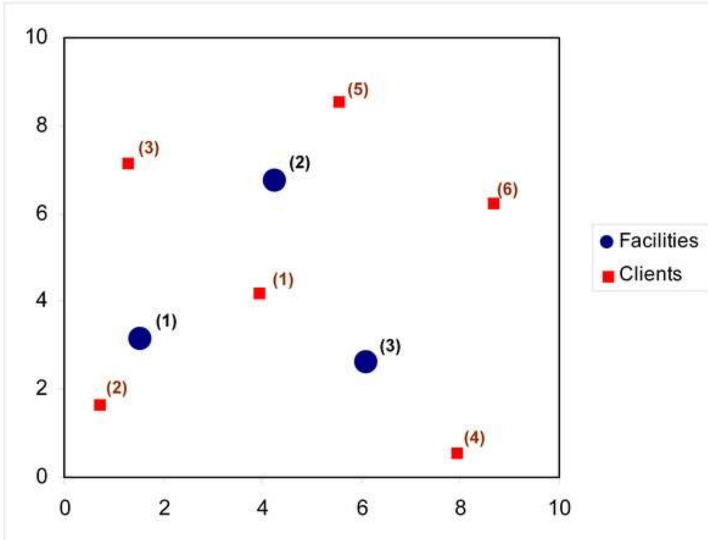
Έστω επίσης ότι *N = {1, 2, 3, 4, 5, 6}* είναι το σύνολο των πελατών της θεωρούμενης επιχείρησης. Οι συντεταγμένες της θέσης καθώς και η ζήτηση του κάθε πελάτη, $j \in J$, για το συγκεκριμένο προϊόν / υπηρεσία που προσφέρει η επιχείρηση θεωρούνται δεδομένα και δίνονται πατακάτω.

Πελάτης	***X***	***Y***	***Ζήτηση***
1	*3,92*	*4,21*	*32,54*
2	*0,72*	*1,65*	*25,72*
3	*1,29*	*7,15*	*18,26*
4	*7,91*	*0,56*	*36,13*
5	*5,53*	*8,57*	*23,63*
6	*8,66*	*6,24*	*35,51*

Η συνολική ζήτηση των 6 πελατών είναι ίση με 177,79. Το πρόβλημα δεν θα είχε λύση αν η συνολική ζήτηση των πελατών ήταν μεγαλύτερη από τη δυναμικότητα των p εγκαταστάσεων με τη μεγαλύτερη δυναμικότητα.
Το κόστος εξυπηρέτησης ενός πελάτη από συγκεκριμένη εγκατάσταση καθορίζεται από την αλγεβρική απόσταση του πελάτη από την εγκατάσταση. Οι αποστάσεις των πελατών από κάθε εγκατάσταση και κατ' επέκταση το κόστος εξυπηρέτησης παρακάτω.

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Αποστάσεις πελατών - εγκαταστάσεων</th><th colspan="3">Εγκαταστάσεις</th></tr>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Πελάτες</td><td>1</td><td>4,49</td><td>3,04</td><td>2,46</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2,31</td><td>5,20</td><td>3,70</td></tr>
<tr><td>3</td><td>5,17</td><td>4,22</td><td>9,10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>7,78</td><td>7,74</td><td>2,38</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5,95</td><td>1,50</td><td>5,76</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6,78</td><td>4,04</td><td>3,39</td></tr>
</table>

Τα σημεία των υποψήφιων εγκαταστάσεων και των πελατών απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Στόχος του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η επιλογή δύο εκ' των τριών υποψηφίων θέσεων για την ανέγερση εγκαταστάσεων και ο καθορισμός των πελατών που θα εξυπηρετεί καθεμία από αυτές έτσι ώστε, αφενός η συνολική ζήτηση να είναι μικρότερη ή ίση με τη δυναμικότητα της εγκατάστασης, και αφετέρου η συνολική απόσταση των πελατών από την αντίστοιχη εγκατάσταση να είναι η ελάχιστη δυνατή.

ΔΙΑΣΚΟΡΠΙΣΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ ΜΕ ΣΥΖΕΥΞΗ ΛΥΣΕΩΝ

Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν δίνονται στον παρακάτω πινακα:

0,0558	*0,6029*	*0,2806*
0,1431	*0,9863*	*0,7257*
0,9721	*0,2210*	*0,7688*
0,5087	*0,3104*	*0,3192*
0,1777	*0,8450*	*0,9021*

Ο πρώτος πελάτης που επιλέγεται είναι ο πελάτης *1 (0,0558)*. Η εγκατάσταση που βρίσκεται πιο κοντά στον πελάτη αυτό είναι η εγκατάσταση *2* (απόσταση = *2,57*). Ο επόμενος πελάτης που επιλέγεται είναι ο πελάτης *2* και η εγκατάσταση *1 (1,71)*. Επειδή ο αριθμός των εγκαταστάσεων έγινε ίσος με *p=2*, ο επόμενος πελάτης θα εξυπηρετείται από μία από τις εγκαταστάσεις που έχουν επιλεγεί *(1 ή 2)* και συγκεκριμένα από αυτήν που βρίσκεται πιο κοντά σε αυτόν. Ο επόμενος πελάτης που επιλέγεται είναι ο *6 (0,9721)* και η εγκατάσταση από την οποία θα εξυπηρετείται είναι η *2 (4,42)*. Ο επόμενος πελάτης είναι ο *4 (0,5087)* ο οποίος θα εξυπηρετείται από την εγκατάσταση *1 (6,85)*. Ακολούθως επιλέγεται ο πελάτης *3 (0,1777)* ο οποίος θα εξυπηρετείται από την εγκατάσταση *2 (3,01)* και ο πελάτης *5* που θα εξυπηρετείται από την εγκατάσταση *2 (2,21)*.

Η λύση που προκύπτει δίνεται παρακάτω:

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
1	*2, 4*	*61,85*

2	*1, 6, 3, 5*	*109,94*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 20,77		

Η λύση που προκύπτει δεν είναι εφικτή αλλά θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια για την εύρεση εφικτών λύσεων που ανήκουν στη γειτονιά της.
Με βάση τους τυχαίους αριθμούς *0,6029* και *0,9863* επιλέγονται οι πελάτες *4* και *5* από τις εγκαταστάσεις *1* και *2* αντίστοιχα για αμοιβαία ανταλλαγή. Η λύση που προκύπτει δίνεται παρακάτω.

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
1	*2, 5*	*49,35*
2	*1, 6, 3, 4*	*122,44*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 25,63		

Η λύση δεν είναι εφικτή και επομένως δεν λαμβάνεται υπόψη.
Με βάση τους τυχαίους αριθμούς *0,2210 και 0,3104* επιλέγονται για αμοιβαία ανταλλαγή οι πελάτες *2* και *6*. Η λύση που προκύπτει δίνεται παρακάτω.

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
1	*6, 4*	*71,64*
2	*1, 2, 3, 5*	*100,15*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 28,61		

Και πάλι η λύση δεν είναι εφικτή.
Η διαδικασία συνεχίζεται με επιλογή νέας αρχικής λύσης. Αυτή τη φορά θα χρησιμοποιηθεί ο περιορισμός της δυναμικότητας στην αρχική λύση. Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν δίδονται παρακάτω.

0,2505	*0,6558*	*0,8278*
0,6961	*0,5529*	*0,1804*
0,6743	*0,9327*	*0,4801*
0,8145	*0,1910*	*0,9599*
0,2547	*0,1202*	*0,8575*

Η λύση που προκύπτει δίνεται παρακάτω.

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
2	*2, 5, 1*	*81,89*
3	*4, 6, 3*	*89,90*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 24,77		

Παρόλο που για τον πελάτη *3* θα έπρεπε να επιλεγεί η εγκατάσταση *2*, λόγω του περιορισμού που επιβάλλεται από την δυναμικότητα τελικά ο πελάτης αυτός θα εξυπηρετείται από την εγκατάσταση *3*. Η λύσεις που προκύπτουν από τη διαδικασία της τοπικής έρευνας δίνονται στους παρακάτω πίνακες.

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
2	*2, 6, 1*	*93,77*
3	*4, 5, 3*	*78,02*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 28,54		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
2	*2, 5, 4*	*85,48*
3	*1, 6, 3*	*86,31*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 29,35		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
2	*3, 5, 1*	*74,43*
3	*4, 6, 2*	*97,36*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 20,42		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
2	*6, 5, 1*	*91,68*
3	*4, 2, 3*	*80,11*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 24,04		

Με την ίδια διαδικασία μπορούν να προκύψουν εφικτές λύσεις του προβλήματος. Οι εφικτές λύσεις που βρέθηκαν ανωτέρω δίνονται μαζί με άλλες εφικτές λύσεις στον παρακάτω πίνακα

α/α	***Εγκατάσταση 1***	***Εγκατάσταση 2***	***Εγκατάσταση 3***	***Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης***
1	*-*	*2, 5, 1*	*4, 6, 3*	*24,77*
2	*-*	*2, 6, 1*	*4, 5, 3*	*28,54*
3	*-*	*2, 5, 4*	*1, 6, 3*	*29,35*
4	***-***	***3, 5, 1***	***4, 6, 2***	***20,42***
5	*-*	*6, 5, 1*	*4, 2, 3*	*24,04*
6	*1, 2, 6*	*-*	*3, 4, 5*	*27,37*
7	*1, 2, 5*	*-*	*3, 4, 6*	*24,79*
8	*1, 3, 6*	*-*	*2, 4, 5*	*28,55*
9	***1, 2, 3***	***-***	***4, 5, 6***	***21,44***
10	*1, 2, 5*	*3, 4, 6*	*-*	*25,64*
11	***1, 2, 4***	***3, 5, 6***	***-***	***20,79***
12	***2, 3, 4***	***1, 5, 6***	***-***	***21,78***

Από τις λύσεις του παραπάνω πίνακα επιλέγονται οι τέσσερις που έχουν τη μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Οι λύσεις αυτές είναι σημειώνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πελάτες	***Εγκαταστάσεις***			
1	*2*	*1*	*1*	*2*
2	*3*	*1*	*1*	*1*
3	*2*	*1*	*2*	*1*
4	*3*	*3*	*1*	*1*
5	*2*	*3*	*2*	*2*
6	*3*	*3*	*2*	*2*
Αντικ. συνάρτηση	*20,42*	*21,44*	*20,79*	*21,78*

Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν στην περίπτωση της μεθοδολογίας σύζευξης λύσεων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

0,4636	*0,3156*	*0,7970*
0,2453	*0,9748*	*0,6626*
0,1509	*0,5176*	*0,7689*

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,4636* με βάση τον οποίον επιλέγεται η δεύτερη λύση ενώ με βάση το δεύτερο τυχαίο αριθμό επιλέγεται η πρώτη λύση. Οι δύο λύσεις που επιλέχθηκαν για την εφαρμογή της μεθόδου τοπικής έρευνας παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πελάτες	***Εγκαταστάσεις***	
1	*2*	*1*
2	*3*	*1*
3	*2*	*1*
4	*3*	*3*
5	*2*	*3*
6	*3*	*3*
Αντικ. συνάρτηση	*20,42*	*21,44*

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,1509* σύμφωνα με τον οποίο επιλέγεται ο πρώτος πελάτης να ανταλλαγεί μεταξύ των δύο λύσεων. Δηλαδή η λύση που προκύπτει θα είναι αυτή που δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Πελάτες	***Εγκαταστάσεις***	
1	*1*	*2*
2	*3*	*1*
3	*2*	*1*
4	*3*	*3*
5	*2*	*3*
6	*3*	*3*
Αντικ. συνάρτηση	*20,42*	*21,44*

Οι λύσεις αυτές δεν είναι εφικτές αλλά παρόλα αυτά θα χρησιμοποιηθούν ως αρχικές στον αλγόριθμο σύζευξης λύσεων.

Θα πρέπει η λύση *(1,3,2,3,2,3)* να μετατραπεί μέσα από διαδοχικές αλλαγές στη λύση *(2,1,1,3,3,3).* Οι ενδιάμεσες λύσεις είναι :

(1,3,2,3,2,3) → *(2,3,2,3,2,3)* → *(2,1,2,3,2,3)* → *(2,1,1,3,2,3)* → *(2,1,1,3,3,3)*

Από τις ενδιάμεσες λύσεις, η μόνη εφικτή λύση είναι η δεύτερη κατά σειρά η οποία υπάρχει ήδη στο σύνολο αναφοράς.

ΑΡΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ

Ο αλγόριθμος αριστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization, ACO) είναι ένας νέος σχετικά κατασκευαστικός αλγόριθμος που βασίζεται σε πληθυσμό λύσεων. Ο αλγόριθμος αυτός μιμείται τη διαδικασία με την οποία τα μυρμήγκια βρίσκουν το συντομότερο δρόμο από τη φωλιά τους στην πηγή της τροφής τους. Έπειτα από μελέτη της συμπεριφοράς των μυρμηγκιών βρέθηκε ότι κατά την μετάβασή τους από τη φωλιά τους στην πηγή της τροφής τους και αντίστροφα, αποθέτουν στο έδαφος μια χημική ουσία που ονομάζεται φερεμόνη. Όσο περισσότερα μυρμήγκια έχουν ακολουθήσει μια διαδρομή, τόσο πιο πιθανό είναι το επόμενο μυρμήγκι να ακολουθήσει τη διαδρομή αυτή. Επομένως πρόκειται για μια αυτοκαταλυόμενη διαδικασία εύρεσης μιας καλής ποιότητας λύση ενός προβλήματος αριστοποίησης.
Πρακτικά, ο αλγόριθμος αποτελεί μια διαδικασία κατασκευής μιας λύσης λαμβάνοντας πιθανολογικά αποφάσεις που εξαρτώνται από τις λύσεις που έχουν ήδη βρεθεί. Με τον τρόπο αυτό λαμβάνεται υπόψη η "εμπειρία" έχει αποκτηθεί από την εύρεση των προηγούμενων λύσεων. Βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι η πιθανολογική κατασκευή μιας λύσης καθώς η επιλογή ή όχι ενός στοιχείου βασίζεται στη συνάρτηση πιθανότητας και δεν είναι αιτιοκρατική όπως σε έναν πλεονεκτικό αλγόριθμο.
Ο αλγόριθμος αποτελείται από τα ακόλουθα διαδοχικά βήματα. Η διαδικασία ξεκινά από μια κενή λύση στην οποία προστίθενται βήμα-βήμα ένα μόνο στοιχείο του συνόλου μέχρι την κατασκευή μιας ολοκληρωμένης λύσης. Οι ολοκληρωμένες λύσεις μπορεί να είναι εφικτές αλλά και μη εφικτές ανάλογα με τους περιορισμούς του προβλήματος και το αν λαμβάνονται υπόψη κατά τη διάρκεια της κατασκευής των λύσεων. Ανάλογα με το πρόβλημα είναι δυνατό να γίνονται "καταρχήν αποδεκτές" οι μη εφικτές λύσεις οι οποίες μπορεί να συντελέσουν στον απεγκλωβισμό του αλγορίθμου από τοπικά ελάχιστα.
Στην περίπτωση που εξετάζεται ο αλγόριθμος αποικίας μυρμηγκιών υλοποιείται ως ακολούθως:
Το πρώτο βήμα είναι η αρχικοποίηση των μονοπατιών της φερεμόνης. Η αρχικοποίηση των μονοπατιών της φερεμόνης γίνεται με την ακόλουθη διαδικασία. Οι αποστάσεις μεταξύ εγκαταστάσεων και πελατών ταξινομούνται κατά αύξουσα τιμή για κάθε πελάτη. Κατόπιν, βρίσκεται το άθροισμα των αποστάσεων των κοντινότερων πελατών, των αμέσων επόμενων κ.ο.κ. Έπειτα κανονικοποιείται διαιρώντας με το άθροισμα όλων των αποστάσεων. Οι αριθμοί προκύπτουν αντιστοιχούν στην πιθανότητα να επιλεγεί μια από τις εγκαταστάσεις με δεδομένο τον πελάτη. Η μόνη παράμετρος που καθορίζει την αρχική πιθανότητα να επιλεγεί η εγκατάσταση ώστε να εξυπηρετεί έναν πελάτη είναι η σχετική θέση της εγκατάστασης ως προς τον πελάτη. Σημειώνεται ότι η κοντινότερη εγκατάσταση έχει κοινή τιμή πιθανότητας για κάθε πελάτη. Ομοίως η αμέσως επόμενη κοντινότερη εγκατάσταση κ.ο.κ.

Έπειτα επιλέγονται με τυχαίο τρόπο διαδοχικά οι πελάτες. Για κάθε πελάτη βρίσκεται η εγκατάσταση από την οποία θα εξυπηρετείται με βάση την πιθανότητα που έχει υπολογιστεί. Όταν ο αριθμός των εγκαταστάσεων που έχουν επιλεγεί γίνει ίσος με p (=2) τότε οι πιθανότητες των εγκαταστάσεων κανονικοποιούνται και πάλι μεταξύ τους.

Η επόμενη διαδικασία είναι η ανανέωση του ίχνους της φερεμόνης σε κάθε μονοπάτι, κάτι που μεταφράζεται σε αλλαγή της τιμής της πιθανότητας κάθε ζεύγους. Τα ζεύγη που έχουν επιλεγεί "επιδοτούνται" λαμβάνοντας κάποιο μεγαλύτερο ποσοστό. Η ανανέωση της τιμής της πιθανότητας γίνεται με βάση κάποιο μαθηματικό τύπο που περιλαμβάνει δύο παραμέτρους των οποίων η τιμή καθορίζει τη φύση του αλγορίθμου. Επειδή η επιλογή των παραμέτρων αποτελεί αντικείμενο μελέτης και απαιτεί εμπειρία δεν χρησιμοποιείται ο μαθηματικός τύπος στην παρούσα εργασία. Αντίθετα θεωρούμε ότι η νέα τιμή της πιθανότητας του ζεύγους που έχει επιλεγεί προκύπτει από την παλιά με πρόσθεση 0,100 (αυθαίρετων) μονάδων. Οι νέες πιθανότητες κανονικοποιούνται και χρησιμοποιούνται στη διαδικασία κατασκευής της επόμενης λύσης.

Κατά τη διάρκεια κατασκευής της λύσης δεν τίθεται ο περιορισμός της δυναμικότητας. Αυτό καθιστά τον αλγόριθμο περισσότερο ευέλικτο ώστε να ξεφύγει από περιοχές τοπικών ελαχίστων αλλά μπορεί να καθυστερήσει τη σύγκλιση.

Η αρχικοποίηση περιλαμβάνει την κατάταξη των εγκαταστάσεων για κάθε πελάτη κριτήριο την απόσταση.

Η κατάταξη απεικονίζεται στον παρακάτω πίνακα.

Πελάτης	***Απόσταση 1ης κοντινότερη εγκατάσταση***	***Απόσταση 2ης κοντινότερη εγκατάσταση***	***Απόσταση 3ης κοντινότερη εγκατάσταση***
1	*2,57*	*2,59*	*2,71*
2	*1,71*	*5,49*	*6,22*
3	*3,01*	*4,02*	*6,62*
4	*2,74*	*6,85*	*7,19*
5	*2,21*	*5,97*	*6,73*
6	*4,41*	*4,42*	*7,75*
Άθροισμα	*16,65*	*29,34*	*37,22*

Το άθροισμα των αποστάσεων κανονικοποιείται με το συνολικό άθροισμα και προκύπτει η πιθανότητα επιλογής για κάθε εγκατάσταση. Η πιθανότητα αυτή είναι κοινή για όλες τις εγκαταστάσεις ανάλογα με τη σχετική τους θέση ως προς τον πελάτη. Οι πιθανότητες δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πιθανότητες πελατών - εγκαταστάσεων		***Εγκαταστάσεις***		
		1	***2***	***3***
Πελάτες	***1***	*0,324*	*0,400*	*0,276*
	2	*0,400*	*0,276*	*0,324*
	3	*0,324*	*0,400*	*0,276*
	4	*0,324*	*0,276*	*0,400*
	5	*0,276*	*0,400*	*0,324*
	6	*0,276*	*0,324*	*0,400*

Με άλλα λόγια, η εγκατάσταση 2 έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να επιλεγεί αν επιλεγεί ο πελάτης 1.
Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν για την τοπική έρευνα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα.

0,5203	*0,1305*	*0,3165*
0,9630	*0,8235*	*0,6597*
0,4887	*0,1553*	*0,8059*
0,3029	*0,5223*	*0,3722*

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,5203* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,50;0,67)* και επομένως ο πελάτης που επιλέγεται είναι ο *4*. Το διάστημα *(0,1)* διαιρείται σε τρία άνισα μεταξύ τους διαστήματα τα οποία είναι :
(0,00;0,324), (0, 324;0, 724), (0, 724;1,00)
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,9630* ο οποίος ανήκει στο τρίτο κατά σειρά διάστημα και επομένως η εγκατάσταση που επιλέγεται είναι η *3* παρόλο που έχει τη μικρότερη πιθανότητα επιλογής.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,4887* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,40;0,60)*. Ο πελάτης που επιλέγεται είναι ο *3*. Το διάστημα *(0,1)* χωρίζεται σε στα ακόλουθα διαστήματα.
(0,00;0,400), (0, 400;0, 676), (0, 676;1,00)
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,3029* ο οποίος ανήκει στο πρώτο διάστημα και επομένως η εγκατάσταση που επιλέγεται είναι η *1*.

Ο αριθμός των εγκαταστάσεων που έχουν επιλεγεί είναι ίσος με *2* και επομένως οι τιμές των πιθανοτήτων θα πρέπει να αλλάξουν καθώς η εγκατάσταση *2* δεν αποτελεί πλέον επιλογή. Οι πιθανότητες μετά την κανονικοποίηση τους δίνονται στον παρακάτω πίνακα

Πιθανότητες πελατών - εγκαταστάσεων		***Εγκαταστάσεις***	
		1	***3***
Πελάτες	***1***	*0,540*	*0,460*
	2	*0,552*	*0,448*
	5	*0,460*	*0,540*
	6	*0,408*	*0,592*

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,1305* με βάση τον οποίον επιλέγεται ο πελάτης *1*. Με βάση τον τυχαίο αριθμό *0,8235* επιλέγεται η εγκατάσταση *3*. Ακολούθως επιλέγεται ο πελάτης *2* από τον τυχαίο αριθμό *0,1553* και η εγκατάσταση *1* από τον τυχαίο αριθμό *0,5223*. Από τον τυχαίο αριθμό *0,3165* επιλέγεται ο πελάτης *5* και η εγκατάσταση *3* λόγω του τυχαίου αριθμού *0,6597*. Τέλος, για τον πελάτη *6* επιλέγεται η εγκατάσταση *3* λόγω του τυχαίου αριθμού *0,8059*.
Η λύση που προκύπτει και τα χαρακτηριστικά της δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
3	*4, 1, 2*	*77,40*
1	*3, 5, 6*	*94,39*

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 29,43

Η λύση είναι εφικτή αλλά χαμηλής ποιότητας. Παρόλα αυτά διατηρείται ως η βέλτιστη μέχρι στιγμής λύση.
Ακολούθως ανανεώνονται τα ίχνη της φερεμόνης σε κάθε ζεύγος και κατ' επέκταση οι πιθανότητες του κάθε ζεύγους πελάτη – εγκατάστασης. Οι νέες πιθανότητες (πριν την κανονικοποιηση τους) των ζευγών που έχουν επιλεγεί στην προηγούμενη διαδικασία "επιδοτούνται" με *0,1* μονάδες. Έπειτα κανονικοποιούνται και προκύπτουν οι πιθανότητες που απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πιθανότητες πελατών - εγκαταστάσεων		***Εγκαταστάσεις***		
		1	***2***	***3***
Πελάτες	***1***	*0,294*	*0,364*	*0,342*
	2	*0,364*	*0,251*	*0,385*
	3	*0,385*	*0,364*	*0,251*
	4	*0,294*	*0,251*	*0,455*
	5	*0,342*	*0,364*	*0,294*
	6	*0,342*	*0,294*	*0,364*

Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν για την τοπική έρευνα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα.

0,7757	*0,5591*	*0,5273*
0,5970	*0,0634*	*0,5385*
0,3210	*0,6657*	*0,8653*
0,2994	*0,2557*	*0,0276*
0,9115	*0,3958*	*0,9792*

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,7757* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,67;0,83)* και από τον οποίον επιλέγεται ο πελάτης *5*. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,5970* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,294;0,658)* και από τον οποίον επιλέγεται η εγκατάσταση *2*.
Από τον τυχαίο αριθμό *0,3210* επιλέγεται ο πελάτης *2* και από τον τυχαίο αριθμό *0,2994* η εγκατάσταση *1* γιατί ανήκει στο διάστημα *(0,000;0,364)*.
Οι εγκαταστάσεις που έχουν επιλεγεί είναι οι *2* και *1*. Οι πιθανότητες των ζευγών πελατών – εγκαταστάσεων θα πρέπει σε αυτό το σημείο να ανανεωθούν. Οι νέες πιθανότητες δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πιθανότητες πελατών - εγκαταστάσεων		***Εγκαταστάσεις***	
		1	***2***
Πελάτες	***1***	*0,447*	*0,553*
	3	*0,514*	*0,486*
	4	*0,539*	*0,461*
	6	*0,538*	*0,462*

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,9115* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,75;1,0)* από τον οποίον επιλέγεται ο πελάτης *6*. Από τον τυχαίο αριθμό *0,5591* επιλέγεται η εγκατάσταση *2* καθώς ανήκει στο διάστημα *(0,538;1,000)*.
Ο επόμενος πελάτης είναι ο *1* λόγω του τυχαίου αριθμού *0,0634* και η αντίστοιχη εγκατάσταση είναι η *2* λόγω του τυχαίου αριθμού *0,6657* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,447;1,000)*.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,2557* από τον οποίον επιλέγεται ο πελάτης *3* και από τον αριθμό *0,3958* επιλέγεται η εγκατάσταση *1*.
Τέλος, ο πελάτης *4* θα εξυπηρετείται από την εγκατάσταση *1* όπως προκύπτει από τον τυχαίο αριθμό *0,3958*.
Η λύση που προκύπτει και τα χαρακτηριστικά της δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
2	*5, 6, 1*	*80,11*
1	*2, 3, 4*	*91,68*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 21,78		

Η λύση που προκύπτει είναι εφικτή και καλύτερης ποιότητας από την υπάρχουσα από την πρώτη επανάληψη. Επομένως διατηρείται και η διαδικασία συνεχίζεται με το επόμενο βήμα επανάληψης.

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι γενικής χρήσης μεταευρεστικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι βασίζονται σε αρχές εμπνευσμένες από τις γενετικές διαδικασίες βιολογικών οργανισμών, για την εξέλιξη των λύσεων του προβλήματος. Βασική διαδικασία των γενετικών αλγορίθμων είναι η ανταλλαγή γενετικού υλικού μεταξύ δύο λύσεων υψηλής ποιότητας.
Στο πρόβλημα που εξετάζεται η γενετική έρευνα υλοποιείται με την ακόλουθη διαδικασία :
Αρχικά δημιουργείται ένα σύνολο λύσεων υψηλής ποιότητας. Ο αρχικός αυτός πληθυσμός θα αποτελέσει τους “γονείς” ή γεννήτορες από την αναπαραγωγή των οποίων θα προκύψουν οι νέες λύσεις. Οι γεννήτορες λαμβάνονται να είναι οι ίδιοι που έχουν βρεθεί στην εφαρμογή της διασκορπισμένης έρευνας με σύζευξη λύσεων και οι οποίοι έχουν προκύψει όπως έχει αναφερθεί παραπάνω.
Για την εφαρμογή της μεθόδου επιλέγονται τυχαία δύο γεννήτορες από το σύνολο των λύσεων. Θεωρούμε δύο σύνολα για κάθε λύση – γεννήτορα. Το πρώτο σύνολο περιέχει τις εγκαταστάσεις που επιλέχθηκαν στη λύση και το δεύτερο σύνολο τους πελάτες που θα εξυπηρετεί η κάθε εγκατάσταση. Το δεύτερο σύνολο μετατρέπεται σε δυαδική μορφή όπου *1* σημαίνει ότι ο πελάτης εξυπηρετείται από την πρώτη εγκατάσταση του συνόλου των εγκαταστάσεων και *0* ότι εξυπηρετείται από τη δεύτερη. Προφανώς, ο αλγόριθμος αυτός δεν μπορεί να δουλέψει στην περίπτωση πού είναι $p > 2$. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει η γενετική έρευνα να γίνει με κάποιον άλλον τρόπο. Στην βιβλιογραφία έχουν προταθεί διαφορετικές τεχνικές αναπαραγωγής οι οποίες ωστόσο δεν περιγράφονται αναλυτικά.
Για παράδειγμα, υποθέτουμε ότι η λύση – γεννήτορας περιλαμβάνει τις εγκαταστάσεις *2* και *3* ενώ επιπλέον οι πελάτες *1,3* και *4* εξυπηρετούνται από την εγκατάσταση *2* και οι *2,5,6* από την εγκατάσταση *3*. Η λύση περιλαμβάνει τα ακόλουθα σύνολα

Σύνολο εγκαταστάσεων	*{2,3}*
Σύνολο πελατών	*{1,0,1,1,0,0}*

Η αναπαραγωγή θα γίνει επιλέγοντας τυχαία τη θέση διασταύρωσης. Η λύση ικανοποιεί σίγουρα την απαίτηση για τον αριθμό των εγκαταστάσεων. Επιπλέον, δεν υφίσταται περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο η κάθε εγκατάσταση θα πρέπει να εξυπηρετεί συγκεκριμένο αριθμό πελατών. Ο μόνος περιορισμός που θα πρέπει να ελεγχθεί είναι αυτός που επιβάλλει η δυναμικότητα των εγκαταστάσεων.
Από τη διαδικασία προκύπτουν στη γενική περίπτωση δύο απόγονοι και συνολικά *4* λύσεις που αφορούν κάθε δυνατό συνδυασμό των απογόνων με το σύνολο ων εγκαταστάσεων κάθε γεννήτορα.
Η μέθοδος θα μπορούσε να περιλαμβάνει και γενετική έρευνα στο σύνολο περιέχει της εγκαταστάσεις που έχουν επιλεγεί. Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται στην περίπτωση που οι εγκαταστάσεις που θα πρέπει να επιλεγούν είναι περισσότερες από *2*. Οι γεννήτορες αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα με τη μορφή που περιγράφηκε ανωτέρω.

Γεννήτορας	***Εγκαταστάσεις***	***Πελάτες***	***Αντικ. Συνάρτηση***
1	*2, 3*	*1, 0, 1, 0, 1, 0*	*20,42*
2	*1, 3*	*1, 1, 1, 0, 0, 0*	*21,44*
3	*1, 2*	*1, 1, 0, 1, 0, 0*	*20,79*
4	*1, 2*	*0, 1, 1, 1, 0, 0*	*21,78*

Οι τυχαίοι αριθμοί που θα χρησιμοποιηθούν δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

0,3052	*0,0457*	*0,2186*
0,3949	*0,3937*	*0,5752*
0,2414	*0,4950*	*0,4547*
0,8589	*0,5473*	*0,0006*

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,3052* ο οποίος ανήκει στο διάστημα *(0,25;0,50)*. Επομένως ο πρώτος γεννήτορας θα είναι ο δεύτερος από αυτούς που αναφέρονται παραπάνω. Ο δεύτερος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,3949* που ανήκει στο διάστημα *(0,33;0,67)* και σύμφωνα με τον οποίο ο δεύτερος γεννήτορας θα είναι ο τρίτος από αυτούς που αναφέρονται παραπάνω. Επομένως, οι δύο γεννήτορες είναι:

{1, 3}, {1, 1, 1, 0, 0, 0}
{1, 2}, {1, 1, 0, 1, 0, 0}

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,2414* ο ποίος ανήκει στο διάστημα *(0,17;0,33)* και σύμφωνα με τον οποίο γίνεται η επιλογή της θέσης διασταύρωσης. Η θέση διασταύρωσης είναι μετά τη δεύτερη θέση του συνόλου των πελατών.

{1, 1, | 1, 0, 0, 0}
{1, 1, | 0, 1, 0, 0}

Οι απόγονοι που προκύπτουν είναι οι ακόλουθοι :

{1, 1, 0, 1, 0, 0}
{1, 1, 1, 0, 0, 0}

Οι λύσεις που προκύπτουν είναι οι ακόλουθες :

{1, 3}, {1, 1, 0, 1, 0, 0}
{1, 3}, {1, 1, 1, 0, 0, 0}

Και

{1, 2}, {1, 1, 0, 1, 0, 0}
{1, 2}, {1, 1, 1, 0, 0, 0}

Οι λύσεις αυτές παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
1	*1, 2, 4*	*94,39*
3	*3, 5, 6*	*77,40*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 28,15		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
1	*1, 2, 3*	*76,52*
3	*4, 5, 6*	*95,27*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 21,44		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
1	*1, 2, 4*	*94,39*
2	*3, 5, 6*	*77,40*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 20,79		

Εγκατάσταση	*Πελάτες*	*Συνολική ζήτηση*
1	*1, 2, 3*	*76,52*
2	*4, 5, 6*	*95,27*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 22,14		

Οι λύσεις που προκύπτουν είναι όλες εφικτές. Παρατηρούμε ότι η δεύτερη και η τρίτη κατά σειρά λύσεις βρίσκονται ήδη στη λίστα των βέλτιστων λύσεων. Επιπλέον, οι υπόλοιπες λύσεις που προέκυψαν δεν είναι υψηλότερης ποιότητας από τις ήδη υπάρχουσες στον πληθυσμό των γονέων. Επομένως, δεν αντικαθίσταται καμία από τις υπάρχουσες λύσεις στον πληθυσμό των γονέων καθώς δεν προέκυψε καμία λύση υψηλότερης ποιότητας.
Η διαδικασία συνεχίζεται με την εύρεση των επόμενων απογόνων. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,8589* που ανήκει στο διάστημα *(0,75;1,00)* και σύμφωνα με τον οποίο επιλέγεται ο τέταρτος γεννήτορας. Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο 0,0457 που ανήκει στο διάστημα *(0,00;0,33)* και σύμφωνα με τον οποίο επιλέγεται ο πρώτος γεννήτορας Οι δύο γεννήτορες είναι :

{2, 3}, {1, 0, 1, 0, 1, 0}
{1, 2}, {0, 1, 1, 1, 0, 0}

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο 0,3937 ο ποίος ανήκει στο διάστημα (0,33;0,50) και σύμφωνα με τον οποίο γίνεται η επιλογή της θέσης διασταύρωσης. Η θέση διασταύρωσης είναι μετά την τρίτη θέση του συνόλου των πελατών.

{1, 0, 1, | 0, 1, 0}
{0, 1, 1, | 1, 0, 0}

Οι απόγονοι που προκύπτουν είναι οι ακόλουθοι:

{1, 0, 1, 1, 0, 0}
{0, 1, 1, 0, 1, 0}

Οι λύσεις που προκύπτουν είναι οι ακόλουθες:

{2, 3}, {1, 0, 1, 1, 0, 0}
{2, 3}, {0, 1, 1, 0, 1, 0}

Και

{1, 2}, {1, 1, 0, 1, 0, 0}
{1, 2}, {0, 1, 1, 0, 1, 0}

Οι λύσεις αυτές παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
2	*1, 3, 4*	*86,93*
3	*2, 5, 6*	*84,86*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 28,64		

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
2	*2, 3, 5*	*67,61*
3	*1, 4, 6*	*104,18*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 21,29		

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
1	*1, 3, 4*	*86,93*
2	*2, 5, 6*	*84,86*
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 26,31		

Εγκατάσταση	***Πελάτες***	***Συνολική ζήτηση***
1	*2, 3, 5*	*67,61*
2	*1, 4, 6*	*104,18*

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης : 26,64

Οι απόγονοι *2* και *4* που προέκυψαν δεν είναι εφικτές λύσεις καθώς δεν ικανοποιούν τον περιορισμό της δυναμικότητας. Έτσι παρόλο που η λύση *2* βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δεν γίνεται αποδεκτή. Οι άλλες δύο λύσεις δεν είναι καλύτερης ποιότητας από τις ήδη υπάρχουσες.

14

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ V: ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση του προβλήματος τοποθέτησης αντικειμένων.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Δίνεται ένα σύνολο $\mathbf{n}$ αντικειμένων που πρέπει να τοποθετηθούν σε αποθηκευτικά κουτιά όπου το καθένα έχει αποθηκευτική ικανότητα $\mathbf{L}$. Το κάθε αντικείμενο $\mathbf{i}$, δεσμεύει $\mathbf{l_i}$ αποθηκευτικές μονάδες του κουτιού. Ζητείται να βρεθεί ο μικρότερος αριθμός αποθηκευτικών κουτιών που χρειάζονται ώστε να τοποθετηθούν όλα τα αντικείμενα. Ο λογικός περιορισμός του προβλήματος είναι ότι οι αποθηκευτικές μονάδες των αντικειμένων που βρίσκονται μέσα σε κάθε κουτί δεν πρέπει να ξεπερνάνε την αποθηκευτική ικανότητα $\mathbf{L}$.

Έστω ότι η αποθηκευτική ικανότητα των κουτιών είναι $\mathbf{L=10}$. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των αποθηκευτικών μονάδων που δεσμεύει το κάθε αντικείμενο.

$\mathbf{l_1}$	**5**
$\mathbf{l_2}$	**6**
$\mathbf{l_3}$	**3**
$\mathbf{l_4}$	**7**
$\mathbf{l_5}$	**5**
$\mathbf{l_6}$	**4**

Λόγω του μικρού μεγέθους του προβλήματος μπορούμε να καταγράψουμε το σύνολο των λύσεων του υποδείγματος και να εντοπίσουμε το παγκόσμιο άριστο. Με μια γρήγορη ματιά φαίνεται ότι το παγκόσμιο άριστο είναι:

$$\mathbf{N(s)=3}, \text{ αριθμός κουτιών,}$$

και προκύπτει από των ακόλουθο συνδυασμό αντικειμένων σε κάθε κουτί:

$$\mathbf{s} = \left\{ (\mathbf{l_1}, \mathbf{l_5}), (\mathbf{l_2}, \mathbf{l_6}), (\mathbf{l_3}, \mathbf{l_4}) \right\},$$

ο αριθμός των παρενθέσεων δείχνει ουσιαστικά των αριθμό κουτιών που χρησιμοποιούνται.
Στην συνέχεια θα βρεθούν προτεινόμενες λύσεις με διαφορετικούς ευρετικούς αλγόριθμους οι οποίοι λειτουργούν με διαφορετικές φιλοσοφίες για την εύρεση της λύσης.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Κατασκευαστικός Αλγόριθμος Τυχαίας Επιλογής

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού αλγόριθμου τυχαίας επιλογής, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με τυχαίο τρόπο χρησιμοποιώντας τυχαίους αριθμούς που προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή και ανήκουν στο διάστημα *[0,1]*. Οι αριθμοί αυτοί παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

1η Επανάληψη

Η επιλογή του πρώτου αντικειμένου (πρώτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0, 1)* σε *6* ίσα διαστήματα (όσα και τα αντικείμενα).

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{l_1=(0,0.166),\ l_2=(0.166,0.333),\ l_3=(0.333,0.5),} \\ \mathbf{l_4=(0.5,0.666),\ l_5=(0.666,0.833),\ l_6=(0.833,1)} \end{array} \right\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο πρώτος από αυτούς *0.429017* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_3=(0.333,0.5)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο *3*. Άρα το πακετάρισμα ξεκινάει από το αντικείμενο *3* και η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_3})\}$. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=1}$.

2η Επανάληψη

Η επιλογή του δεύτερου αντικειμένου (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *5* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα $\mathbf{l_1,l_2,l_4,l_5,l_6}$).

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{l_1=(0,0.2),\ l_2=(0.2,0.4),\ l_4=(0.4,0.6),} \\ \mathbf{l_5=(0.6,0.8),\ l_6=(0.8,1.0)} \end{array} \right\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.279649* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_2=(0.2,0.4)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο $\mathbf{l_2}$. Άρα το επόμενο αντικείμενο είναι το $\mathbf{l_2}$ και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_3},\mathbf{l_2})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης παραμένει σταθερή $\mathbf{N(s)=1}$.

3η Επανάληψη

Η επιλογή του τρίτου αντικειμένου (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *4* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα $\mathbf{l_1,l_4,l_5,l_6}$).

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{l_1=(0,0.25),\ l_4=(0.25,0.5),\ l_5=(0.5,0.75),\ l_6=(0.75,1.0)}\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.828006* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_6=(0.75,1.0)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο $\mathbf{l_6}$. Άρα το επόμενο αντικείμενο είναι το $\mathbf{l_6}$ και η μερική λύση της τρίτης επανάληψης είναι η $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l_3},\mathbf{l_2}\right),\left(\mathbf{l_6}\right)\right\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=2}$.

4η Επανάληψη

Η επιλογή του τέταρτου αντικειμένου (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *3* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα $\mathbf{l_1},\mathbf{l_4},\mathbf{l_5}$).

$$\mathbf{P} = \left\{\mathbf{l_1}\mathbf{=(0,0.333),\ l_4=(0.333,0.666),\ l_5=(0.666,1.0)}\right\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.492403* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_4=(0.333,0.666)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο $\mathbf{l_4}$. Άρα το επόμενο αντικείμενο είναι το $\mathbf{l_4}$. Παρατηρείται ότι η επιλογή αυτού του αντικειμένου υπερβαίνει τον περιορισμό διότι, $\mathbf{l_4+l_6}=\mathbf{7+4=11}$, οπότε πρέπει να επιλεγεί άλλο αντικείμενο. Η μερική λύση της τέταρτης επανάληψης παραμένει σταθερή.

5η Επανάληψη

Η επιλογή του τέταρτου αντικειμένου (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *3* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα $\mathbf{l_1},\mathbf{l_4},\mathbf{l_5}$).

$$\mathbf{P} = \left\{\mathbf{l_1}\mathbf{=(0,0.333),\ l_4=(0.333,0.666),\ l_5=(0.666,1.0)}\right\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.461300* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_4=(0.333,0.666)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο $\mathbf{l_4}$. Άρα το επόμενο αντικείμενο είναι το $\mathbf{l_4}$. Παρατηρείται ότι η επιλογή αυτού του αντικειμένου υπερβαίνει τον περιορισμό διότι, $\mathbf{l_4+l_6}=\mathbf{7+4=11}$, οπότε πρέπει να επιλεγεί άλλο αντικείμενο.

6η Επανάληψη

Η επιλογή του τέταρτου αντικειμένου (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *3* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα αντικείμενα $\mathbf{l_1},\mathbf{l_4},\mathbf{l_5}$).

$$\mathbf{P} = \left\{\mathbf{l_1}\mathbf{=(0,0.333),\ l_4=(0.333,0.666),\ l_5=(0.666,1.0)}\right\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς *0.164640* βρίσκεται στο διάστημα $\mathbf{l_1=(0.0,0.333)}$ και αντιστοιχεί στο αντικείμενο $\mathbf{l_1}$. Άρα το επόμενο αντικείμενο είναι το $\mathbf{l_1}$ και η μερική λύση της τρίτης επανάληψης είναι η $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l_3},\mathbf{l_2}\right),\left(\mathbf{l_6},\mathbf{l_1}\right)\right\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης παραμένει $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=2}$.

$7^η$ Επανάληψη

Παρατηρώντας τις αποθηκευτικές μονάδες που δεσμεύουν τα δύο εναπομείναντα αντικείμενα βλέπουμε ότι το καθένα θα καταλάβει ξεχωριστό αποθηκευτικό κουτί οπότε η τελική λύση είναι η ακόλουθη, $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_2\right),\left(\mathbf{l}_6,\mathbf{l}_1\right),\left(\mathbf{l}_4\right),\left(\mathbf{l}_5\right)\right\}$ και η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης γίνεται $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=4}$

Κατασκευαστικός Πλεονεκτικός Αλγόριθμος

Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού πλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομείναντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που εδώ εκλέγεται είναι γνωστή σαν πλεονεκτική συνάρτηση του αντικειμένου που δεσμεύει τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Σύμφωνα με την συνάρτηση αυτή, το στοιχείο του υποδείγματος που εκλέγεται να συμπληρώσει τη λύση σε κάθε επανάληψη είναι αυτό που αντιστοιχεί στο στοιχείο που δεσμεύει περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες από τα αντικείμενα που απομένουν, σε σχέση με αυτό που προστέθηκε στη μερική λύση στην τελευταία επανάληψη. Ο πλεονεκτικός αλγόριθμος είναι αιτιοκρατικός και δεν απαιτεί χρήση τυχαίων αριθμών.

$1^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l}_4\mathbf{=7}$, επειδή δεσμεύει τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l}_4\right)\right\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=1}$.

$2^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l}_2\mathbf{=6}$, επειδή δεσμεύει τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l}_4\right),\left(\mathbf{l}_2\right)\right\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=2}$.

$3^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται είτε το αντικείμενο $\mathbf{l}_1\mathbf{=5}$ είτε το αντικείμενο $\mathbf{l}_5\mathbf{=5}$, επειδή δεσμεύουν τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\left\{\left(\mathbf{l}_4\right),\left(\mathbf{l}_2\right),\left(\mathbf{l}_{1=5}\right)\right\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}\left(\mathbf{s}\right)\mathbf{=3}$.

$4^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται είτε το αντικείμενο $\mathbf{l_1=5}$ είτε το αντικείμενο $\mathbf{l_5=5}$, ανάλογα με το ποιο επιλέχθηκε στην προηγούμενη επανάληψη. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_4}),(\mathbf{l_2}),(\mathbf{l_1},\mathbf{l_5})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=3}$. Να τονιστεί εδώ ότι στην περίπτωση που κάποιο αποθηκευτικό κουτί έχει ελεύθερες αποθηκευτικές μονάδες μπορεί να τοποθετηθεί σε αυτό αντικείμενο, έτσι ώστε να παραμείνουν σε αυτό όσο το δυνατόν λιγότερες αποθηκευτικές μονάδες ελεύθερες. Η τοποθέτηση των αντικειμένων με αυτό το κριτήριο κάνει τον αλγόριθμο πιο περίπλοκο σε σχέση με την περίπτωση του να τοποθετούνταν τα αντικείμενα στο πρώτο αποθηκευτικό κουτί που χωρούσαν.

$5^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται είτε το αντικείμενο $\mathbf{l_6=4}$. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_4}),(\mathbf{l_2},\mathbf{l_3}),(\mathbf{l_1},\mathbf{l_5})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=3}$.

$6^η$ Επανάληψη

Εκλέγεται είτε το αντικείμενο $\mathbf{l_3=3}$. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_4},\mathbf{l_1}),(\mathbf{l_2},\mathbf{l_3}),(\mathbf{l_1},\mathbf{l_5})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=3}$. Αυτή είναι και η τελευταία επανάληψη και φαίνεται ότι η λύση που βρέθηκε είναι το παγκόσμιο άριστο.

ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων τοπικής έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση κινήσεων που εφαρμόζονται σε κάποια λύση του προβλήματος με σκοπό την διαταραχή των στοιχείων της και την αποκάλυψη μέρους του συνόλου λύσεων. Είναι γεγονός ότι για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν υπάρχουν πάρα πολλοί αλγόριθμοι τοπικής έρευνας. Στην συνέχεια παρουσιάζεται ένας από αυτούς τους αλγόριθμους.

Στον αλγόριθμο τοπικής έρευνας που ακολουθεί από την τελική λύση που έχει βρεθεί καταστρέφονται **n** αποθηκευτικά κουτιά με τις περισσότερες ελεύθερες αποθηκευτικές μονάδες και τα αντικείμενα τους παραμένουν ελεύθερα. Ο αριθμός **n** προσδιορίζεται εμπειρικά. Μια λογική που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί θα ήταν στην αρχή *2* ελεύθερα αντικείμενα να αντικαθιστούν *2* αποθηκευμένα αντικείμενα, στην συνέχεια *2* αποθηκευμένα αντικείμενα να αντικαθιστούνται από ένα ελεύθερο και τέλος ένα αποθηκευμένο αντικείμενο από ένα ελεύθερο. Για να έχει αξία το παράδειγμα αυξάνεται ο αριθμός των προς αποθήκευση αντικειμένων. Έστω ότι τα αντικείμενα είναι *14* και ο αριθμός των κουτιών που καταστρέφεται είναι $\mathbf{n=2}$. Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του προβλήματος παραμένουν ίδια.

$\mathbf{l_1}$	**3**
$\mathbf{l_2}$	**3**

$\mathbf{l}_3$	**3**
$\mathbf{l}_4$	**6**
$\mathbf{l}_5$	**2**
$\mathbf{l}_6$	**1**
$\mathbf{l}_7$	**5**
$\mathbf{l}_8$	**2**
$\mathbf{l}_9$	**4**
$\mathbf{l}_{10}$	**3**
$\mathbf{l}_{11}$	**7**
$\mathbf{l}_{12}$	**2**
$\mathbf{l}_{13}$	**5**
$\mathbf{l}_{14}$	**4**

Έστω ότι η λύση που έχει βρεθεί είναι η $\mathbf{s} = \left\{ \begin{matrix} (\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_3),(\mathbf{l}_4,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_6), \\ (\mathbf{l}_7,\mathbf{l}_8),(\mathbf{l}_9,\mathbf{l}_{10}),(\mathbf{l}_{11},\mathbf{l}_{12}),(\mathbf{l}_{13},\mathbf{l}_{14}) \end{matrix} \right\}$.

Με βάση τον αλγόριθμο που περιγράφτηκε νωρίτερα καταστρέφονται τα *2* κουτιά με τις περισσότερες ελεύθερες αποθηκευτικές μονάδες. Οπότε η κατάσταση έχει ως εξής:

Κουτιά που παρέμειναν: $\{(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_3),(\mathbf{l}_4,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_6),(\mathbf{l}_{11},\mathbf{l}_{12}),(\mathbf{l}_{13},\mathbf{l}_{14})\}$

Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l}_7,\mathbf{l}_9,\mathbf{l}_{10},\mathbf{l}_8$

Τα επόμενα βήματα είναι αυτά που περιγράφηκαν νωρίτερα.

Αντικατάσταση *2* αποθηκευμένων αντικειμένων από *2* ελεύθερα αντικείμενα, στην συνέχεια *2* αποθηκευμένα αντικείμενα να αντικαθίστανται από ένα ελεύθερο και τέλος ένα αποθηκευμένο αντικείμενο από ένα ελεύθερο. Από τα ελεύθερα αντικείμενα επιλέγεται πάντα το μεγαλύτερο

Πρώτο κουτί: $(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_3) \to (\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_7,\mathbf{l}_8)$ Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_9,\mathbf{l}_{10}$

Δεύτερο κουτί: $(\mathbf{l}_4,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_6) \to (\mathbf{l}_4,\mathbf{l}_9)$ Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_6,\mathbf{l}_{10}$

Τρίτο κουτί: $(\mathbf{l}_7,\mathbf{l}_8) \to (\mathbf{l}_7,\mathbf{l}_2)$ Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l}_8,\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_6,\mathbf{l}_{10}$

Τέταρτο κουτί: $(\mathbf{l}_{13},\mathbf{l}_{14})$

Στην συνέχεια ξεκινώντας από το μεγαλύτερο από τα ελεύθερα αντικείμενα ο αλγόριθμος το τοποθετεί στο κουτί εκείνο ώστε να υπάρξει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη πληρότητα χώρου. Τα υπόλοιπα αντικείμενα τοποθετούνται σε ένα ή περισσότερα κουτιά. Η λύση είναι η ακόλουθη:

Τέταρτο κουτί: $(\mathbf{l}_6,\mathbf{l}_{13},\mathbf{l}_{14})$

Δημιουργία πέμπτου κουτιού: $(\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_5,\mathbf{l}_8,\mathbf{l}_{10})$

Η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί. Στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν υπάρχει περαιτέρω βελτίωση στη λύση οπότε είναι η βέλτιστη λύση που μπορεί να βρεθεί με τον αλγόριθμο της τοπικής έρευνας.

Τονίζεται ότι υπάρχουν και ορισμένοι άλλοι αλγόριθμοι τοπικής έρευνας για το συγκεκριμένο πρόβλημα οι οποίοι διαφοροποιούνται ως προς τα βήματα που ακολουθούν αλλά και ως προς τα κριτήρια της επιλογής των ελεύθερων αντικειμένων.

ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ο ημιπλεονεκτικός αλγόριθμος που εξασφαλίζει διαφοροποιημένες αρχικές λύσεις για βελτίωση. Κατά την εφαρμογή του κατασκευαστικού ημιπλεονεκτικού αλγόριθμου, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά βήμα-βήμα ξεκινώντας από μια μερική λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Στη συνέχεια σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνον στοιχείο του υποδείγματος μέχρι την συμπλήρωση της τελικής εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που σαν στόχο έχει να ιεραρχήσει τα εναπομείναντα στοιχεία του υποδείγματος και να εκλέξει μόνον ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που εδώ εκλέγεται είναι γνωστή σαν πλεονεκτική συνάρτηση του αντικειμένου που δεσμεύει τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Χαρακτηριστικό της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ότι σε κάθε βήμα επιλέγεται τυχαία ένα αντικείμενο από τα k καλύτερα. Στο παράδειγμα που θα χρησιμοποιήσουμε, δεχόμαστε k=2 και τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα. Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο μελετάται το αρχικό πρόβλημα των *6* αντικειμένων.

0.429017	*0.828006*	*0.461300*	*0.734981*	*0.924736*
0.279649	*0.492403*	*0.164640*	*0.112482*	*0.446821*

1η Επανάληψη

Εκλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l_4=7}$, επειδή δεσμεύει τις περισσότερες αποθηκευτικές μονάδες. Άρα η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_4})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=1}$.

2η Επανάληψη

Η επιλογή του δεύτερου αντικειμένου (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα *2* μεγαλύτερα από τα ελεύθερα αντικείμενα $\mathbf{l_1,l_2,l_3,l_5,l_6}$. Αυτά είναι τα $\mathbf{l_2,l_{1=5}}$. Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο πρώτος από αυτούς είναι ο *0.429017* οπότε επιλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l_2}$. Οπότε η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_4}),(\mathbf{l_2})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N(s)=2}$.

3η Επανάληψη

Η επιλογή του τρίτου αντικειμένου (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα *2* μεγαλύτερα από τα ελεύθερα αντικείμενα $\mathbf{l_1,l_3,l_5,l_6}$. Αυτά είναι τα $\mathbf{l_1,l_5}$. Τα αντικείμενα καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο οπότε δεν έχει σημασία τι τιμή επιστρέφει η γεννήτρια. Οπότε η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l}_4),(\mathbf{l}_2),(\mathbf{l}_{1=5})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}(\mathbf{s})\mathbf{=3}$.

4η Επανάληψη

Η επιλογή του τέταρτου αντικειμένου (τέταρτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται προσδιορίζοντας τα *2* μεγαλύτερα από τα ελεύθερα αντικείμενα $\mathbf{l}_{1=5},\mathbf{l}_3,\mathbf{l}_6$. Αυτά είναι τα $\mathbf{l}_{1=5},\mathbf{l}_6$. Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο τρίτος από αυτούς είναι ο *0.828006* οπότε επιλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l}_6$ Οπότε η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l}_4),(\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_6),(\mathbf{l}_{1=5})\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}(\mathbf{s})\mathbf{=3}$.

5η Επανάληψη

Η επιλογή του πέμπτου αντικειμένου (πέμπτου στοιχείου της μερικής λύσης) γίνεται επιλέγοντας από τα *2* ελεύθερα αντικείμενα $\mathbf{l}_{1=5},\mathbf{l}_3$. Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο τέταρτος από αυτούς είναι ο *0.*492403 οπότε επιλέγεται το αντικείμενο $\mathbf{l}_{1=5}$ Οπότε η μερική λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l}_4),(\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_6),(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_5)\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}(\mathbf{s})\mathbf{=3}$.
Το τελευταίο αντικείμενο $\mathbf{l}_3$ προστίθεται στο πρώτο κουτί οπότε η λύση είναι η $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l}_4,\mathbf{l}_3),(\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_6),(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_5)\}$ και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $\mathbf{N}(\mathbf{s})\mathbf{=3}$. Η οποία είναι και το παγκόσμιο άριστο για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Το σημαντικότερο συστατικό των αλγορίθμων απαγορευμένης έρευνας είναι η ανάδειξη και πρόταση των χαρακτηριστικών που εμπλέκονται στην αντιστροφή των κινήσεων και αποθηκεύονται στην βραχυπρόθεσμη μνήμη. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εξαγωγή ενός ή και παραπάνω αντικειμένων από ένα κουτί και την επανατοποθέτηση τους σε άλλα κουτιά.
Τα χαρακτηριστικά της αντίστροφης κίνησης είναι ότι παρόμοιος συνδυασμός των ελεύθερων αντικειμένων που προήλθαν από την κίνηση θα επαναφέρει την αρχική λύση. Οπότε στην περίπτωση που υπάρξει συνδυασμός αντικειμένων ο οποίος θα δώσει την σύνθεση κάποιου αποθηκευτικού κουτιού που καταστράφηκε η κίνηση θεωρείται απογερευμένη.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Θεωρούμε μια αρχική τιμή θερμοκρασίας ίση με 350 για έναν αλγόριθμο προσομοιωμένης ανόπτησης. Θεωρούμε ότι η θερμοκρασία ελαττώνεται γραμμικά μέχρι το μηδέν σε 4 βήματα και γίνονται δύο επαναλήψεις ανά βήμα. Η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την καταστροφή δύο αποθηκευτικών κουτιών, η επιλογή γίνεται με τυχαίο τροπο, και την επανατοποθέτηση των ελεύθερων πλέον αντικειμένων στα ήδη υπάρχοντα κουτιά αν είναι δυνατόν ή την δημιουργία νέων κουτιών στα οποία θα γίνει η αποθήκευση των ελεύθερων αντικειμένων. Μια λογική που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί θα ήταν στην αρχή *2* ελεύθερα αντικείμενα να αντικαθιστούν *2* αποθηκευμένα αντικείμενα, στην συνέχεια *2* αποθηκευμένα αντικείμενα να αντικαθιστούνται από ένα ελεύθερο και τέλος ένα αποθηκευμένο αντικείμενο από ένα ελεύθερο. Τα αντικείμενα που υπάρχουν στο παράδειγμα είναι τα παρακάτω.

$\mathbf{l_1}$	**3**
$\mathbf{l_2}$	**3**
$\mathbf{l_3}$	**3**
$\mathbf{l_4}$	**6**
$\mathbf{l_5}$	**2**
$\mathbf{l_6}$	**1**
$\mathbf{l_7}$	**5**
$\mathbf{l_8}$	**2**
$\mathbf{l_9}$	**4**
$\mathbf{l_{10}}$	**3**
$\mathbf{l_{11}}$	**7**
$\mathbf{l_{12}}$	**2**
$\mathbf{l_{13}}$	**5**
$\mathbf{l_{14}}$	**4**

Θεωρούμε σαν αρχική την λύση $\mathbf{s} = \{(\mathbf{l_1},\mathbf{l_2},\mathbf{l_3}),(\mathbf{l_4},\mathbf{l_5},\mathbf{l_6}),(\mathbf{l_7},\mathbf{l_8}),(\mathbf{l_9},\mathbf{l_{10}}),(\mathbf{l_{11}},\mathbf{l_{12}}),(\mathbf{l_{13}},\mathbf{l_{14}})\}$ για την οποία η αντικειμενική συνάρτηση έχει τιμή $\mathbf{N(s)=6}$. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον παρακάτω πίνακα όπως παράγονται ανά κολώνα.

0.429017	*0.164640*	*0.095845*	*0.980803*
0.279649	*0.734981*	*0.234364*	*0.456631*
0.828006	*0.112482*	*0.707450*	*0.175813*
0.492403	*0.924736*	*0.485141*	*0.680105*
0.461300	*0.446821*	*0.066903*	*0.456789*

1ο Βήμα (Θ = 350)

1η Επανάληψη

Η αρχική λύση είναι $\mathbf{s} = \{(\mathbf{l_1},\mathbf{l_2},\mathbf{l_3}),(\mathbf{l_4},\mathbf{l_5},\mathbf{l_6}),(\mathbf{l_7},\mathbf{l_8}),(\mathbf{l_9},\mathbf{l_{10}}),(\mathbf{l_{11}},\mathbf{l_{12}}),(\mathbf{l_{13}},\mathbf{l_{14}})\}$ με $\mathbf{N(s)=6}$

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *6* ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά της λύσης):

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{b_1=(0,0.166),\ b_2=(0.166,0.333),\ b_3=(0.333,0.5),} \\ \mathbf{b_4=(0.5,0.666),\ b_5=(0.666,0.833)\ ,b_6=(0.833,1.0)} \end{array} \right\}$$

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.429017* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_3=(0.333,0.5)}$.

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά που απομένουν):

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{b_1=(0,0.2),\ b_2=(0.2,0.4),\ b_4=(0.4,0.6),} \\ \mathbf{b_5=(0.6,0.8),\ b_6=(0.8,1.0)} \end{matrix} \right\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.279649* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_2=(0.2,0.4)}$.

Άρα θα καταστραφούν τα κουτιά $\mathbf{b_2}$ και $\mathbf{b_3}$

<u>**Κουτιά που παρέμειναν**</u>**:** $\left\{(\mathbf{l_1,l_2,l_3}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{11},l_{12}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})\right\}$

<u>**Ελεύθερα αντικείμενα**</u>**:** $\mathbf{l_4,l_5,l_6,l_7,l_8}$

<u>Πρώτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_1,l_2,l_3}) \to (\mathbf{l_1,l_4,l_6})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_2,l_5,l_3,l_7,l_8}$

<u>Δεύτερο κουτί</u>: $(\mathbf{l_9,l_{10}}) \to (\mathbf{l_2})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_9,l_{10},l_5,l_3,l_7,l_8}$

<u>Τρίτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{11},l_{12}}) \to (\mathbf{l_{11},l_3})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_9,l_{10},l_5,l_{12},l_7,l_8}$

<u>Τέταρτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{13},l_{14}})$

<u>Πέμπτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_7,l_9})$

<u>Έκτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{10},l_5,l_{12},l_8})$

Άρα η λύση είναι η $\mathbf{s_1}=\left\{(\mathbf{l_1,l_4,l_6}),(\mathbf{l_2}),(\mathbf{l_{11},l_3}),(\mathbf{l_{13},l_{14}}),(\mathbf{l_7,l_9}),(\mathbf{l_{10},l_5,l_{12},l_8})\right\}$ με $\mathbf{N(s_1)=6}$. Η λύση που προκύπτει είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη από την στιγμή που ο αριθμός των κουτιών που δεσμευεται είναι ο ίδιος.

Για αυτήν την επανάληψη η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής για τις δύο λύσεις είναι $\Delta_1=\mathbf{N(s_1)\text{-}N(s)}=0$ οπότε δεν παρατηρείται καμμία βελτίωση στον αριθμό των κουτιών που θα χρησιμοποιηθουν.

<u>*2η Επανάληψη*</u>

Η αρχική λύση είναι $\mathbf{s}=\left\{(\mathbf{l_1,l_2,l_3}),(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_7,l_8}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{11},l_{12}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})\right\}$ με $\mathbf{N(s)=6}$

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *6* ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά της λύσης):

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{b_1=(0,0.166),\ b_2=(0.166,0.333),\ b_3=(0.333,0.5),} \\ \mathbf{b_4=(0.5,0.666),\ b_5=(0.666,0.833)\ ,b_6=(0.833,1.0)} \end{matrix} \right\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.828006* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_5=(0.666,0.833)}$.

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά που απομένουν):

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{b_1=(0,0.2),\ b_2=(0.2,0.4),\ b_3=(0.4,0.6),} \\ \mathbf{b_4=(0.6,0.8),\ b_6=(0.8,1.0)} \end{matrix} \right\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.492403* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_3=(0.4,0.6)}$.

Άρα θα καταστραφούν τα κουτιά $\mathbf{b_5}$ και $\mathbf{b_3}$

<u>**Κουτιά που παρέμειναν**</u>**:** $(\mathbf{l_1,l_2,l_3}),(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})$

<u>**Ελεύθερα αντικείμενα**</u>**:** $\mathbf{l_7,l_8,l_{11},l_{12}}$

<u>Πρώτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_1,l_2,l_3})\rightarrow(\mathbf{l_1,l_{11}})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_7,l_8,l_2,l_3,l_{12}}$

Δεν γινόταν να χωρέσουν δύο από τα ελεύθερα αντικείμενα στο πρώτο κουτί και έτσι τοποθετείται μόνο το κουτί $\mathbf{l_{11}}$.

<u>Δεύτερο κουτί</u>: $(\mathbf{l_4,l_5,l_6})\rightarrow(\mathbf{l_4,l_2})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_7,l_8,l_5,l_6,l_3,l_{12}}$

<u>Τρίτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_9,l_{10}})\rightarrow(\mathbf{l_9,l_7})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_{10},l_8,l_5,l_6,l_3,l_{12}}$

<u>Τέταρτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{13},l_{14}})$

<u>Πέμπτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{10},l_3,l_8,l_5})$

<u>Έκτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_6,l_{12}})$

Άρα η λύση είναι η $\mathbf{s_1}=\{(\mathbf{l_1,l_{11}}),(\mathbf{l_4,l_2}),(\mathbf{l_9,l_7}),(\mathbf{l_{13},l_{14}}),(\mathbf{l_{10},l_3,l_8,l_5}),(\mathbf{l_6,l_{12}})\}$ με $\mathbf{N(s_1)=6}$

Για αυτήν την επανάληψη η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής για τις δύο λύσεις είναι $\Delta_1=\mathbf{N(s_1)\text{-}N(s)}=0$.

Γίνεται αντιληπτό ότι η αρχική λύση δεν βελτιώνεται στις δύο προηγούμενες επαναλήψεις, οπότε διατηρείται η αρχική λύση και η διαδικασία συνεχίζεται ρίχνοντας την θερμοκρασία.

2º Βήμα (Θ = 262.5)

<u>*1η Επανάληψη*</u>

Η αρχική λύση είναι $\mathbf{s}=\{(\mathbf{l_1,l_2,l_3}),(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_7,l_8}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{11},l_{12}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})\}$ με $\mathbf{N(s)=6}$

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *6* ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά της λύσης):

$$\mathbf{P}=\left\{\begin{array}{l}\mathbf{b_1=(0,0.166),\ b_2=(0.166,0.333),\ b_3=(0.333,0.5),}\\ \mathbf{b_4=(0.5,0.666),\ b_5=(0.666,0.833)\ ,b_6=(0.833,1.0)}\end{array}\right\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.164640* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_1=(0.0,0.164)}$.

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά που απομένουν):

$$\mathbf{P}=\left\{\begin{array}{c}\mathbf{b_2=(0,0.2),\ b_3=(0.2,0.4),\ b_4=(0.4,0.6),}\\ \mathbf{b_5=(0.6,0.8),\ b_6=(0.8,1.0)}\end{array}\right\}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.734981* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_5=(0.6,0.8)}$.

Άρα θα καταστραφούν τα κουτιά $\mathbf{b_1}$ και $\mathbf{b_5}$

<u>Κουτιά που παρέμειναν</u>: $\{(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_7,l_8}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})\}$

<u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_1,l_2,l_3,l_{11},l_{12}}$

<u>Πρώτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_4,l_5,l_6}) \rightarrow (\mathbf{l_4,l_1})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_2,l_3,l_{11},l_{12},l_5,l_6}$

Δεν γινόταν να χωρέσουν δύο από τα ελεύθερα αντικείμενα στο πρώτο κουτί και έτσι τοποθετείται μόνο το κουτί $\mathbf{l_1}$.

<u>Δεύτερο κουτί</u>: $(\mathbf{l_7,l_8}) \rightarrow (\mathbf{l_{11},l_2})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_7,l_3,l_8,l_{12},l_5,l_6}$

<u>Τρίτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_9,l_{10}}) \rightarrow (\mathbf{l_9,l_7})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_{10},l_3,l_8,l_{12},l_5,l_6}$

<u>Τέταρτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_{13},l_{14}})$

<u>Πέμπτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_3,l_{10},l_5,l_{12}})$

<u>Έκτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_6,l_8})$

Άρα η λύση είναι η $\mathbf{s_1} = \{(\mathbf{l_4,l_1}),(\mathbf{l_{11},l_2}),(\mathbf{l_9,l_7}),(\mathbf{l_{13},l_{14}}),(\mathbf{l_3,l_{10},l_5,l_{12}}),(\mathbf{l_6,l_8})\}$ με $\mathbf{N(s_1)=6}$. Η λύση που προκύπτει είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη από την στιγμή που ο αριθμός των κουτιών που δεσμευεται είναι ο ίδιος.

Για αυτήν την επανάληψη η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής για τις δύο λύσεις είναι $\Delta_1 = \mathbf{N(s_1)\text{-}N(s)} = 0$ οπότε δεν παρατηρείται καμμία βελτίωση στον αριθμό των κουτιών που θα χρησιμοποιηθουν.

<u>*2η Επανάληψη*</u>

Η αρχική λύση είναι $\mathbf{s} = \{(\mathbf{l_1,l_2,l_3}),(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_7,l_8}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{11},l_{12}}),(\mathbf{l_{13},l_{14}})\}$ με $\mathbf{N(s)=6}$

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε *6* ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά της λύσης):

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b_1=(0,0.166),\ b_2=(0.166,0.333),\ b_3=(0.333,0.5),} \\ \mathbf{b_4=(0.5,0.666),\ b_5=(0.666,0.833)\ ,b_6=(0.833,1.0)} \end{Bmatrix}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.112482* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_1=(0,0.166)}$.

Χωρίζουμε το *(0,1)* σε 5 ίσα διαστήματα (όσα και τα κουτιά που απομένουν):

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b_2=(0,0.2),\ b_3=(0.2,0.4),\ b_4=(0.4,0.6),} \\ \mathbf{b_5=(0.6,0.8),\ b_6=(0.8,1.0)} \end{Bmatrix}$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0.924736* ο οποίος ανήκει στο διάστημα $\mathbf{b_6=(0.8,1.0)}$.

Άρα θα καταστραφούν τα κουτιά $\mathbf{b_1}$ και $\mathbf{b_6}$

<u>Κουτιά που παρέμειναν</u>: $\{(\mathbf{l_4,l_5,l_6}),(\mathbf{l_7,l_8}),(\mathbf{l_9,l_{10}}),(\mathbf{l_{11},l_{12}})\}$

<u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_1,l_2,l_3,l_{13},l_{14}}$

<u>Πρώτο κουτί</u>: $(\mathbf{l_4,l_5,l_6}) \rightarrow (\mathbf{l_4,l_{14}})$ <u>Ελεύθερα αντικείμενα</u>: $\mathbf{l_1,l_2,l_3,l_5,l_6,l_{13}}$

Δεν γινόταν να χωρέσουν δύο από τα ελεύθερα αντικείμενα στο πρώτο κουτί και έτσι τοποθετείται μόνο το κουτί $\mathbf{l_{14}}$.

Δεύτερο κουτί: $(\mathbf{l_7},\mathbf{l_8}) \rightarrow (\mathbf{l_{13}},\mathbf{l_1})$ Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l_2},\mathbf{l_3},\mathbf{l_5},\mathbf{l_6},\mathbf{l_7},\mathbf{l_8}$

Τρίτο κουτί: $(\mathbf{l_9},\mathbf{l_{10}}) \rightarrow (\mathbf{l_9},\mathbf{l_7})$ Ελεύθερα αντικείμενα: $\mathbf{l_2},\mathbf{l_3},\mathbf{l_5},\mathbf{l_6},\mathbf{l_8},\mathbf{l_{10}}$

Τέταρτο κουτί: $(\mathbf{l_{11}},\mathbf{l_{12}})$

Πέμπτο κουτί: $(\mathbf{l_2},\mathbf{l_3},\mathbf{l_{10}},\mathbf{l_6})$

Έκτο κουτί: $(\mathbf{l_5},\mathbf{l_8})$

Άρα η λύση είναι η $\mathbf{s_1} = \{(\mathbf{l_4},\mathbf{l_{14}}),(\mathbf{l_{13}},\mathbf{l_1}),(\mathbf{l_9},\mathbf{l_7}),(\mathbf{l_{11}},\mathbf{l_{12}}),(\mathbf{l_2},\mathbf{l_3},\mathbf{l_{10}},\mathbf{l_6}),(\mathbf{l_5},\mathbf{l_8})\}$ με $\mathbf{N(s_1)=6}$. Για αυτήν την επανάληψη η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής για τις δύο λύσεις είναι $\Delta_1=\mathbf{N(s_1)\text{-}N(s)}=0$. Γίνεται αντιληπτό ότι η αρχική λύση δεν βελτιώνεται στις δύο προηγούμενες επαναλήψεις, οπότε διατηρείται η αρχική λύση και η διαδικασία συνεχίζεται ρίχνοντας την θερμοκρασία.

Λόγω της φύσης του προβλήματος, εξαιτίας των περιορισμών που ισχύουν κατά την εξαγωγή των αντικειμένων από τα κουτιά και του μεγέθους του συγκεκριμένου παραδείγματος ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτησης δεν φέρει τα επιθυμητα απότελεσματα. Στα πρώτα δυο βήματα φάνηκε ότι δεν υπήρξε μείωση του αριθμού κουτιών που χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση των αντικειμένων.

Στην πλήρη ανάπτυξη του ο αλγόριθμος της προσομειωμένης ανόπτησης θα έφτανε βηματικά μέχρι την μηδενική θερμοκρασία σε περίπτωση που δεν είχε βρεθεί λύση που να είναι το παγκόσμιο άριστο.

Σε κάθε βήμα της μεθόδου της προσομειωμένης ανόπτησης η λύση που βρίσκεται στην πρώτη επανάληψη γίνεται αποδεκτή στην περίπτωση που η διαφορα $\Delta_1=\mathbf{N(s_1)\text{-}N(s)}=0$ είναι μικροτερη του μηδενός. Στην περιπτωση που η διαφορά είναι μεγαλυτερη του μηδενός η λύση γίνεται αποδεκτή με πιθανότητα $\mathbf{p=exp(\text{-}\Delta_1/\Theta)}$. Στην συνέχεια επιλέγεται ο επόμενος τυχαίος αριθμός από τόν πίνακα και στην περίπτωση που είναι μικρότερος από την τιμή της πιθανότητας $\mathbf{p}$ τότε η λύση γίνεται αποδεκτή. Στην αντιθετη περίπτωση η λύση απορρίπτεται. Στην δεύτερη επανάληψη ισχύουν ακριβώς οι ιδιοι κανόνες για την αποδοχή - απόρριψη της λύσης με την διαφορά οτι αν η αρχική λύση της πρώτης επαμάληψης έχει γίνει αποδεκτή θεωρείται πλέον ως αρχική λύση στην δεύτερη επανάληψη, ενώ στην περίπτωση που η λύση της πρώτης επανάληψης απορρίπτεται τότε αρχική λύση είναι αυτή που ίσχυε στην αρχή του βήματος του αλγορίθμου.

15

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ VI: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ Ι

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Ορισμός και Δεδομένα Προβλήματος
Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι
Τοπική Έρευνα
Ημιπλεονεκτική Έρευνα
Προσομοιωμένη Ανόπτηση
Γενετικοί Αλγόριθμοι
Απαγορευμένη Έρευνα

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση ενός προβλήματος χρονικού προγραμματισμού παραγωγής.

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στο πρόβλημα χρονικού προγραμματισμού παραγωγής με σύνθετες προτεραιότητες, έχουμε n εργασίες, αριθμημένες ως $i = 1, \ldots, n$, και m μηχανές κωδικοποιημένες ως M_1, M_2, M_m. Κάθε εργασία αποτελείται από μια ορισμένη σειρά συγκεκριμένων διεργασιών, με συμβολισμούς του τύπου O_{ij}, i = είναι η εργασία, όπου j είναι ο αύξων αριθμός της διεργασίας, που πρέπει να εκτελεστούν ακριβώς με αυτή τη σειρά. Δηλαδή έχουμε τους λεγόμενους περιορισμούς διαδοχής της μορφής που φαίνεται παρακάτω:

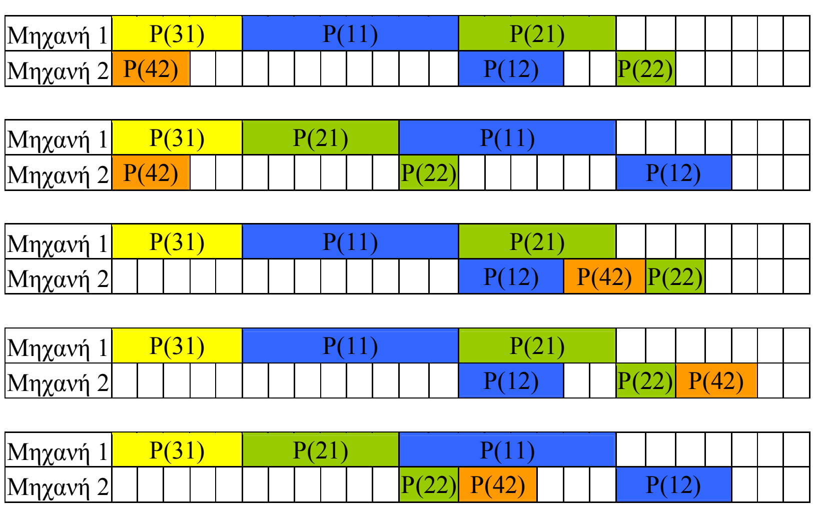
$$O_{ij} \rightarrow O_{i,j+1}.$$

Κάθε διεργασία χρειάζεται συγκεκριμένο χρόνο εκτέλεσης. Αυτό που ζητάμε είναι να βρούμε ένα εφικτό πρόγραμμα παραγωγής, δηλαδή ένα πρόγραμμα που να πληρεί όλους τους υφιστάμενους περιορισμούς παραγωγής, και να ελαχιστοποιεί κάποια αντικειμενική συνάρτηση που εξαρτάται από τους χρόνους παραγωγής. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι δουλειές που έχουμε, το πλήθος των μηχανών, η σειρά διαδοχής των διεργασιών και οι χρόνοι διεργασιών:

Εργασίες	Σειρά μηχανών	Χρόνος επεξεργασίας
1	$M_1 \rightarrow M_2$	$P_{11}=8$, $P_{12}=4$
2	$M_1 \rightarrow M_2$	$P_{21}=6$, $P_{22}=2$
3	M_1	$P_{31}=5$
4	M_2	$P_{42}=3$

Ως P_{ij} ορίζουμε το χρόνο που χρειάζεται η εργασία i στη μηχανή M_j. Στα πλαίσια του προβλήματος αυτού, αντικειμενική συνάρτηση είναι ο συνολικός χρόνος παραγωγής που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί. Λόγω του σχετικά μικρού μεγέθους του προβλήματος, μπορούμε να βρούμε τις λύσεις του και να τις παρουσιάσουμε σχηματικά με την αναπαράσταση διαγραμμάτων Gantt ως ακολούθως:

ΧΡΟΝΟΣ ΠΕΡΑΤΩΣΗΣ



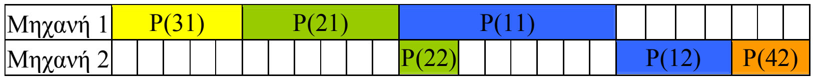
21

23

22

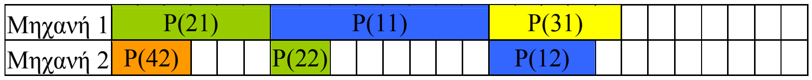
24

23

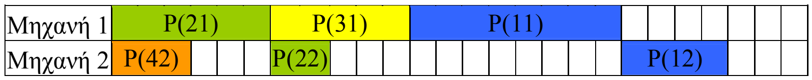


26

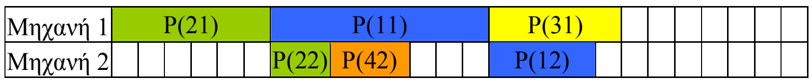
ΧΡΟΝΟΣ ΠΕΡΑΤΩΣΗΣ



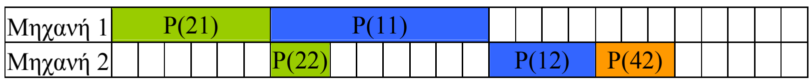
19



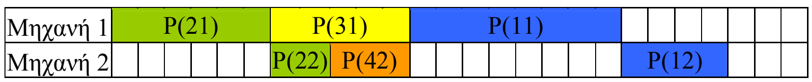
23



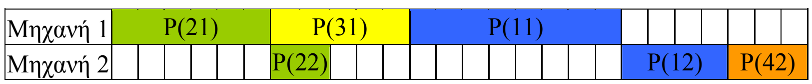
19



21

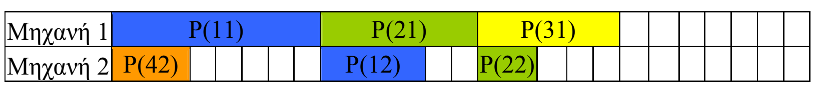


23

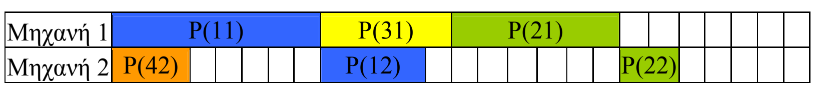


26

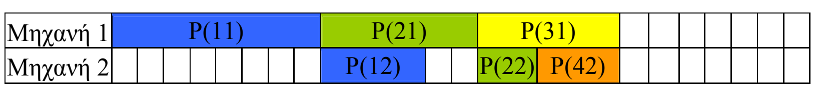
ΧΡΟΝΟΣ ΠΕΡΑΤΩΣΗΣ



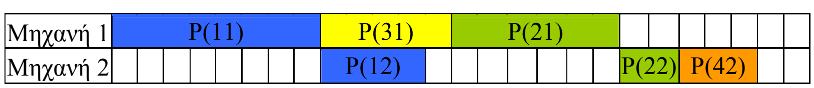
19



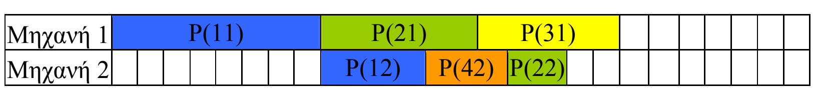
21



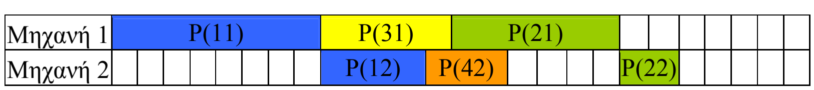
19



24



19



21

Κάθε μια εργασία έχει κωδικοποιηθεί με το δικό της χρώμα. Ειδικά για τις εργασίες *1* και *2*, που αποτελούνται από δύο διεργασίες η καθεμία, πρέπει να προσέχουμε να τηρείται η σειρά διαδοχής των επιμέρους διεργασιών, δηλαδή δεν γίνεται να εκτελεστεί η διεργασία P_{12} πριν από τη διεργασία P_{11}, ούτε βέβαια να υπάρχει ακόμα και μερική ταυτόχρονη εκτέλεση.

Στο σημείο αυτό και προτού προχωρήσουμε στην ανάπτυξη των αλγορίθμων, σκόπιμο είναι να παραθέσουμε τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών που στη συνέχεια θα χρειαστούμε για κάποιες μεθόδους. Οι πρώτοι δέκα αριθμοί που δίνει η γεννήτρια είναι οι παρακάτω:

α/α	*ΤΥΧΑΙΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ*
1	*0.429017*
2	*0.279649*
3	*0.828006*
4	*0.492403*
5	*0.461300*
6	*0.164640*
7	*0.734981*
8	*0.112482*
9	*0.924736*
10	*0.446821*
11	*0.095845*
12	*0.234364*
13	*0.707450*
14	*0.485141*
15	*0.066903*
16	*0.980803*
17	*0.456631*
18	*0.175813*
19	*0.680105*
20	*0.456789*

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Για τον κατασκευαστικό αλγόριθμο τυχαίας επιλογής, η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά ξεκινώντας από μια λύση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος. Σε κάθε βήμα, προσθέτουμε ένα μόνο στοιχείο του υποδείγματος μέχρι να συμπληρωθεί η εφικτή λύση, το εφικτό πρόγραμμα παραγωγής. Η επιλογή του στοιχείου σε κάθε βήμα γίνεται με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών που παρουσιάσαμε πιο πάνω. Βέβαια, σε κάθε βήμα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι ειδικοί περιορισμοί διαδοχής του προβλήματος που εξετάζουμε - αυτό άλλωστε θα φανεί πώς θα γίνει ακριβώς και στη συνέχεια.

Στην *πρώτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τέσσερις: $P_{11}=8$, $P_{21}=6$, $P_{31}=5$, $P_{42}=3$. Συνεπώς χωρίζουμε το διάστημα αριθμών $[0,1]$ σε τέσσερα ισοδιαστήματα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στις επιλογές αυτές. Τα διαστήματα αυτά, σε απόλυτη αντιστοιχία με τις λύσεις, είναι:

$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right).$$

Η γεννήτρια αριθμών δίνει πρώτο αριθμό που αντιστοιχεί στο δεύτερο διάστημα. Άρα επιλέγουμε την $P_{21}=6$.
Έπειτα στη *δεύτερη επανάληψη*, οι επιλογές που έχουμε διαθέσιμες είναι οι: $P_{31}=5$, $P_{42}=3$, $P_{22}=2$. Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε τρία ισοδιαστήματα ως εξής:

$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right).$$

Η γεννήτρια αριθμών δίνει δεύτερο αριθμό που αντιστοιχεί στο πρώτο διάστημα. Άρα επιλέγουμε την $P_{31}=5$. Βέβαια είναι σαφές ότι η διεργασία αυτή θα τοποθετηθεί μετά το τέλος της πρώτης διεργασίας, αφού εκτελούνται στην ίδια μηχανή.
Έπειτα στη *τρίτη επανάληψη*, οι επιλογές που έχουμε διαθέσιμες είναι οι: $P_{42}=3$, $P_{22}=2$, $P_{11}=8$. Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε τρία ισοδιαστήματα ως εξής:

$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right).$$

Η γεννήτρια αριθμών δίνει τρίτο αριθμό που αντιστοιχεί στο τρίτο διάστημα. Άρα επιλέγουμε την $P_{11}=8$. Βέβαια είναι σαφές ότι η διεργασία αυτή θα τοποθετηθεί μετά το τέλος της πρώτης και της δεύτερης διεργασίας, αφού εκτελούνται στην ίδια μηχανή.
Έπειτα στη *τέταρτη επανάληψη*, οι επιλογές που έχουμε διαθέσιμες είναι οι: $P_{42}=3$, $P_{22}=2$, $P_{12}=4$. Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε τρία ισοδιαστήματα ως εξής:

$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right).$$

Η γεννήτρια αριθμών δίνει τέταρτο αριθμό που αντιστοιχεί στο μεσαίο διάστημα. Άρα επιλέγουμε την $P_{22}=2$. Η διεργασία αυτή μπορεί να μπει είτε αμέσως μετά το τέλος της διεργασίας P_{21}, είτε μετά το τέλος όλων των διεργασιών που έχουμε τοποθετήσει στη δεύτερη μηχανή. Με κριτήριο τον τυχαίο αριθμό της τρέχουσας επανάληψης, τη βάζουμε αμέσως μετά το τέλος της διεργασίας P_{21}.
Έπειτα στη *πέμπτη επανάληψη*, η επιλογή που έχουμε διαθέσιμη είναι μόνο η $P_{42}=3$ (θεωρούμε ότι βάζουμε τις διεργασίες όσο κοντινότερα τη μία στην άλλη γίνεται). Δε χρειαζόμαστε τυχαίο αριθμό. Η διεργασία αυτή μπορεί να μπει αμέσως μετά το τέλος της διεργασίας P_{22}.
Στην *έκτη επανάληψη*, μας έχει μείνει μόνο μία επιλογή, η $P_{12}=4$, η οποία θα τοποθετηθεί αμέσως μετά το τέλος της διεργασίας P_{11}, λαμβάνουμε δηλαδή υπόψη τους διαδοχικούς περιορισμούς. Τελικά η λύση μας είναι η παρακάτω:

<table>
<tr><td>Μηχανή1</td><td colspan="6">P(21)</td><td colspan="5">P(31)</td><td colspan="8">P(11)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="2">MS=23</td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">P(22)</td><td colspan="3">P(42)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="4">P(12)</td></tr>
</table>

Στην περίπτωση που, στην τέταρτη επανάληψη, τοποθετούσαμε αλλιώς την επιλογή μας, τελικά θα καταλήγαμε σε λύση της μορφής:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="6">P(21)</td><td colspan="5">P(31)</td><td colspan="8">P(11)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">P(22)</td><td colspan="3">P(42)</td><td colspan="4">P(12)</td></tr>
<tr><td colspan="29">MS=28</td></tr>
</table>

Βλέπουμε δηλαδή ότι, πέραν των λύσεων που επιδείξαμε στην αρχή, υπάρχουν και άλλες λύσεις αποδεκτές, στα πλαίσια των περιορισμών του προβλήματος, τις οποίες δε καταγράψαμε παραπάνω, διότι η καταγραφή των λύσεων που κάναμε έγινε με γνώμονα την όσο πιο γρήγορη περάτωση της παραγωγής. Φυσικά, αν στην πορεία της εργασίας, προκύψουν και άλλες τέτοιες λύσεις, θα τις καταγράψουμε όπως έγινε και εδώ.
Στον πλεονεκτικό κατασκευαστικό αλγόριθμο, η λογική είναι η ίδια. Δηλαδή ξεκινάμε πάλι από μια κενή λύση και τη γεμίζουμε με ένα στοιχείο του υποδείγματος σε κάθε βήμα. Αυτή τη φορά η επιλογή δε γίνεται με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, αλλά με βάση ένα κριτήριο, μια πλεονεκτική συνάρτηση, που θα επιλέξουμε αυθαίρετα εμείς, πάντα έχοντας στο νου τους περιορισμούς του συγκεκριμένου προβλήματος. Το πλεονεκτικό κριτήριό μας είναι το παρακάτω: Επιλέγουμε σε κάθε βήμα τη διεργασία που τελειώνει συντομότερα και την τοποθετούμε όσο νωρίτερα γίνεται στη γραμμή παραγωγής.

Στην *πρώτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τέσσερις: $P_{11}=8$, $P_{21}=6$, $P_{31}=5$, $P_{42}=3$.
Επιλέγουμε την $P_{42}=3$, μιας και αυτή είναι που έχει το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας.

Στην *δεύτερη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τρεις: $P_{11}=8$, $P_{21}=6$, $P_{31}=5$.
Επιλέγουμε την $P_{31}=5$, μιας και αυτή είναι που έχει το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας Μάλιστα, επειδή δεν υπάρχει κάποια σύγκρουση με κάποια άλλη διεργασία, μπορεί να ξεκινήσει ταυτόχρονα με την προηγούμενη διεργασία.

Στην *τρίτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι δύο: $P_{11}=8$, $P_{21}=6$.
Επιλέγουμε την $P_{21}=6$, μιας και αυτή είναι που έχει το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας Τοποθετείται αμέσως μετά την P_{31}, αφού τρέχουν στην ίδια μηχανή και πρέπει να τελειώσει η προηγούμενη διεργασία πρώτα.

Στην *τέταρτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τρεις: $P_{11}=8$, $P_{22}=2$, $P_{12}=4$.
Επιλέγουμε την $P_{22}=2$, μιας και αυτή είναι που έχει το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας. Τοποθετείται αμέσως μετά την P_{21}, λόγω των περιορισμών του προβλήματος.

Στην *πέμπτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι δύο: $P_{11}=8$, $P_{12}=4$.
Δε γίνεται να επιλέξουμε την $P_{12}=4$, που έχει το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας, λόγω των περιορισμών του προβλήματος. Άρα επιλέγουμε την $P_{11}=8$.

Στην *έκτη επανάληψη*, έχουμε μια επιλογή: $P_{12}=4$, που τοποθετείται μετά το τέλος της διεργασίας P_{11}.

Τελικά καταλήγουμε στην εξής λύση:

Μηχανή 1	P(31)	P(21)	P(11)								**MS=23**

Μηχανή 2	P(42)	P(22)	P(12)

Φυσικά θα μπορούσαμε να πάρουμε και κάποιο άλλο πλεονεκτικό κριτήριο και να καταλήξουμε σε άλλη λύση. Θα μπορούσαμε, για παράδειγμα, να επιλέγουμε σε κάθε επανάληψη τη διεργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας.

ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Στους αλγόριθμους τοπικής έρευνας επιλέγουμε μια λύση από τις διαθέσιμες του προβλήματος και διαλέγουμε μια κίνηση προκειμένου να διαταράξουμε τα στοιχεία της και να αποκαλύψουμε νέες λύσεις – γείτονες. Βασικό χαρακτηριστικό είναι η δυνατότητα του υπολογισμού της νέας τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης από την παλαιά σε αλγόριθμο σταθερού χρόνου. Ασφαλώς λόγω της φύσης του προβλήματος που αντιμετωπίζουμε, θα πρέπει οι κινήσεις αυτές να μην παραβιάζουν τους περιορισμούς διαδοχής του προβλήματος.
Θα επιλέξουμε μια λύση από αυτές που στην αρχή εκθέσαμε, επί παραδείγματι, αυτήν που εκτίθεται παρακάτω:

Μηχανή 1	P(21)	P(11)	P(31)	MS=19
Μηχανή 2	P(42)	P(22)	P(12)	

Η κίνηση που επιλέγεται για να διαταραχθεί την παραπάνω λύση είναι η μετατόπιση μιας ακριβώς διεργασίας σε άλλο σημείο της παραγωγής. Χωρίς βέβαια να παραβιάζονται οι διαδοχές τους, όπου αυτές υπάρχουν.
Συνεπώς με το κριτήριο τοπικής έρευνας που έχουμε επιλέξει, οι διεργασίες P_{21}, P_{11} δε μπορούν να μετακινηθούν, διότι, αν γίνει αυτό, θα πρέπει να γίνουν και επιπλέον κινήσεις, προκειμένου να καταστεί η λύση εφικτή. Αν, ας πούμε, μετακινήσουμε την P_{11} μετά την P_{31}, τότε πρέπει να κάνουμε και δεύτερη κίνηση που αφορά τη μετακίνηση της P_{12} μετά το τέλος της διεργασίας P_{11}.
Επομένως η μόνη διεργασία που μπορεί να μετακινηθεί και να προκύψουν εφικτές λύσεις είναι η διεργασία P_{42}, δίνοντας τις παρακάτω δύο λύσεις:

Μηχανή 1	P(21)	P(11)		P(31)	MS=19
Μηχανή 2		P(22)	P(42)	P(12)	

Μηχανή 1	P(21)	P(11)	P(31)		MS=21
Μηχανή 2		P(22)	P(12)	P(42)	

Και βέβαια, θα μπορούσαμε να μετακινήσουμε και τη διεργασία P_{31} προς τα δεξιά με ελεύθερο τρόπο, χωρίς αυτό να μπορεί να δώσει καλύτερης ποιότητας λύσεις από τις προηγούμενες.

ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Όπως και στον πλεονεκτικό αλγόριθμο, έτσι και εδώ ξεκινάμε από μια κενή λύση, την οποία συμπληρώνουμε με ένα στοιχείο κάθε φορά μέχρις ότου να πάρουμε μια εφικτή λύση για το πρόβλημα. Η επιλογή των στοιχείων κάθε φορά γίνεται πάλι με χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης, την οποία εμείς διαλέγουμε αυθαίρετα. Η διαφορά με τον απλό πλεονεκτικό αλγόριθμο είναι το ότι εισάγεται μια τυχαιότητα στην επιλογή των στοιχείων, με την έννοια ότι σε κάθε βήμα θα διαλέγουμε μια

διεργασία από τις k καλύτερες τυχαία. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι για να γίνει η επιλογή αυτή, θα χρησιμοποιήσουμε τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών.
Το πλεονεκτικό κριτήριο που θα διαλέξουμε είναι το ίδιο που χρησιμοποιήσαμε και πιο πάνω, δηλαδή θα επιλέγουμε με κριτήριο το συντομότερο χρόνο ολοκλήρωσης μιας διεργασίας. Αλλά εδώ με τον τυχαίο παράγοντα που εισάγουμε, θα διαλέγουμε μια διεργασία από τις k καλύτερες. Θέτουμε $k=2$.

Στην *πρώτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τέσσερις: $P_{42}=3$, $P_{31}=5$, $P_{21}=6$, $P_{11}=8$ (με σειρά προτεραιότητας επιλογής).
Οι δύο καλύτερες είναι οι $P_{42}=3$, $P_{31}=5$, από αυτές θα διαλέξουμε με τυχαίο τρόπο τη μία. Χωρίζουμε σε δύο ισοδιαστήματα το διάστημα $[0,1]$ και τις αντιστοιχίζουμε σε κάθε ένα με τη σειρά τους. Θα επιλέξουμε με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτή δίνει: *0,429017,* άρα διαλέγουμε την $P_{42}=3$, την οποία και τοποθετούμε στο πρόγραμμα παραγωγής.

Στην *δεύτερη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι τρεις: $P_{31}=5$, $P_{21}=6$, $P_{11}=8$ (με σειρά προτεραιότητας επιλογής).

Οι δύο καλύτερες είναι οι $P_{31}=5$, $P_{21}=6$, από αυτές θα διαλέξουμε με τυχαίο τρόπο τη μία. Χωρίζουμε σε δύο ισοδιαστήματα το διάστημα $[0,1]$ και τις αντιστοιχίζουμε σε κάθε ένα με τη σειρά τους. Θα επιλέξουμε με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτή δίνει: *0,279649,* άρα διαλέγουμε την $P_{31}=5$, την οποία και τοποθετούμε στο πρόγραμμα παραγωγής, και μάλιστα ταυτόχρονα με την προηγούμενη επιλογή, αφού όντας σε διαφορετικές μηχανές δεν δημιουργείται πρόβλημα.

Στην *τρίτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι δύο: $P_{21}=6$, $P_{11}=8$ (με σειρά προτεραιότητας επιλογής).
Οι δύο καλύτερες είναι οι $P_{21}=6$, $P_{11}=8$, από αυτές θα διαλέξουμε με τυχαίο τρόπο τη μία. Χωρίζουμε σε δύο ισοδιαστήματα το διάστημα $[0,1]$ και τις αντιστοιχίζουμε σε κάθε ένα με τη σειρά τους. Θα επιλέξουμε με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτή δίνει: *0,828006,* άρα διαλέγουμε την $P_{11}=8$, την οποία και τοποθετούμε στο πρόγραμμα παραγωγής, αμέσως μετά το τέλος της $P_{31}=5$.

Στην *τέταρτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι δύο: $P_{12}=4$, $P_{21}=6$ (με σειρά προτεραιότητας επιλογής).
Οι δύο καλύτερες είναι οι $P_{12}=4$, $P_{21}=6$, από αυτές θα διαλέξουμε με τυχαίο τρόπο τη μία. Χωρίζουμε σε δύο ισοδιαστήματα το διάστημα $[0,1]$ και τις αντιστοιχίζουμε σε κάθε ένα με τη σειρά τους. Θα επιλέξουμε με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτή δίνει: *0,492403,* άρα διαλέγουμε την $P_{12}=4$, την οποία και τοποθετούμε στο πρόγραμμα παραγωγής, αμέσως μετά το τέλος της $P_{11}=8$, προκειμένου να τηρήσουμε τους περιορισμούς του προβλήματος.

Στην *πέμπτη επανάληψη*, οι διαθέσιμες επιλογές του προβλήματος είναι δύο: $P_{22}=2$, $P_{21}=6$ (με σειρά προτεραιότητας επιλογής).
Οι δύο καλύτερες είναι οι $P_{22}=2$, $P_{21}=6$, από αυτές θα διαλέξουμε με τυχαίο τρόπο τη μία. Χωρίζουμε σε δύο ισοδιαστήματα το διάστημα $[0,1]$ και τις αντιστοιχίζουμε σε κάθε ένα με τη σειρά τους. Θα επιλέξουμε με βάση τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Αυτή δίνει*: 0,461300,* ωστόσο αυτή η επιλογή, $P_{22}=2$, δεν είναι εφικτή, μιας και παραβιάζει τους περιορισμούς διαδοχής των διεργασιών που διέπουν το πρόβλημα.

Άρα επιλέγουμε την $P_{21}=6$ και την τοποθετούμε στο πρόγραμμα παραγωγής όσο νωρίτερα επιτρέπεται.

Στην *έκτη επανάληψη*, μόνο μία διαθέσιμη επιλογή έχουμε: $P_{22}=2$. Αυτήν τοποθετούμε στον πρόγραμμα παραγωγής όσο νωρίτερα γίνεται και οπωσδήποτε μετά το πέρας της $P_{21}=6$. Τελικά η λύση που κατασκευάζεται είναι η παρακάτω:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="4">P(31)</td><td colspan="8">P(11)</td><td colspan="4">P(21)</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td colspan="2">P(42)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2">P(12)</td><td></td><td></td><td colspan="2">P(22)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

MS = 21

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Στη μέθοδο αυτή, θεωρούμε ως αρχική θερμοκρασία τους *350* βαθμούς και σε κάθε βήμα μειώνεται κατά *25%*. Σε κάθε βήμα γίνεται 1 επανάληψη. Η κίνηση που θα γίνει αφορά την εναλλαγή δύο διεργασιών που μπορούν να εναλλαχθούν με βάση τους περιορισμούς του προβλήματος. Θα χρησιμοποιήσουμε φυσικά και τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών όπως και σε προηγούμενους αλγορίθμους.

Η αρχική λύση από την οποία θα αρχίσουμε να εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο είναι έστω η παρακάτω:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="8">P(11)</td><td colspan="4">P(31)</td><td colspan="6">P(21)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3">P(12)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3">P(22)</td><td colspan="3">P(42)</td></tr>
</table>

MS=24

<u>*1^{O} ΒΗΜΑ (Θ=350)*</u>

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *6* ισοδιαστήματα, με την αντιστοίχιση να είναι η ακόλουθη:

$$\begin{array}{c} P_{11}\cdots P_{31}\cdots P_{21}\cdots P_{12}\cdots P_{22}\cdots P_{42} \\ \left(0,\frac{1}{6}\right),\left(\frac{1}{6},\frac{2}{6}\right),\left(\frac{2}{6},\frac{3}{6}\right),\left(\frac{3}{6},\frac{4}{6}\right),\left(\frac{4}{6},\frac{5}{6}\right),\left(\frac{5}{6},1\right) \end{array}$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών λαμβάνω: *0,429017*. Επομένως επιλέγω τη διεργασία P_{21}.
Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα (μόνο *2* διεργασίες μπορούν να αλλάξουν θέσεις στο πρόγραμμα παραγωγής με την P_{21}). Έχω λοιπόν:

$$\begin{array}{c} P_{11}\cdots P_{31} \\ \left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right) \end{array}$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών πάιρνω*: 0,279649*. Αλλά η P_{11} δε μπορεί να αλλάξει θέση με την P_{21}, αν δε γίνουν και άλλες κινήσεις, για να παράγεται ένα εφικτό πρόγραμμα. Επομένως επιλέγω τη διεργασία P_{31}. Ακόμα και αν παίρναμε τον επόμενο τυχαίο αριθμό, που θα ήταν ο *0,828006,* θα καταλήγαμε στην επιλογή αυτή. Επομένως η λύση που προτείνεται είναι η:

Μηχανή 1	P(11)	P(21)	P(31)	
Μηχανή 2		P(12)		P(22) P(42)

MS =24

Συνεπώς *Δ(1) = MS(1) – MS(2) = 0.*

Η λύση γίνεται αποδεκτή.

Συνεχίζουμε στο δεύτερο βήμα, αφού μία επανάληψη προβλέπεται ανά βήμα.

<u>2ο ΒΗΜΑ (Θ=262,5)</u>

Από την προηγούμενη λύση ξεκινάμε:

Μηχανή 1	P(11)	P(21)	P(31)	
Μηχανή 2		P(12)		P(22) P(42)

MS =24

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *6* ισοδιαστήματα, με την αντιστοίχιση να είναι η ακόλουθη:

$$P_{11} \cdots P_{21} \cdots P_{31} \cdots P_{12} \cdots P_{22} \cdots P_{42}$$
$$\left(0,\frac{1}{6}\right),\left(\frac{1}{6},\frac{2}{6}\right),\left(\frac{2}{6},\frac{3}{6}\right),\left(\frac{3}{6},\frac{4}{6}\right),\left(\frac{4}{6},\frac{5}{6}\right),\left(\frac{5}{6},1\right)$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών πάιρνω: *0,828006.* Επομένως επιλέγω τη διεργασία P_{22}.
Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα (μόνο *2* διεργασίες μπορούν να αλλάξουν θέσεις στο πρόγραμμα παραγωγής με την P_{22}). Έχω λοιπόν:

$$P_{12} \cdots P_{42}$$
$$\left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών πάιρνω: *0,492403.* Αλλά η P_{12} δε μπορεί να αλλάξει θέση με την P_{22}, εκτός αν η P_{22} τοποθετηθεί όχι ακριβώς στη θέση της P_{12}, αλλά λίγο πιο μετά. Επομένως η λύση που προτείνεται είναι η:

Μηχανή 1	P(11)	P(21)	P(31)			
Μηχανή 2			P(22)		P(12)	P(42)

MS=26

Όμως *Δ(2) = 26 – 24 > 0.* Άρα η λύση θα γίνει αποδεκτή με πιθανότητα ίση με:

$$p = \exp\left(-\Delta(2)/\Theta\right) = \exp(-2/262,5) = 0,992\,.$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,461300 < 0,992,* άρα η λύση γίνεται αποδεκτή.

<u>3ο ΒΗΜΑ (Θ=175)</u>

Από την προηγούμενη λύση ξεκινάμε:

Μηχανή 1	P(11)	P(21)	P(31)			
Μηχανή 2			P(22)		P(12)	P(42)

MS=26

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *6* ισοδιαστήματα, με την αντιστοίχιση να είναι η ακόλουθη:

$$\begin{array}{c} P_{11} \cdots P_{21} \cdots P_{31} \cdots P_{22} \cdots P_{12} \cdots P_{42} \\ \left(0,\frac{1}{6}\right),\left(\frac{1}{6},\frac{2}{6}\right),\left(\frac{2}{6},\frac{3}{6}\right),\left(\frac{3}{6},\frac{4}{6}\right),\left(\frac{4}{6},\frac{5}{6}\right),\left(\frac{5}{6},1\right) \end{array}$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών παίρνω: *0,164640*. Επομένως επιλέγω τη διεργασία P_{11}.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα (μόνο *2* διεργασίες μπορούν να αλλάξουν θέσεις στο πρόγραμμα παραγωγής με την P_{11}). Έχω λοιπόν:

$$\begin{array}{c} P_{31} \cdots P_{21} \\ \left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right) \end{array}$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών παίρνω: *0,734981*. Επομένως η λύση που προτείνεται είναι η:

Μηχανή 1	P(21)	P(11)	P(31)			
Μηχανή 2			P(22)		P(12)	P(42)

MS=26

Έχουμε $Δ(3) = 26 – 26 = 0$, άρα η λύση γίνεται αποδεκτή.

4^ο ΒΗΜΑ (Θ=87,5)

Από την προηγούμενη λύση ξεκινάμε:

Μηχανή 1	P(21)	P(11)	P(31)			
Μηχανή 2			P(22)		P(12)	P(42)

MS=26

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *6* ισοδιαστήματα, με την αντιστοίχιση να είναι η ακόλουθη:

$$\begin{array}{c} P_{21} \cdots P_{11} \cdots P_{31} \cdots P_{22} \cdots P_{12} \cdots P_{42} \\ \left(0,\frac{1}{6}\right),\left(\frac{1}{6},\frac{2}{6}\right),\left(\frac{2}{6},\frac{3}{6}\right),\left(\frac{3}{6},\frac{4}{6}\right),\left(\frac{4}{6},\frac{5}{6}\right),\left(\frac{5}{6},1\right) \end{array}$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών παίρνω: *0,112482*. Επομένως επιλέγω τη διεργασία P_{21}.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα (μόνο *2* διεργασίες μπορούν να αλλάξουν θέσεις στο πρόγραμμα παραγωγής με την P_{21}). Έχω λοιπόν:

$$P_{11} \cdots P_{31}$$
$$\left(0, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

Από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών πάιρνω: *0,924736*. Αλλά η P_{31} δε μπορεί να αλλάξει θέση με την P_{21}, εκτός και μεταφερθούν και οι διεργασίες της δεύτερης μηχανής πιο μακριά ώστε να μην παραβιάζονται οι περιορισμοί διαδοχής του προβλήματος. Επομένως η λύση που προτείνεται είναι η:

Μηχανή 1	P(31)	P(11)	P(21)				**MS=28**
Μηχανή 2				P(22)	P(12)	P(42)	

Όμως $\Delta(4) = 28 - 26 > 0$. Άρα η λύση θα γίνει αποδεκτή με πιθανότητα ίση με:

$$p = \exp\left(-\Delta(4)/\Theta\right) = \exp(-2/87,5) = 0,977.$$

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο *0,446821 < 0,992*, άρα η λύση γίνεται αποδεκτή.

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Οι γενετικοί αλγόριθμοι στο πρόβλημα του χρονικού προγραμματισμού είναι ποικίλης μορφής και έχουν αναπτυχθεί πολλές φορές για συγκεκριμένης υφής προβλήματα. Μια απλή προσέγγιση γενετικού αλγόριθμου είναι η παρακάτω: κάθε χρωμόσωμα συμβολίζει μια διαδοχή ολικών εργασιών του προγράμματος παραγωγής, δηλαδή σχηματικά, το χρωμόσωμα $\left[J_2 \cdots J_3 \cdots J_1 \cdots J_4\right]$ σημαίνει ότι πρώτα προγραμματίζονται όλες οι διεργασίες που αφορούν τη δουλειά *2*, μετά όλες οι διεργασίες που αφορούν τη δουλειά *3* και ούτω καθεξής. Προφανώς στα πλεονεκτήματα της θεώρησης αυτής, καταλογίζεται η απλότητα κατασκευής προγραμμάτων παραγωγής και μάλιστα εφικτών προγραμμάτων. Θα παράγουμε πρώτα τέσσερα γεννήτορες με τη βοήθεια της γεννήτριας τυχαίων αριθμών που δίνεται παρακάτω:

α/α	*ΤΥΧΑΙΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ*
1	*0.708033*
2	*0.587927*
3	*0.237666*
4	*0.329074*
5	*0.149773*
6	*0.131743*
7	*0.062802*
8	*0.989251*
9	*0.494826*
10	*0.902032*
11	*0.063034*
12	*0.272282*
13	*0.471211*

14	*0.970188*
15	*0.424719*
16	*0.377621*
17	*0.208231*
18	*0.272019*
19	*0.340574*
20	*0.987561*
21	*0.334100*
22	*0.806376*
23	*0.626722*
24	*0.371453*
25	*0.727645*
26	*0.564767*
27	*0.677152*
28	*0.729323*
29	*0.878788*
30	*0.875466*

<u>Αρχικός πληθυσμός:</u>

<u>$1^{ος}$ γονέας:</u>

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *4* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που έχουμε στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,708033,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *3* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *3* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,587927,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *2* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,237666,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *1* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Τέλος απομένει η εργασία *4* που μπαίνει και αυτή στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που εμπλέκει.

Συνεπώς παράγεται η λύση:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="5">P(31)</td><td colspan="6">P(21)</td><td colspan="8">P(11)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="4">P(22)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="4">P(12)</td><td colspan="3">P(42)</td></tr>
</table>

MS=26

<u>2ος γονέας:</u>

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *4* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που έχουμε στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,329074,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *2* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *3* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,149773,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *1* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,131743,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *3* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Τέλος απομένει η εργασία *4* που μπαίνει και αυτή στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που εμπλέκει.

Συνεπώς παράγεται η λύση:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="6">P(21)</td><td colspan="7">P(11)</td><td>P(31)</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>P(22)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>P(12)</td><td colspan="2">P(42)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

MS=21

<u>3ος γονέας:</u>

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *4* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που έχουμε στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,062802,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *1* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *3* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_2 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,989251,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *4* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_2 \cdots J_3$$
$$\left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,494826,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *2* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Τέλος απομένει η εργασία *3* που μπαίνει και αυτή στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που εμπλέκει.

Συνεπώς παράγεται η λύση:

Μηχανή 1	P(11)	P(21)		P(31)	
Μηχανή 2		P(12)	P(42)	P(22)	

MS=19

<u>*4ος* γονέας:</u>

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *4* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που έχουμε στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_3 \cdots J_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,902032,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *4* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *3* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_1 \cdots J_2 \cdots J_3$$
$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,063034,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *1* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, όσες είναι και οι εργασίες που απομένουν στο πρόβλημα, δηλαδή:

$$J_2 \cdots J_3$$
$$\left(0,\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,272282,* άρα θα διαλέξουμε την εργασία *2* για να βάλουμε πρώτα πάνω στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που μπορεί να εμπλέκει.

Τέλος απομένει η εργασία *3* που μπαίνει και αυτή στο πρόγραμμα παραγωγής, με όλες τις φάσεις που εμπλέκει.

Συνεπώς παράγεται η λύση:

Μηχανή 1	P(11)			P(21)		P(31)		
Μηχανή 2	P(42)		P(12)		P(22)			

MS=19

<u>Επιλογή γεννητόρων:</u>

Η επιλογή των γεννητόρων που θα διασταυρωθούν θα γίνει με τυχαίο τρόπο με τη βοήθεια των αριθμών που παράγει η γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Δηλαδή, όπως έχουμε αριθμημένες τις λύσεις μας, χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *4* ισοδιαστήματα, με την εξής αντιστοίχιση:

$$\Gamma_1 \cdots \Gamma_2 \cdots \Gamma_3 \cdots \Gamma_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,471211,* άρα θα διαλέξουμε το γονέα *2*.

Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *3* ισοδιαστήματα, με την εξής αντιστοίχιση:

$$\Gamma_1 \cdots \Gamma_3 \cdots \Gamma_4$$
$$\left(0,\frac{1}{3}\right),\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,970188,* άρα θα διαλέξουμε το γονέα *4.*

Θα διασταυρωθούν μεταξύ τους οι γονείς *2* και *4*. Στο άλλο ζεύγος θα διασταυρωθούν οι γονείς *1* και *3*.

<u>Ζεύγος *Γ1 – Γ3:*</u>

Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης θα γίνει με τυχαίο τρόπο. Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε τέσσερα ισοδιαστήματα, όσα και τα γονίδια, και έχουμε:

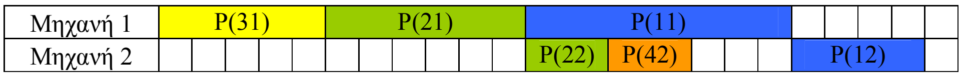
$$G_1 \cdots G_2 \cdots G_3 \cdots G_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει: *0,424719,* άρα η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων θα γίνει στη δεύτερη θέση. Θεωρητικά αυτή η ανταλλαγή θα έδινε τις παρακάτω συστοιχίες εργασιών: $\left[J_3 \cdots J_2 \cdots J_2 \cdots J_3\right]$ και $\left[J_1 \cdots J_4 \cdots J_1 \cdots J_4\right]$. Σαφώς όμως αυτό δε γίνεται, άρα οι λύσεις – απόγονοι γράφονται:

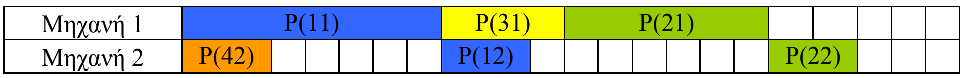
$$\left[J_3 \cdots J_2 \cdots J_X \cdots J_X\right] \text{ (λείπουν τα γονίδια 4, 1)}$$
$$\left[J_1 \cdots J_4 \cdots J_X \cdots J_X\right] \text{ (λείπουν τα γονίδια 3, 2)}$$

Οι κενές θέσεις θα συμπληρωθούν με τυχαίο τρόπο. Για τον πρώτο απόγονο, χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στα γονίδια που λείπουν. Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,377621,* άρα επιλέγουμε το γονίδιο *4* πρώτα και μετά το γονίδιο *1*. Για τον δεύτερο απόγονο, χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε *2* ισοδιαστήματα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στα γονίδια που λείπουν. Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει *0,208231,* άρα επιλέγουμε το γονίδιο *3* πρώτα και μετά το γονίδιο *2*.

Άρα οι δύο προκύπτουσες λύσεις είναι οι:



MS=23



MS=21

<u>Ζεύγος *Γ2 – Γ4:*</u>

Η επιλογή της θέσης διασταύρωσης θα γίνει με τυχαίο τρόπο. Χωρίζουμε το διάστημα *[0,1]* σε τέσσερα ισοδιαστήματα, όσα και τα γονίδια, και έχουμε:

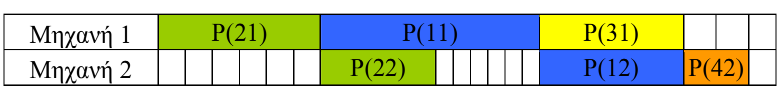
$$G_1 \cdots G_2 \cdots G_3 \cdots G_4$$
$$\left(0,\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4},\frac{2}{4}\right),\left(\frac{2}{4},\frac{3}{4}\right),\left(\frac{3}{4},1\right)$$

Η γεννήτρια τυχαίων αριθμών δίνει: *0,272019,* άρα η ανταλλαγή των χρωμοσωμάτων θα γίνει στη δεύτερη θέση. Θεωρητικά αυτή η ανταλλαγή θα έδινε τις παρακάτω συστοιχίες εργασιών: $\left[J_2 \cdots J_1 \cdots J_2 \cdots J_3\right]$ και $\left[J_4 \cdots J_1 \cdots J_3 \cdots J_4\right]$. Σαφώς όμως αυτό δε γίνεται, άρα οι λύσεις – απόγονοι γράφονται:

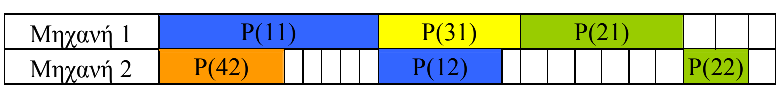
$$\left[J_2 \cdots J_1 \cdots J_X \cdots J_3\right]$$
$$\left[J_4 \cdots J_1 \cdots J_3 \cdots J_X\right]$$

Οι κενές θέσεις συμπληρώνονται κατά μονοσήμαντο τρόπο. Για τον πρώτο απόγονο, λείπει το γονίδιο *4*. Για τον δεύτερο απόγονο, λείπει το γονίδιο *2*.

Άρα οι δύο προκύπτουσες λύσεις είναι οι:



MS=21



MS=21

Με τη διαδικασία που περιγράφηκε, έχουμε παράγει τους *4* απογόνους – χρωμοσώματα.

ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Σε ό,τι αφορά τη μέθοδο της απαγορευμένης έρευνας είναι όμοια με τη μέθοδο της τοπικής έρευνας, με την έννοια ότι επιλέγουμε μια κίνηση με την οποία διαταράσσουμε μια εφικτή λύση, προκειμένου να βρούμε άλλες. Η διαφορά είναι ότι η αντίστροφη κίνηση αποθηκεύεται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη, έτσι ώστε να απαγορευτεί κάποια κίνηση που να εμπλέκει αυτές τις δύο κινήσεις. Θα ξεκινήσουμε (και για τους σκοπούς της σύγκρισης με την απλή τοπική έρευνα) από την ίδια λύση που πήραμε στα πλαίσια της τοπικής έρευνας, δηλαδή η λύση που επιλέγουμε ως σημείο αφετηρίας είναι η παρακάτω:

<table>
<tr><td>Μηχανή 1</td><td colspan="4">P(21)</td><td colspan="7">P(11)</td><td colspan="2">P(31)</td><td></td></tr>
<tr><td>Μηχανή 2</td><td>P(42)</td><td></td><td></td><td></td><td>P(22)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>P(12)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

MS=19

Στην περίπτωση της τοπικής έρευνας, η κίνηση που είχε επιλεγεί ήταν η μετατόπιση της διεργασίας P_{42}, είτε μετά την P_{22}, είτε μετά την P_{12}. Ας πούμε ότι προκρίνεται η πρώτη από τις δύο κινήσεις που αναφέραμε. Τότε η κίνηση αυτή, που εμπλέκει τη μετακίνηση της διεργασίας P_{42} από την παρούσα θέση της μετά τη διεργασία P_{22}, μπαίνει στην απαγορευμένη λίστα. Συνεπώς ο αλγόριθμος είναι υποχρεωμένος να ψάξει για άλλες κινήσεις που να διαταράσσουν τη λύση, τουλάχιστον για κάποιον αριθμό βημάτων. Έτσι, αν μετακινηθεί η διεργασία P_{42} από τη νέα θέση της στο τέλος του προγράμματος παραγωγής, αυτή θα είναι μια άλλη λύση που θα προκύψει ως διαταραχή της ενδιάμεσης. Η κίνηση αυτή φυσικά θα μπει στην απαγορευμένη λίστα. Έπειτα ο αλγόριθμος θα αναγκαστεί να ψάξει για άλλες κινήσεις που θα οδηγήσουν σε διαταραχή της λύσης.

16

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΘΕΜΑ VI: ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ II

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Ορισμός και Δεδομένα Προβλήματος
Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι
Τοπική Έρευνα
Ημιπλεονεκτική Έρευνα
Προσομοιωμένη Ανόπτηση
Γενετικοί Αλγόριθμοι
Απαγορευμένη Έρευνα

Υποδειγματική επίλυση ενός Υπολογιστικού Θέματος για την περίπτωση ενός προβλήματος χρονικού προγραμματισμού παραγωγής.

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Έστω i=1,..., n Προϊόντα (jobs), με j=1,..., m Φάσεις παραγωγής (*operations*) για κάθε Προϊόν και j=1,..., m Γραμμές παραγωγής (*machines*) σε αντιστοιχία με τις Φάσεις, υπό την έννοια ότι η κάθε Φάση παραγωγής εκτελείται στην αντίστοιχη Γραμμή (*ο δείκτης j είναι κοινός για τις Φάσεις και τις Γραμμές παραγωγής*).

Οι Φάσεις παραγωγής δεν μπορούν να διακοπούν και να συνεχιστούν σε μετέπειτα χρόνο. Η κάθε Γραμμή παραγωγής (*machine*) μπορεί να εκτελεί μόνο μία Φάση παραγωγής (*operation*) και από την άλλη, κάθε Προϊόν (*job*) μπορεί να βρίσκεται μόνο σε μία Γραμμή παραγωγής (*Operations του ίδιου job δεν μπορούν να εκτελούνται ταυτόχρονα*). Για την περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος, επίσης γίνονται οι παραδοχές:

1) Δεν απαιτείται προετοιμασία της Φάσης ή της Γραμμής παραγωγής για την εκτέλεση της πρώτης.

2) Δεν υπάρχει διαδοχή στις Φάσεις παραγωγής.

Ζητείται ο ελάχιστος χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής (minimize makespan).

Το υπόδειγμα της λύσης περιλαμβάνει 3 Προϊόντα με 2 Φάσεις παραγωγής για το κάθε Προϊόν, ο χρονοπρογραμματισμός των οποίων θα εκτελεστεί σε 2 Μηχανές αντίστοιχα, με χρόνους ολοκλήρωσης για την κάθε Φάση παραγωγής σύμφωνα με τον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. *Δεδομένα*

α/α προϊόντος	Χρόνοι ολοκλήρωσης	
	Φάση 1	Φάση 2
1	*4*	*5*
2	*2*	*6*
3	*8*	*3*

Η στοιχειοθέτηση του προβλήματος δεν επιτρέπει την κατηγοριοποίηση του. Όσον αφορά στις παραδοχές ανήκει στα προβλήματα ανοιχτού χρονικού προγραμματισμού παραγωγής (open shop scheduling).

Μια τυπική λύση απεικονίζεται με χρήση του διαγράμματος τύπου Gantt όπως φαίνεται στο Σχήμα 1, όπου το κάθε Προϊόν σε αντιστοιχία με τον Πίνακα 1, απεικονίζεται με το χρώμα του. Η Φάση παραγωγής *j* αντιστοιχεί πάντα στη Γραμμή παραγωγής *j* και αναγράφεται ο χρόνος ολοκλήρωσης της. Με γκρι χρώμα συμβολίζεται ο χρόνος αναμονής στην εκάστοτε Γραμμή παραγωγής. Η τελευταία στήλη δείχνει τους χρόνους ολοκλήρωσης της κάθε γραμμής, ο μεγαλύτερος των οποίων είναι και ο χρόνος ολοκλήρωσης της παραγωγής. Επιπλέον, για μια λύση να είναι αποδεκτή θα πρέπει το Προϊόν να μην εμφανίζεται στην ίδια θέση στις γραμμές παραγωγής, για παράδειγμα η λύση $s=\{1,2,3\|1,3,2\}$ δεν γίνεται αποδεκτή (Οι φάσεις του $1^{ου}$ προϊόντος υλοποιούνται ταυτόχρονα).

<table>
<tr><td>S₁</td><td colspan="20">{1,2,3‖2,3,1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">2</td><td></td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

Σχήμα 1. *Τυπικό Διάγραμμα λύσης.*

Λόγω του μικρού μεγέθους του προβλήματος, είναι δυνατή η απεικόνιση όλων των λύσεων του υποδείγματος για την εύρεση του παγκοσμίου αρίστου.

<table>
<tr><td>S_1</td><td colspan="20">{1,2,3‖2,3,1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">2</td><td></td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_2</td><td colspan="20">{1,2,3‖3,1,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td></td><td colspan="5">5</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_3</td><td colspan="20">{1,3,2‖2,1,3}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="5">5</td><td></td><td colspan="3">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_4</td><td colspan="20">{1,3,2‖3,2,1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_5</td><td colspan="20">{3,2,1‖1,3,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="4">4</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3"></td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_6</td><td colspan="20">{3,2,1‖2,1,3}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td></td><td colspan="4">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_7</td><td colspan="20">{2,3,1‖1,2,3}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="8">8</td><td colspan="4">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="5">5</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_8</td><td colspan="20">{2,3,1‖3,1,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="2">2</td><td></td><td colspan="8">8</td><td colspan="4">4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_9</td><td colspan="20">{3,1,2‖2,3,1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="8">8</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="2"></td><td colspan="3">3</td><td></td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_{10}</td><td colspan="20">{3,1,2║1,2,3}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="8">8</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="5">5</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_{11}</td><td colspan="20">{2,1,3║1,3,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="3"></td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>S_{12}</td><td colspan="20">{2,1,3║3,2,1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

Και συνοπτικά, οι λύσεις παρουσιάζονται στον πίνακα 2. Τα άριστα είναι περισσότερα του ενός αλλά αυτό οφείλεται στο περιορισμένου μεγέθους υπόδειγμα (επισημαίνονται με έντονους χαρακτήρες).

Πίνακας 2. *Σύνολο λύσεων.*

S_1	{1,2,3	2,3,1}	$C(S_1)$ = max{17,14}=17
S_2	{1,2,3	3,1,2}	$C(S_2)$ = max{14,15}=15
S_3	{1,3,2	2,1,3}	$C(S_3)$ = max{14,15}=15
S_4	**{1,3,2**	**3,2,1}**	**$C(S_4)$ = max{14,14}=14**
S_5	{3,2,1	1,3,2}	$C(S_5)$ = max{14,17}=17
S_6	{3,2,1	2,3,1}	$C(S_6)$ = max{15,14}=15
S_7	**{2,3,1**	**1,2,3}**	**$C(S_7)$ = max{14,14}=14**
S_8	{2,3,1	3,2,1}	$C(S_8)$ = max{15,14}=15
S_9	{3,1,2	2,3,1}	$C(S_9)$ = max{14,17}=17
S_{10}	**{3,1,2**	**1,2,3}**	**$C(S_{10})$ = max{14,14}=14**
S_{11}	{2,1,3	1,3,2}	$C(S_{11})$ = max{17,14}=17
S_{12}	**{2,1,3**	**3,2,1}**	**$C(S_{12})$ = max{14,14}=14**

ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Ο κατασκευαστικός αλγόριθμος στηρίζεται στη δημιουργία της λύσης βήμα-βήμα (επαναληπτικά) ξεκινώντας από μια μερική λύση, η οποία δεν περιέχει κανένα στοιχείο του υποδείγματος (κενό σύνολο). Σε κάθε βήμα προστίθεται ένα μόνο στοιχείο του υποδείγματος μέχρι τη συμπλήρωση της τελικής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά γίνεται με τυχαίο τρόπο με βάση τυχαίους αριθμούς που προέρχονται από ομοιόμορφη κατανομή και ανήκουν στο διάστημα [0, 1]. Οι αριθμοί αυτοί παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών (χρησιμοποιήθηκε η εγγενής συνάρτηση του Excel).

Πίνακας 3. *Τυχαίοι Αριθμοί.*

0.136354	0.210446	0.996843	0.210673	0.23337
0.403553	0.507919	0.481472	0.746212	0.762698
0.672233	0.215653	0.134670	0.802521	0.771103

0.554406	0.029312	0.087994	0.398425	0.142368

1η Επανάληψη

Χωρίζουμε το διάστημα [0, 1] σε τόσα ίσα διαστήματα όσο και τα προϊόντα του υποδείγματος δηλαδή σε 3 ίσα διαστήματα.

$$P = \{p_1= (0.00, 0.33), p_2= (0.33, 0.66), p_3= (0.66, 1.00)\}$$

Με βάση τον Πίνακα 3, ο 1ος αριθμός από αυτούς είναι ο «*0.136354*» βρίσκεται στο διάστημα $p_1= (0.00, 0.33)$ και αντιστοιχεί στο προϊόν 1. Άρα η παραγωγή ξεκινάει από τη Φάση 1 του Προϊόντος 1, στην 1η γραμμή παραγωγής και η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s=\{1\}$.

2η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης Φάσης του αντίστοιχου Προϊόντος (δεύτερου στοιχείου της μερικής λύσης) για την ίδια γραμμή γίνεται χωρίζοντας το διάστημα *(0,1)* σε *2* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα προϊόντα *2,3*).

$$P = \{p_2 = (0.00, 0.50), p_3 = (0.50, 1.00)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς «*0.403553*» βρίσκεται στο διάστημα *(0.00, 0.50)* και αντιστοιχεί στο προϊόν *2*. Άρα η παραγωγή συνεχίζεται με τη Φάση 1 του Προϊόντος *2* και η μερική λύση της δεύτερης επανάληψης είναι η $s=\{1,2\}$.

3η Επανάληψη

Η επιλογή της επόμενης Φάσης (τρίτου στοιχείου της μερικής λύσης) δεν απαιτεί ορισμό νέων διαστημάτων (δεν υπάρχουν εναλλακτικές), ανήκει στο προϊόν *3*. Η παραγωγή ολοκληρώνεται για την 1η γραμμή και η μερική λύση της τρίτης επανάληψης είναι η $s=\{1,2,3\}$.

4η Επανάληψη

Στην επανάληψη αυτή αναζητούμε πλέον για την 2η γραμμή, την πρώτη Φάση του αντίστοιχου Προϊόντος. Χωρίζουμε το διάστημα (0,1) σε 2 ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα προϊόντα *2,3* εφόσον σύμφωνα με τον περιορισμό δεν μπορεί να εκτελεστεί η 2η φάση του 1ου προϊόντος).

$$P = \{p_2 = (0.00, 0.50), p_3 = (0.50, 1.00)\}$$

Με βάση τον πίνακα τυχαίων αριθμών, ο επόμενος από αυτούς «*0.672233*» βρίσκεται στο διάστημα *(0.50, 1.00)* και αντιστοιχεί στο Προϊόν *3*. Άρα η παραγωγή συνεχίζεται με τη 2η Φάση του Προϊόντος *3*, ως $s=\{1,2,3 \parallel 3\}$.

5η Επανάληψη

Στην επανάληψη αυτή συνεχίζουμε στη 2η γραμμή, χωρίζουμε το διάστημα (0,1) σε *2* ίσα διαστήματα (όσα και τα εναπομείναντα προϊόντα *1,2* ομοίως όπως και προηγουμένως).

$$P = \{p_1 = (0.00,\ 0.50),\ p_2 = (0.50,\ 1.00)\}$$

Με βάση τον Πίνακα 3, σειρά έχει ο «*0.554406*» που βρίσκεται στο διάστημα *(0.50, 1.00)* και αντιστοιχεί στο προϊόν *2*. Επομένως η παραγωγή στη 2η γραμμή έχει ως εξής *s={1,2,3 ‖3,2}*. Η λύση αυτή δεν είναι εφικτή εφόσον το προϊόν *2* βρίσκεται ταυτόχρονα σε 2 γραμμές παραγωγής, που είναι άτοπο. Επομένως αν είχαμε μεγαλύτερο υπόδειγμα η διαδικασία θα προχωρούσε σε επόμενη επανάληψη αλλά στην περίπτωση αυτή απλώς επιλέγουμε τη Φάση *2* του προϊόντος *1*.

6η Επανάληψη

Στην τελευταία επανάληψη, η 2η γραμμή ολοκληρώνεται με το τελευταίο προϊόν *2* και η τελική λύση είναι ως εξής *s={1,2,3 ‖3,1,2}*. Το διάγραμμα της λύσης που προκύπτει είναι :

<table>
<tr><td>S_2</td><td colspan="20">{1,2,3‖3,1,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="2">2</td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td></td><td colspan="5">5</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
</table>

Με αντικειμενική συνάρτηση C(s) = 15 χρονικές μονάδες.
Στην περίπτωση που εκλεγεί σαν Φάση εκκίνησης η 1η του προϊόντος 2 (χωρίς άρση της γενικότητας κατασκευής της λύσης αφού το πρόβλημα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα) η λύση που θα καταλήγαμε με χρήση της ίδιας σειράς τυχαίων αριθμών θα ήταν η *s={2,1,3 ‖1,3,2}* με κόστος *c(s)= 17* χρονικές μονάδες και αντίστοιχο διάγραμμα :

<table>
<tr><td>S_{11}</td><td colspan="20">{2,1,3‖1,3,2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="3"></td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td></td><td></td><td>17</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

Όπως και προηγουμένως, ο πλεονεκτικός αλγόριθμος έχει ως αφετηρία το κενό σύνολο και βήμα - βήμα προστίθεται ένα στοιχείο του υποδείγματος σε κάθε επανάληψη. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος βασίζεται στη χρήση μιας πλεονεκτικής συνάρτησης που έχει σαν στόχο την ιεράρχηση των στοιχείων του υποδείγματος και να επιλέξει το μοναδικό στην εκάστοτε επανάληψη. Στην περίπτωση του χρονικού προγραμματισμού, οι φάσεις παραγωγής για την κάθε γραμμή ταξινομούνται με βάση το χρόνο ολοκλήρωσης τους με πρώτη αυτή με το μικρότερο και τελευταία αυτή με το μεγαλύτερο χρόνο. Η ταξινόμηση αυτή παρουσιάζεται στον Πίνακα 4. Για κάθε γραμμή παραγωγής παρουσιάζεται η φάση του αντίστοιχου προϊόντος, το οποίο επισημαίνεται αριθμητικά με τον πρώτο αριθμό και χρωματικά σε συμφωνία με το αρχικό υπόδειγμα ενώ ο αριθμός στην παρένθεση υποδηλώνει το χρόνο ολοκλήρωσης.

Πίνακας 4. *Ταξινόμηση Φάσεων*

Γραμμή Παραγωγής	Φάσεις		
1	2 (2)	1 (4)	3 (8)
2	3 (3)	1 (5)	2 (6)

1η Επανάληψη

Αρχίζουμε με την 1η γραμμή παραγωγής και βάση του Πίνακα 4, το 1ο στοιχείο είναι η αντίστοιχη φάση του 2ου προϊόντος και η μερική λύση είναι η $s = \{2\}$.

2η Επανάληψη

Συνεχίζοντας το επόμενο στοιχείο του πίνακα στη 1η γραμμή παραγωγής , είναι η Φάση 1 του 1ου προϊόντος, άρα η μερική λύση γίνεται $s = \{2,1\}$.

3η Επανάληψη

Η 1η γραμμή παραγωγής ολοκληρώνεται με τη Φάση 1 του 3ου προϊόντος, η οποία έχει το μεγαλύτερο χρόνο ολοκλήρωσης με $s = \{2,1,3\}$.

4η Επανάληψη

Έχοντας ολοκληρωθεί η 1η γραμμή προχωρούμε στη 2η γραμμή παραγωγής, στην οποία από τον Πίνακα 4, η Φάση 2 του 3ου προϊόντος είναι το επόμενο στοιχείο της μερικής λύσης. Η λύση γίνεται πλέον $s = \{2,1,3 \| 3\}$.

5η Επανάληψη

Η πλεονεκτική συνάρτηση στην 5η επανάληψη δείχνει τη Φάση 2 του 1ου προϊόντος, το οποίο ωστόσο καταπατά τον περιορισμό του προβλήματος οπότε επιλέγεται το αμέσως επόμενο στοιχείο δηλαδή η Φάση 2 του 2ου προϊόντος. Η λύση γίνεται πλέον $s = \{2,1,3 \| 3,2\}$.

6η Επανάληψη

Η λύση ολοκληρώνεται με την εναπομείναντα Φάση 2 του 1ου προϊόντος οπότε η τελική λύση, στην οποία καταλήγει ο κατασκευαστικός αλγόριθμος είναι η $s = \{2,1,3 \| 3,2,1\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $C(s) = 14$ χρονικές μονάδες.

S_{12}	**{2,1,3‖3,2,1}**																			
Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M1	2		4				8													**14**
M2	3			6						5										**14**

Στην περίπτωση που η πλεονεκτική συνάρτηση επιλεχθεί να είναι η σειρά κατά αύξοντα χρόνο ολοκλήρωσης (Πίνακας 5),

Πίνακας 5. *Ταξινόμηση Φάσεων*

Γραμμή Παραγωγής	Φάσεις		
1	3 (8)	1 (4)	2 (2)
2	2 (6)	1 (5)	3 (3)

ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, έχουμε τη λύση $s = \{3,1,2 \| 2,3,1\}$:

S_9	**{3,1,2‖2,3,1}**																			
Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M1	8								4				2							**14**
M2	6								3				5							**17**

Με αντικειμενική συνάρτηση $C(s) = 17$ χρονικές μονάδες.

ΤΟΠΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Οι αλγόριθμοι τοπικής έρευνας δεν κατασκευάζουν λύσεις όπως έχουμε δει μέχρι τώρα αλλά εφαρμόζονται σε κάποια λύση του προβλήματος με σκοπό την διαταραχή των στοιχείων της και την αποκάλυψη μέρους του συνόλου των λύσεων. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η ίδια η κίνηση, η οποία με τη σειρά της επιτρέπει τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης των νέων λύσεων από την αντικειμενική συνάρτηση της προηγούμενης λύσης με αλγόριθμο πολυπλοκότητας σταθερού χρόνου. Στα προβλήματα χρονικού προγραμματισμού, ο υπολογισμός δεν είναι εφικτός σε σταθερό χρόνο και για το συγκεκριμένο πρόβλημα απαιτείται εξαρχής υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης για τη νέα λύση. Το σύνολο των τελευταίων χαρακτηρίζεται ως γειτονιά και οι λύσεις είναι οι γείτονες.

Εκλέγουμε τυχαία τη λύση $s = \{2,1,3 \| 3,2,1\}$. Η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την αναδιάταξη των Φάσεων της 2ης γραμμής παραγωγής. Η κίνηση αυτή ακόμα και για 3 στοιχεία του συγκεκριμένου υποδείγματος έχει πολλές υλοποιήσεις ωστόσο από αυτές, εφικτή είναι μόνο μια, δηλαδή:

$$s = \{2,1,3 \| 3,2,1\}$$
$$s' = \{2,1,3 \| 1,3,2\} \; ↵$$

Η κίνηση αυτή θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως μετατόπιση των στοιχείων της 2ης γραμμής παραγωγής κατά μία θέση δεξιά.

$$s = \{\ldots \| e_1, \ldots, e_i, \ldots, e_n\}$$
$$s' = \{\ldots \| e_n, \ldots, e_{i+1}, \ldots, e_{n-1}\} \quad ,i=2,\ldots,n$$

Το αποτέλεσμα της κίνησης με βάση την αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$C(s) = 14$$
$$C(s') = 17 \; ↵$$

Η κίνηση μας οδήγησε σε νέα λύση με χειρότερη αντικειμενική συνάρτηση άρα δεν μπορεί να γίνει δεκτή. Αν είχαμε επιλέξει την αντίστροφη διαδικασία τότε θα είχαμε καταλήξει σε καλύτερη κίνηση και η κίνηση θα ήταν πετυχημένη.

Ωστόσο γενικά, η συγκεκριμένη κίνηση δεν επιτρέπει τη δημιουργία μεγάλης γειτονιάς, γεγονός που περιορίζει τις πιθανότητες για εύρεση καλύτερων λύσεων. Επίσης παρόλο την απλότητα της, η ιδιαιτερότητα του προβλήματος δεν επιτρέπει τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης με βάση την αρχική λύση. Η τελευταία παρατήρηση ισχύει, έχει ήδη αναφερθεί εξάλλου, για το σύνολο των δυνατών κινήσεων.

Για να διερευνήσουμε καλύτερα τη δυναμική της μετατόπισης, θεωρούμε μεγαλύτερο υπόδειγμα 4 προϊόντων, που παρουσιάζεται στον Πίνακα 6.

Πίνακας 6. *Υπόδειγμα 2*

α/α προϊόντος	Χρόνοι ολοκλήρωσης	
	Φάση 1	Φάση 2
1	*4*	*5*
2	*2*	*6*
3	*8*	*3*
4	7	7

Στο Υπόδειγμα 2 επιλέγουμε το 4^{ο} προϊόν να έχει τον ίδιο χρόνο ολοκλήρωσης για την κάθε φάση γεγονός που μας δίνει το παγκόσμιο άριστο του χρόνου ολοκλήρωσης της παραγωγής ίσο με το άθροισμα των χρόνων σε μία εκ των δύο γραμμών δηλαδή 21 χρόνοι. Με βάση αυτές τις θεωρήσεις, επιλέγουμε ομοίως μια τυχαία λύση:

$s = \{1,3,2,4 \| 4,2,3,1\}$ με αντικειμενική συνάρτηση $C(s) = 22$ χρόνους.
(Η λύση παρουσιάζεται στο τέλος της παραγράφου σε ξεχωριστό φύλλο.)

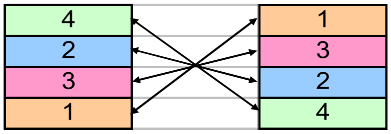
Το σύνολο των λύσεων που προκύπτουν από τη μετατόπιση, η οποία εφαρμόζεται διαδοχικά και πέρα της μίας φοράς είναι:

S_1	{1,3,2,4 ‖ 1,4,2,3}	Μη εφικτή	-
S_2	**{1,3,2,4 ‖ 3,1,4,2}**	**Εφικτή**	$C(S_2) = 23$
S_3	{1,3,2,4 ‖ 2,3,1,4}	Μη εφικτή	-

Όπως και προηγουμένως, παρόλο που το υπόδειγμα μεγάλωσε, οι γείτονες της λύσης δεν είναι παρά μόνο ένας (στις άλλες δυο περιπτώσεις οι Φάσεις του ίδιου προϊόντος εκτελούνται ταυτόχρονα), η αντικειμενική συνάρτηση του οποίου είναι χειρότερη από της αρχικής λύσης. Αναζητούμε επομένως άλλη κίνηση η οποία θα μας δίνει τη δυνατότητα μεγαλύτερης γειτονιάς και καλύτερων λύσεων.

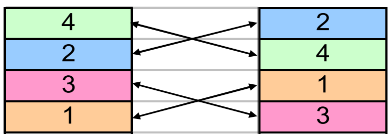
Αν παραστήσουμε την αρχική λύση σε 2 στήλες, μία για κάθε γραμμή παραγωγής και συνδέσουμε τις φάσεις του ίδιου προϊόντος με βέλη τότε σχηματικά μπορούμε να καταλήξουμε σε νέες κινήσεις (Η παραγωγή ξεκινάει από κάτω και συνεχίζει προς τα πάνω).

Αρχική λύση:



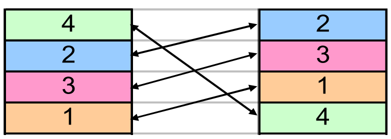
$C(s) = 22$ χρόνους.

Η λύση που καταλήξαμε με την μετακίνηση των στοιχείων είναι η $s = \{1,3,2,4 \| 3,1,4,2\}$:



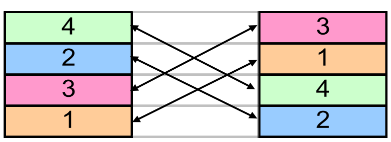
$C(s) = 23$ χρόνους.

Παρατηρούμε ότι στη νέα λύση οι Φάσεις του ίδιου προϊόντος και για τα 4 Προϊόντα έχουν τη μικρότερη απόσταση μεταξύ τους, κάτι το οποίο οδηγεί σε κακές λύσεις. Με αναδιάταξη των συνδέσεων (βέλη) καταλήγουμε σε δύο νέα σχήματα (I, II).



(I) $S_I = \{1,3,2,4 \| 4,1,3,2\}$ με $C(S_I) = 21$ χρόνοι.

(Οι λύσεις παρουσιάζονται στο τέλος της παραγράφου σε ξεχωριστό φύλλο.)



(II) $S_{II} = \{1,3,2,4 \| 2,4,1,3\}$ με $C(S_{II}) = 21$ χρόνοι.

Στην περίπτωση του σχήματος (I) παρόλο που οι αποστάσεις των Φάσεων του ίδιου προϊόντος σε 3 περιπτώσεις είναι η μικρότερη δυνατή εντούτοις η αντικειμενική συνάρτηση της συγκεκριμένης λύσης είναι ίση με το παγκόσμιο άριστο. Η ιδιαιτερότητα αυτή είναι συνέπεια του περιορισμένου υποδείγματος και της τιμής του χρόνου ολοκλήρωσης των φάσεων του 4^{ου} προϊόντος. Γενικά όταν οι Φάσεις του ίδιου προϊόντος είναι διαδοχικές στις αντίστοιχες γραμμές, η λύση δεν είναι καλή. Για το λόγο αυτό κατασκευάζουμε το Σχήμα (II), το οποίο ταξινομεί τις φάσεις ώστε να έχουν τη μέγιστη δυνατή απόσταση διαδοχής και αναζητούμε την κατάλληλη κίνηση για την υλοποίηση.

$$s = \{e_1, \ldots, e_n \| e_1, \ldots e_i, e_j, \ldots e_n\}$$

$$s' = \{e_1, \ldots, e_n \| e_i, \ldots e_1, e_n, \ldots e_j\} \quad \text{i, j} = 1, n/2$$

Η κίνηση αυτή παράγει επίσης μικρή γειτονιά αλλά εξασφαλίζει πολύ καλές λύσεις. Η τοπική έρευνα στο συγκεκριμένο πρόβλημα υπό το πρίσμα των περιορισμών αλλά και λόγω της ίδιας της φύσης του προβλήματος δεν αποτελεί ίσως την καλύτερη οδό αντιμετώπισης και εύρεσης μιας πολύ καλής λύσεως. Φυσικά τα δύο υποδείγματα δεν είναι αντιπροσωπευτικού μεγέθους για την κατανόηση των κινήσεων στα πλαίσια μιας τοπικής έρευνας αλλά η σύντομη διερεύνηση σε πρώτο στάδιο αυτό δείχνει.

ΗΜΙΠΛΕΟΝΕΚΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η ημιπλεονεκτική έρευνα ανήκει στο σύνολο των κατασκευαστικών αλγορίθμων ενισχυμένη με τα στοιχεία του ημιπλεονεκτικού αλγορίθμου, ο οποίος εξασφαλίζει διαφοροποιημένες αρχικές λύσεις για βελτίωση. Η προτεινόμενη λύση δημιουργείται επαναληπτικά με αφετηρία το κενό σύνολο ως μερική λύση. Σε κάθε επαναληπτικό βήμα προστίθεται ένα μόνο στοιχείο του υποδείγματος μέχρι τη συμπλήρωση της τελικής και εφικτής λύσης. Η επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος που προστίθενται κάθε φορά βασίζεται σε πλεονεκτική συνάρτηση, η οποία αφού ιεραρχήσει τα εναπομείναντα κάθε φορά στοιχεία του υποδείγματος, εκλέγει μόνο ένα σε κάθε επανάληψη. Η πλεονεκτική συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι αυτή του μικρότερου χρόνου ολοκλήρωσης της Φάσης του αντίστοιχου Προϊόντος. Η διαφοροποίηση της ημιπλεονεκτικής έρευνας είναι ότι σε κάθε βήμα επιλέγει τυχαία το επόμενο στοιχείο από k καλύτερα (k πιθανές επιλογές). Στην περίπτωση μας λόγω περιορισμένου υποδείγματος επιλέγουμε k = 2 και οι τυχαίοι αριθμοί παρουσιάζονται στον Πίνακα 7. Θα χρησιμοποιηθεί το υπόδειγμα των 4 προϊόντων για το οποίο η ιεράρχηση είναι αυτή του Πίνακα 8.

Πίνακας 7. *Τυχαίοι αριθμοί*

0.732465	0.132316	0.686753	0.813243	0.070807
0.487073	0.753587	0.188104	0.580495	0.25356

Πίνακας 8. *Ιεράρχηση Φάσεων*

Γραμμή Παραγωγής	Φάσεις			
1	2 (2)	1 (4)	4 (7)	3 (8)
2	3 (3)	1 (5)	2 (6)	4 (7)

1η Επανάληψη

Αρχίζουμε με την 1η γραμμή και το σύνολο των επιλογών μας είναι το $P = \{2,1\}$. Με βάση τον Πίνακα 7 και ακολουθώντας την διαδικασία που εξηγήθηκε στον κατασκευαστικό αλγόριθμο τυχαίας επιλογής για την επιλογή των στοιχείων του υποδείγματος, η μερική λύση της πρώτης επανάληψης είναι η $s = \{1\}$.

2η Επανάληψη

Η επιλογή του δεύτερου στοιχείου της λύσης γίνεται προσδιορίζοντας εκ νέου το σύνολο των επιλογών μας, το οποίο είναι το $P = \{2,4\}$. Ο δεύτερος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.487073», οπότε επιλέγεται το Προϊόν 2. Η μερική λύση τώρα είναι η $s = \{1,2\}$.

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 4, 2, 3, 1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td></td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="7">7</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 3, 1, 4, 2 }</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td></td><td></td><td colspan="7">7</td><td></td><td>23</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td></td><td colspan="5">5</td><td colspan="7">7</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 4, 1, 3, 2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="7">7</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 2, 4, 1, 2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="7">7</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

$3^η$ Επανάληψη

Συνεχίζουμε τη διαδικασία κατασκευής της λύσης μας με δυνατές επιλογές $P=\{4,3\}$ και ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.132316». Επιλέγεται το πρώτο στοιχείο του συνόλου P, άρα έχουμε τη μερική λύση $s=\{1,2,4\}$.

$4^η$ Επανάληψη

Το τελευταίο στοιχείο της λύσης για την $1^η$ γραμμή παραγωγής τοποθετείται αυτόματα εφόσον δεν έχουμε πλέον σύνολο επιλογών. Η λύση πλέον γράφεται , $s=\{1,2,4,3\}$.

$5^η$ Επανάληψη

Η παραπάνω διαδικασία αρχίζει εκ νέου για τη $2^η$ γραμμή παραγωγής με την ιδιαιτερότητα ότι πλέον πρέπει να ικανοποιείται ο περιορισμός ότι κάθε Προϊόν μπορεί να βρίσκεται μόνο σε μία Γραμμή παραγωγής. Το σύνολο των δυνατών επιλογών είναι το $P=\{3,1\}$ και ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.753587». Η επιλογή της φάσης του $1^{ου}$ προϊόντος καταπατά τον περιορισμό μας οπότε επιλέγεται το Προϊόν 3 και η μερική λύση είναι $s=\{1,2,4,3\|3\}$.

$6^η$ Επανάληψη

Το επόμενο στοιχείο έχει $P=\{1,2\}$ και ο τυχαίος αριθμός προκύπτει ο «0.686753». Για δεύτερη φορά συνεχόμενα καταπατείται ο περιορισμός και επιλέγεται το Προϊόν 1. Η μερική λύση εξελίσσεται ως $s=\{1,2,4,3\|3,1\}$.

$7^η$ Επανάληψη

Το προτελευταίο στοιχείο της λύσης μας θα ανήκει στο $P=\{2,4\}$. Η γεννήτρια των τυχαίων αριθμών δίνει τον «0.188104» και η μερική λύση είναι η $s=\{1,2,4,3\|3,1,2\}$.

$8^η$ Επανάληψη

Η λύση ολοκληρώνεται με το εναπομείναν στοιχείο και τελικά η λύση που καταλήγουμε είναι η $s=\{1,2,4,3\|3,1,2,4\}$ με C(s) = 22 χρόνους.

(Το διάγραμμα της λύσης παρουσιάζεται σε ξεχωριστό φύλλο στο τέλος της αναφοράς.)

ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΗ ΕΡΕΥΝΑ

Η απαγορευμένη έρευνα ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων τοπικής έρευνας και εύρεσης λύσεων μέσα στα πλαίσια μιας γειτονιάς. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό και η διαφοροποίηση της σε σχέση με την απλή έρευνα είναι ότι και οι κακές λύσεις γίνονται δεκτές με βάση μια αφετηρία (αρχική λύση) εντούτοις αποθηκεύεται η κίνηση που οδήγησε στην χειρότερη λύση στην βραχυπρόθεσμη μνήμη. Η αποθήκευση γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, με χρήση δεικτών κυρίως, έτσι ώστε να είναι δυνατή η δημιουργία της αντίστροφης κίνησης. Με αυτό τον τρόπο η έρευνα δεν σταματάει σε τοπικά ακρότατα αλλά και δεν επιτρέπει την επιστροφή σε αυτά από διαφορετική αφετηρία. Επίσης δίνει τη δυνατότητα διερεύνησης σε μεγαλύτερο βάθος της γειτονιάς. Σοβαρό μειονέκτημα αποτελεί ωστόσο ο προγραμματισμός της μεθοδολογίας αυτής και κυρίως η διαχείριση με δείκτες των χαρακτηριστικών των «απαγορευμένων» κινήσεων. Στην περίπτωση του συγκεκριμένου προβλήματος, η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει τη μετατόπιση των στοιχείων της 2ης γραμμής παραγωγής κατά μία θέση δεξιά. Τα χαρακτηριστικά της κίνησης αυτής είναι το πλήθος των δεξιών μετατοπίσεων (μπορεί να γίνει μια ή πολλαπλές διαδοχικές φορές) και το πρώτο στοιχείο.

$$s = \left\{ \ldots \| e_1, \ldots, e_j \ldots, e_n \right\}$$

$$s' = \left\{ \ldots \| e_n, e_1, \ldots, e_{j+1}, \ldots, e_{n-1} \right\} \ , j = \ 1,\text{n-1}$$

Με βάση τα παραπάνω, αν στη λύση που προέκυψε το πρώτο στοιχείο γίνει τελευταίο και τα υπόλοιπα μετακινηθούν μία θέση αριστερά τότε η λύση αυτή θα επανέλθει στην αρχική λύση από την οποία προήλθε. Σε κάθε επανάληψη για την ανάδειξη των γειτόνων κάποιας λύσης θα τοποθετούνται στη βραχυπρόθεσμη μνήμη ζεύγη δεικτών μετατόπισης και πρώτου στοιχείου της μορφής αυτής και θα απαγορεύεται οποιαδήποτε κίνηση που εμπλέκει την μετατόπιση αυτή.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

Η προσομοιωμένη ανόπτηση είναι μια τεχνική βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στις αρχές της στατιστικής μηχανικής. Η πρωτοτυπία της μεθόδου έγκειται στην αποφυγή των τοπικών ακρότατων, μέσω πραγματοποίησης περιορισμένου αριθμού μη βέλτιστων βημάτων με βάση πιθανοτικά κριτήρια.

Θεωρούμε μια αρχική τιμή θερμοκρασίας ίση με 150 για έναν αλγόριθμο προσομοιωμένης ανόπτησης. Θεωρούμε ότι η θερμοκρασία ελαττώνεται γραμμικά μέχρι το μηδέν σε 3 βήματα και γίνεται 1 επανάληψη ανά βήμα (λόγω μικρού υποδείγματος). Η κίνηση που θα χρησιμοποιηθεί εμπλέκει την εναλλαγή 2 προϊόντων για μία από τις 2 γραμμές παραγωγής· εδώ επιλέγεται η δεύτερη.

Θεωρούμε σαν αρχική την λύση S = {1, 3, 2, 4 ‖ 4, 2, 3, 1} με αντικειμενική συνάρτηση c(s) = 22 χρόνους. Θεωρούμε τυχαίους αριθμούς που παράγονται από γεννήτρια τυχαίων αριθμών και δίδονται στον Πίνακα 9.

Πίνακας 9. Τυχαίοι Αριθμοί.

0.232246	0.101471	0.753133	0.732748	0.526982
0.294365	0.373320	0.383304	0.636003	0.400976
0.494928	0.595882	0.369285	0.957133	0.211679
0.697293	0.322457	0.058150	0.306606	0.388767

1^o Βήμα (Θ = 150)

Η αρχική λύση είναι S = {1, 3, 2, 4 ‖ 4, 2, 3, 1} με αντικειμενική συνάρτηση c(s) = 22.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις της $2^{ης}$ γραμμής):

P = {p_1= (0.00, 0.25), p_2= (0.25, 0.50), p_3= (0.50, 0.75), p_4= (0.75, 1.00)}.

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.232246» που ανήκει στο διάστημα p_1= (0.00, 0.25).
Χωρίζουμε το (0,1) σε 3 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις που απομένουν):

P = {p_2= (0.00, 0.33), p_3= (0.33, 0.66), p_4= (0.66, 1.00)}.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.294365» που ανήκει στο διάστημα p_2=(0.00,0.33).

Άρα η Φάση παραγωγής της θέσης 1 θα εναλλαχθεί με την αντίστοιχη της θέσης 2.

Επομένως προτείνεται η λύση S_1 = {1, 3, 2, 4 ‖ 2, 4, 3, 1} με $C(S_1) = 21$ και $\Delta_1 = c(s_1) - c(s) = 21 - 22 = -1 < 0$
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

2^o Βήμα (Θ = 100)

Η αρχική λύση είναι S = {1, 3, 2, 4 ‖ 2, 4, 3, 1} με αντικειμενική συνάρτηση c(s) = 21.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις της $2^{ης}$ γραμμής):

P = {p_1= (0.00, 0.25), p_2= (0.25, 0.50), p_3= (0.50, 0.75), p_4= (0.75, 1.00)}.

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.494928» που ανήκει στο διάστημα p_2= (0.25, 0.50).
Χωρίζουμε το (0,1) σε 3 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις που απομένουν):

P = {p_1= (0.00, 0.33), p_3= (0.33, 0.66), p_4= (0.66, 1.00)}.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.697293» που ανήκει στο διάστημα p_4=(0.66,1.00).

Άρα η Φάση παραγωγής της θέσης 2 θα εναλλαχθεί με την αντίστοιχη της θέσης 4.
Επομένως προτείνεται η λύση S_2 = {1, 3, 2, 4 ‖ 4, 1, 3, 2} με $C(S_2) = 21$ και $\Delta_2 = c(s_2) - c(s_1) = 21 - 21 = 0$
Άρα αποδεχόμαστε τη λύση.

3^o Βήμα (Θ = 50)

Η αρχική λύση είναι S = {1, 3, 2, 4 ‖ 4, 1, 3, 2} με αντικειμενική συνάρτηση c(s) = 21.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 4 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις της $2^{ης}$ γραμμής):

$P = \{p_1 = (0.00, 0.25), p_2 = (0.25, 0.50), p_3 = (0.50, 0.75), p_4 = (0.75, 1.00)\}$.

Ο πρώτος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.101471» που ανήκει στο διάστημα $p_1 = (0.00, 0.25)$.
Χωρίζουμε το (0,1) σε 3 ίσα διαστήματα (όσα και οι Φάσεις που απομένουν):

$P = \{p_2 = (0.00, 0.33), p_3 = (0.33, 0.66), p_4 = (0.66, 1.00)\}$.

Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο «0.373320» που ανήκει στο διάστημα $p_2 = (0.33, 0.66)$.

Άρα η Φάση παραγωγής της θέσης 1 θα εναλλαχθεί με την αντίστοιχη της θέσης 3.

Επομένως προτείνεται η λύση $S_3 = \{1, 3, 2, 4 \parallel 3, 1, 4, 2\}$ με $C(S_2) = 21$ και $\Delta_3 = c(s_3) - c(s_2) = 23 - 21 = 2 > 0$

Η λύση αυτή θα γίνει δεκτή με πιθανότητα $p = exp(-\Delta_3/\Theta) = exp(-2/50) = 0.960789$.
Ο επόμενος τυχαίος αριθμός είναι ο $0.595882 < 0.960789$ και κατά συνέπεια η λύση αυτή γίνεται αποδεκτή.

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

α/α προϊόντος	Χρόνοι ολοκλήρωσης	
	Φάση 1	Φάση 2
1	*4*	*5*
2	*2*	*6*
3	*8*	*3*
4	7	7

Λύση ημιπλεονεκτικής έρευνας:

Λύση	{1, 2, 4, 3 ‖ 3, 1, 2, 4}																								
Χρόνος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	23	25
M1	4				2		7							8											**21**
M2	3				5					6						7									**22**

Λύσεις προσομοιωμένης ανόπτησης:

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 4, 2, 3, 1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>23</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td></td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="7">7</td><td colspan="6">6</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 2, 4, 3, 1}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>23</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="6">6</td><td colspan="7">7</td><td colspan="3">3</td><td colspan="5">5</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 4, 1, 3, 2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>23</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="7">7</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="7">7</td><td colspan="5">5</td><td colspan="3">3</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td></td><td>21</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Λύση</td><td colspan="25">{1, 3, 2, 4 ‖ 3, 1, 4, 2}</td></tr>
<tr><td>Χρόνος</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>23</td><td>25</td></tr>
<tr><td>M1</td><td colspan="4">4</td><td colspan="8">8</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2"></td><td colspan="7">7</td><td></td><td>23</td></tr>
<tr><td>M2</td><td colspan="3">3</td><td></td><td colspan="5">5</td><td colspan="7">7</td><td colspan="6">6</td><td></td><td></td><td>22</td></tr>
</table>

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Aarts, E.H.L. and J.K. Lenstra (1997) Local Search in Combinatorial Optimization, Wiley, Chichester.
- Bar-Yam, Y. (1997) Dynamics of Complex Systems, Studies in nonlinearity. Addison-Wesley.
- Battiti, R (1996) Reactive search: Toward self-tuning heuristics, in: Modern Heuristic Search Methods, Rayward-Smith, V.J. (Ed), John Wiley and Sons, pp. 61-83.
- Bramel, J. and D. Simchi-Levi (1997) The Logic of Logistics: Theory, Algorithms and Applications for Logistics Management, Springer-Verlag.
- Moscato, P. (1999) Memetic Algorithms: A Short Introduction, in: Corne, D., M. Dorigo and F. Glover (Eds.), New Ideas in Optimization, McGraw-Hill, London, pp. 219-234.
- Crainic, T.G. and G. Laporte (1998) Fleet Management and Logistics, Kluwer Academic Publishers
- Corne, D., M. Dorigo and F. Glover (1999) New Ideas in Optimization. McGraw-Hill.
- Davis, L. (1991) Handbook of genetic algorithms, Van Nonstrand Reinhold, New York.
- G. Ghiani, G. Laporte, R. Musmanno (2004) Introduction to Logistics Systems Planning and Control, J. Wiley.
- Golden, B. and A.A. Assad (1991) Vehicle Routing: Method and Studies, North-Holland.
- Glover F. and M. Laguna (1997) Tabu Search, Kluwer Academic Publishers.
- Glover, F. (1997) "A Template for Scatter Search and Path Relinking," in Lecture Notes in Computer Science, Hao, J.K., E. Lutton, E. Ronald, M. Schoenauer, D. Snyers (Eds.), Springer, pp 13-54.
- Glover, F., J. P. Kelly and M. Laguna (1996) "New Advances and Applications of Combining Simulation and Optimization," Proceedings of the 1996 Winter Simulation Conference, Charnes, J.M., D.J. Morrice, D.T. Brunner and J.J. Swain (Eds.), pp 144-152.
- Papadimitriou, C. and K. Steiglitz (1998) Combinatorial Optimization, Dover Publications
- Rego, C. and B. Alidaee (2002) Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search, Kluwer Academic Publishers.
- Ribeiro, C.C. and P. Hansen (2001) Essays and Surveys in Metaheuristics, Kluwer Academic Publishers.
- Taniguchi, E., R. G. Thompson, T. Yamada and R. van Duin (2001) City Logistics, Network Modelling and Intelligent Transport Systems, Pergamon.
- Voss, S., S. Martello, I.H. Osman, and C. Roucairol (1999) Metaheuristics: Advances and trends in local search paradigms for optimization, Kluwer, Boston.