

ΣΥΝΟΨΗ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΔΟΚΟΥ ΣΕ ΤΕΜΝΟΥΣΑ

Διαδικασία:

1) Εξετάζεται αν η δρώσα τέμνουσα είναι μικρότερη από την αντοχή σε τέμνουσα του άοπλου από συνδετήρες σκυροδέματος:

$$V_{Ed} < V_{rd,c}$$

όπου:

$$V_{rd,c} [kN] = \max \left\{ \begin{array}{l} [0.12 \cdot 1000 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck} [MPa])^{\frac{1}{3}} + 0.15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d [m] \\ 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f_{ck} [MPa]} \cdot b_w \cdot d [m] \end{array} \right. \quad (1)$$

όπου :

V_{Ed} η δρώσα τέμνουσα, [kN]

$k = \sqrt{1 + \frac{200}{d}} \leq 2.0$, και d το στατικό ύψος (σε mm)

το αδιάστατο ποσοστό διαμήκους οπλισμού, $\rho_L = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot d} < 0.02$

b_w το πάχος του κορμού, [m]

A_{sw} το συνολικό εμβαδόν των συνδετήρων

$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c}$ η μέση αξονική τάση, θετική για θλίψη (για δοκούς μπορεί να ληφθεί 0), A_c είναι το εμβαδόν της διατομής

- Αν είναι $V_{Ed} < V_{rd,c}$ τότε δεν απαιτείται έλεγχος για οπλισμό σε τέμνουσα, αλλά τίθενται οι ελάχιστοι συνδετήρες με εμβαδόν $A_{sw,min}$ σε απόσταση s :

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck} [MPa]} \cdot b_w}{f_{yk} [MPa]}$$

- Αν είναι $V_{Ed} \geq V_{rd,c}$ τότε απαιτείται έλεγχος για οπλισμό σε τέμνουσα και τίθενται συνδετήρες περισσότεροι από τον ελάχιστο οπλισμό παραπάνω.

2) Η δρώσα τέμνουσα είναι μεγαλύτερη από την αντοχή σε τέμνουσα του άοπλου από συνδετήρες σκυροδέματος:

$$V_{Ed} \geq V_{rd,c}$$

2α) Υπολογίζουμε την ελάχιστη επιτρεπτή αντοχή θλιπτήρα $V_{rd,max}(\theta)$ για την ελάχιστη επιτρεπτή γωνία θλιπτήρα $\theta \approx 21,8^\circ$. Ο ΕΚ2 μας απαιτεί σε τέμνουσα να είναι $45^\circ \geq \theta \geq 21,8^\circ$, $1.0 \leq \cot \theta \leq 2.50$.

Η αντοχή του θλιπτήρα είναι γενικά

$$V_{rd,max}(\theta) = \frac{v_1 \cdot f_{cd} [MPa] \cdot \sin 2\theta \cdot b_w \cdot z [m]}{2} = \frac{v_1 \cdot f_{cd} [MPa] \cdot b_w \cdot z [m]}{\tan \theta + \cot \theta} \quad (2)$$

όπου:

z ο μοχλοβραχίονας, ο οποίος επιτρέπεται να ληφθεί ίσος με $z = 0.9 \cdot d$
και v_1 ο μειωτικός συντελεστής της θλιπτικής αντοχής λόγω διαξονικού εφελκυσμού.

$$v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}[MPa]}{250}\right)$$

Για $\theta = 21,8^\circ$, $\cot\theta = 2.50$ ο θλιπτήρας αποκτά την ελάχιστη τιμή του $V_{Rd,max}(21,8^\circ) = 0.345 \cdot v_1 \cdot f_{cd}[MPa] \cdot b_w \cdot z[m]$

Για $\theta = 45^\circ$, $\cot\theta = 1.0$ ο θλιπτήρας αποκτά τη μέγιστη τιμή του:
 $V_{Rd,max}(45^\circ) = 0.5 \cdot v_1 \cdot f_{cd}[MPa] \cdot b_w \cdot z[m]$

- Αν ισχύει ότι $V_{Ed} > V_{Rd,max}(45^\circ)$ τότε η δρώσα τέμνουσα υπερβαίνει τη μέγιστη επιτρεπτή τιμή της αντοχής θλιπτήρα και η διατομή αναθεωρείται (αλλαγή b_w, z, f_{cd}).
- Αν ισχύει ότι $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}(21,8^\circ)$ η δρώσα τέμνουσα είναι μικρότερη της ελάχιστης αντοχής θλιπτήρα οπότε η διατομή επαρκεί σε αντοχή σε θλίψη. Επιλέγεται $\theta = 21,8^\circ$. Συντηρητικά, μπορεί να επιλεγεί και μεγαλύτερο θ , συνήθως $\theta = 45^\circ$. (Για έλεγχο τέμνουσας υπό σεισμικούς συνδυασμούς δράσεων η επιλογή $\theta = 45^\circ$ είναι υποχρεωτική).
- Αν ισχύει ότι $V_{Rd,max}(45^\circ) > V_{Ed} > V_{Rd,max}(21,8^\circ)$ η διατομή επαρκεί σε αντοχή σε θλίψη. Υπολογίζεται η $\theta = \frac{1}{2} \cdot \sin^{-1} \left\{ \frac{2 \cdot V_{Ed}}{v_1 \cdot f_{cd}[MPa] \cdot b_w \cdot z[m]} \right\} \leq 45^\circ$ από τη σχέση (2) παραπάνω, θέτοντας $V_{Ed} = V_{Rd,max}(\theta)$ και λύνοντας ως προς θ . Αυτό γίνεται για ελαχιστοποίηση απαιτούμενων συνδετήρων. (Συντηρητικά, μπορεί να επιλεγεί και μεγαλύτερο θ , συνήθως $\theta = 45^\circ$)

2β) Υπολογίζουμε τον κατακόρυφο απαιτούμενο οπλισμό συνδετήρων, από τη σχέση (3) παρακάτω, με τη γωνία θ που έχουμε βρεί (ή επιλέξει).

$$V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot \cot\theta = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \cot\theta \quad (3)$$

όπου:

A_{sw} το συνολικό εμβαδό όλων των σκελών κατά πλάτος που τέμνει η ρωγμή, με $A_{sw} = n \cdot A_{sw1}$ και A_{sw1} το εμβαδόν ενός σκέλους και n το πλήθος τους.

s η απόσταση μεταξύ συνδετήρων κατά τη διαμήκη διεύθυνση

Διερεύνηση:

Καθώς από την (3) έχουμε ότι :

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot \cot\theta}$$

βλέπουμε ότι για δεδομένη V_{Ed} , θέτοντας $\cot\theta = 1$ δίδει τη μέγιστη απαίτηση οπλισμού συνδετήρων. Οι γωνίες μικρότερες των 45° (έως $21,8^\circ$) δίδουν λιγότερη απαίτηση συνδετήρων, εφόσον ο έλεγχος σε αντοχή θλιπτήρα το επιτρέπει να συμβεί (όχι σε σεισμικό συνδυασμό, όμως).

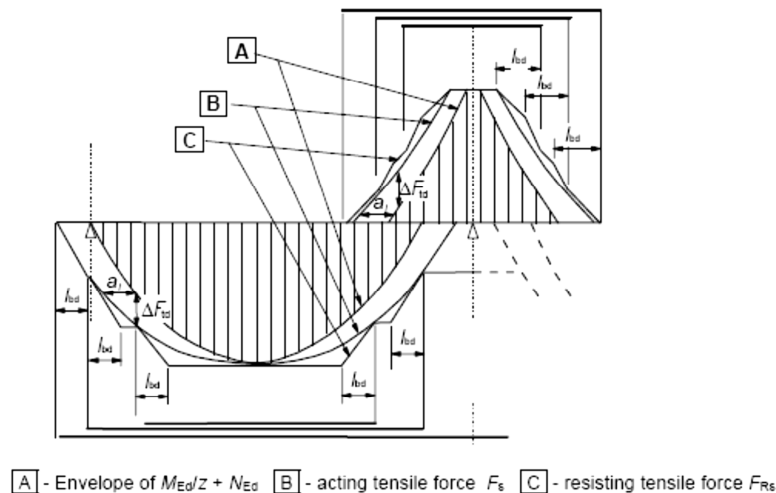
Πρέπει όμως, το ποσοστό οπλισμού που θα υπολογισθεί από την ισορροπία ελκυστήρα της (3) να μην υπερβαίνει τη μέγιστη τιμή εκείνη όπου η διαρροή του μέγιστου ποσοστού οπλισμού (σε $\theta = 45^\circ$) αστοχεί οριακά τον θλιπτήρα :

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot f_{cd} [MPa]$$

2γ) Ακολούθως, υπολογίζεται η πρόσθετη δύναμη που αυξάνει το διαμήκη οπλισμό λόγω της μεταφοράς του θλιπτήρα προς τη στήριξη, χωρίς να υπερβεί όμως την τιμή στη μέγιστη ροπή:

$$\Delta F_{td} = \Delta A_{sL} \cdot f_{yd} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot\theta \leq \frac{\max M_{Ed}}{z}$$

Πρακτικά αυτό επιτυγχάνεται με τη μετακίνηση του διαγράμματος ροπών της περιβάλλουσας σχεδιασμού κατά το Σχ.1



Σχ. 1 Μετατόπιση του διαγράμματος ροπών στο άνοιγμα και στη στήριξη (και αγκύρωση των οπλισμών)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Να οπλισθεί σε τέμνουσα δοκός ορθογωνική $b/h/d = 30/60/55$ cm, C25/30, B500.

$M_{Ed} = 320$ kNm, $V_{Ed} = 180$ kN, $N_{Ed} = 0$.

1) Υπολογίζεται ο διαμήκης οπλισμός, καθώς χρειάζεται για την $V_{Rd,c}$.

$$M_{Ed} = 320 \text{ kNm} = 0.8 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0.4 \cdot x) \rightarrow$$

$$M_{Ed} = 320 \text{ kNm} = 0.8 \cdot 0.85 \cdot (25000/1.5) \cdot 0.3 \cdot x \cdot (0.55 - 0.4 \cdot x) \rightarrow$$

$$x = 0.20 \text{ m}$$

$$z = 0.55 - 0.4 \cdot 0.20 = 0.47 \text{ m} = 0.85 \cdot d \checkmark$$

Έλεγχος διαρροής χάλυβα κάτω:

$$\epsilon_s = 0.0035 \cdot \frac{d-x}{x} = 0.0035 \cdot \frac{0.55-0.2}{0.2} = 0.006125 > 0.00217 \text{ έχει διαρρεύσει } \checkmark$$

$$F_{cd} = 0.8 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.50} \cdot 0.3 \cdot 0.2 \cdot (0.55 - 0.4 \cdot 0.3) = 620 \text{ kN}$$

$$F_{cd} = 0.8 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.50} = 680 \text{ kN} = F_{sd} = A_s \cdot f_{yd} = A_s \cdot 50/1.15 \rightarrow A_s = 15.64 \text{ cm}^2 \text{ (τίθενται } 5\Phi 20).$$

$$\text{άρα } \rho_L = \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.00948$$

2) Υπολογισμός οπλισμού τέμνουσας.

2.1) Έλεγχος αν $V_{Ed} < V_{Rd,c}$

$$k = \sqrt{1 + \frac{200}{550}} = 1.67 \leq 2.0$$

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{aligned} &\left[0.12 \cdot 1000 \cdot 1.67 \cdot (100 \cdot 0.00948 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 0.3 \cdot 0.55 = 94.85 \text{ kN} \\ &1000 \cdot 0.035 \cdot 2.0^{\frac{3}{2}} \sqrt{25} \cdot 0.3 \cdot 0.55 = 81.7 \text{ kN} \end{aligned} \right. \quad (1)$$
$$V_{Rd,c} = 94.85.6 \text{ kN} < V_{Ed} = 180 \text{ kN} \text{ Απαιτείται οπλισμός διάτμησης}$$

Αν δεν απαιτείτο, θα βάζαμε το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{25} \cdot 300}{500} = 0.24 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

2.2) Υπολογισμός αντοχής θλιπτήρα

$$\nu_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck} [\text{MPa}]}{250} \right) = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250} \right) = 0.54$$

Για $\theta = 21,8^\circ$, $\cot\theta = 2.50$ ο θλιπτήρας αποκτά την ελάχιστη τιμή του :

$$V_{Rd,max}(21,8^\circ) = 0.345 \cdot 0.54 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.5} \cdot 0.3 \cdot 0.9 \cdot 0.55 = 391.9 \text{ kN} > V_{E,d} = 180 \text{ kN}$$

Άρα ο ελάχιστος θλιπτήρας επαρκεί. Η γωνία που θα επιλεγεί είναι η ελάχιστη, $\theta = 21,8^\circ$

Πληροφοριακά (δεν απαιτείται εδώ)

Για $\theta = 45^\circ$, $\cot\theta = 1,0$ ο θλιπτήρας αποκτά τη μέγιστη τιμή του:

$$V_{Rd,max}(45^\circ) = 0.5 \cdot 0.54 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.5} \cdot 0.3 \cdot 0.9 \cdot 0.55 = 568 \text{ kN} > V_{E,d} = 180 \text{ kN}$$

Αν η δρώσα τέμνουσα ήταν, πχ, 590 kN, θα έπρεπε να επιλέξουμε άλλες διαστάσεις ή αντοχή σκυροδέματος ώστε να αυξηθεί η παραπάνω να υπερβεί τη δράση.

Έστω ότι δίδεται ότι η δρώσα τέμνουσα προέρχεται από σεισμικό συνδυασμό. Τότε λαμβάνεται υποχρεωτικά $\theta = 45^\circ$, $\cot\theta = 1,0$, ισχύει (φυσικά) η ανίσωση ότι $V_{Rd,max}(45^\circ) = 568 \text{ kN} > V_{E,d} = 180 \text{ kN}$. Προχωρούμε στον υπολογισμό των συνδετήρων.

2.3) Υπολογισμός κατακόρυφων συνδετήρων

$$V_{Ed} = 180000 \text{ N} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot [\cot\theta = 1] = \frac{A_{sw}}{s} \cdot \frac{500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1.15} \cdot 0.9 \cdot 550 \text{ mm} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 0.836 \text{ mm}^2/\text{mm} > 0.24 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Εδώ μπορούμε να διερευνήσουμε εναλλακτικές λύσεις όπλισης:

- Επιλέγω δίδμητο Φ8 ($A_{sw} = [n = 2] \cdot 50 = 100 \text{ mm}^2$) $\rightarrow s = 100/0.836 = 119 \text{ mm}$
θέτω $\square \Phi 8/12 \text{ cm}$
- Επιλέγω τρίμητο Φ8 ($A_{sw} = [n = 3] \cdot 50 = 150 \text{ mm}^2$) $\rightarrow s = 150/0.836 = 179 \text{ mm}$
θέτω $\square \Phi 8/18 \text{ cm}$
- Επιλέγω δίδμητο Φ10 ($A_{sw} = [n = 2] \cdot 75 = 150 \text{ mm}^2$) $\rightarrow s = 150/0.836 = 179 \text{ mm}$
θέτω $\square \Phi 10/18 \text{ cm}$

Αν πχ δίδεται ότι πρέπει $s < 100 \text{ mm}$, τότε επιλέγω $A_{sw} = 100 \cdot 0.836 = 84 \text{ mm}^2$ επιλέγω τρίμητο Φ6 ($A_{sw} = [n = 3] \cdot 28 = 84 \text{ mm}^2$) – (μόνον χάριν παραδείγματος ο όπλισμός Φ6 δεν επιτρέπεται πλέον, με ελάχιστη διάμετρο το Φ8). Άρα θα μέναμε στο δίδμ. Φ8/12

2.4) Αν δεν είχαμε σεισμικό συνδυασμό, θα μπορούσαμε να επιλέξουμε, λόγω επάρκειας θλιπτήρα, $\theta = 21,8^\circ$, $\cot\theta = 2.5$ οπότε η όπλιση με συνδετήρες θα έδινε:

$$V_{Ed} = 180000 \text{ N} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot 0.9 \cdot d \cdot [\cot\theta = 2.50] = \frac{A_{sw}}{s} \cdot \frac{500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1.15} \cdot 0.9 \cdot 550 \text{ mm} \cdot 2.50$$

$$\rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = 0.335 \text{ mm}^2/\text{mm} > 0.24 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Και εδώ μπορούμε να διερευνήσουμε εναλλακτικές λύσεις όπλισης:

- Επιλέγω δίμητο $\Phi 8$ ($A_{sw} = [n = 2] \cdot 50 = 100mm^2$) $\rightarrow s = 100/0.335 = 298mm$
θέτω $\square \Phi 8/30cm$
- Επιλέγω δίμητο $\Phi 10$ ($A_{sw} = [n = 2] \cdot 75 = 150mm^2$) $\rightarrow s = 150/0.335 = 447mm$ θέτω $\square \Phi 10/45 cm$ (Προσοχή: Υπάρχουν και μέγιστα s_{max}).

Προφανώς η μικρότερη κλίση συνεπάγεται ενεργοποίηση περισσότερων συνδετήρων κατά μήκος στην παραλαβή της $V_{Ed} = 180000 N$ οπότε απαιτούνται πολύ αραιότεροι συνδετήρες, για δεδομένο εμβαδόν.