

ΑΓΩΓΟΙ ΥΠΟ ΠΙΕΣΗ

Αριθμός Reynolds Re: $Re = \frac{VD}{\nu}$

Μήκος εισόδου: $L_e = 0.06 Re$ (στρωτή ροή) , $L_e = 4.4 Re^{1/6}$ (τυρβώδης ροή)

Ύψος γραμμικών απωλειών ενέργειας (φορτίου) σε μήκος αγωγού L (Darcy - Weisbach):

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = J_E L \quad (\text{όπου } J_E \text{ η κλίση της } \Gamma.E., J_E = \frac{h_f}{L})$$

Διατμητική τάση ορίου τ_w : $\tau_w = \rho g \frac{D}{4} \frac{h_f}{L} = \rho g R J_E$; $R = \frac{A}{P}$ ή $\tau_w = \frac{f}{8} \rho V^2$

Συντελεστής τριβών f για στρωτή ροή $f = 64 / Re$. Για τυρβώδη ροή σε σωλήνες:

(α) Υδραυλικά λεία περιοχή: $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8$ ή $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{2.51}{Re \sqrt{f}}\right)$

(β) Μεταβατική περιοχή: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{k_s / D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}}\right)$ (Colebrook - White)

(γ) Πλήρως τραχεία περιοχή: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{k_s / D}{3.7}\right)$

Εναλλακτικές σχέσεις υπολογισμού συντελεστή τριβών f για τυρβώδη ροή:

Swamee & Jain

Haaland

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{k_s / D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right) \right]^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log\left\{ \frac{6.9}{Re} + \left(\frac{k_s / D}{3.7}\right)^{1.11} \right\}$$

Βοηθητικοί τύποι

$$V = \left[2gh_f \frac{D}{L} \right]^{1/2} \frac{1}{\sqrt{f}}, \quad Re \sqrt{f} = \left[\frac{2gh_f}{L} \right]^{1/2} \frac{D^{3/2}}{\nu}, \quad D = \left[\frac{8LQ^2}{\pi^2 gh_f} \right]^{1/5} f^{1/5}$$

Ισοδύναμοι αγωγοί

Σε σειρά: $f_1 \frac{L_1}{D_1^5} + f_2 \frac{L_2}{D_2^5} = f \frac{L}{D^5}$, Παράλληλοι: $\left(\frac{D_1^5}{L_1 f_1}\right)^{1/2} + \left(\frac{D_2^5}{L_2 f_2}\right)^{1/2} = \left(\frac{D^5}{L f}\right)^{1/2}$

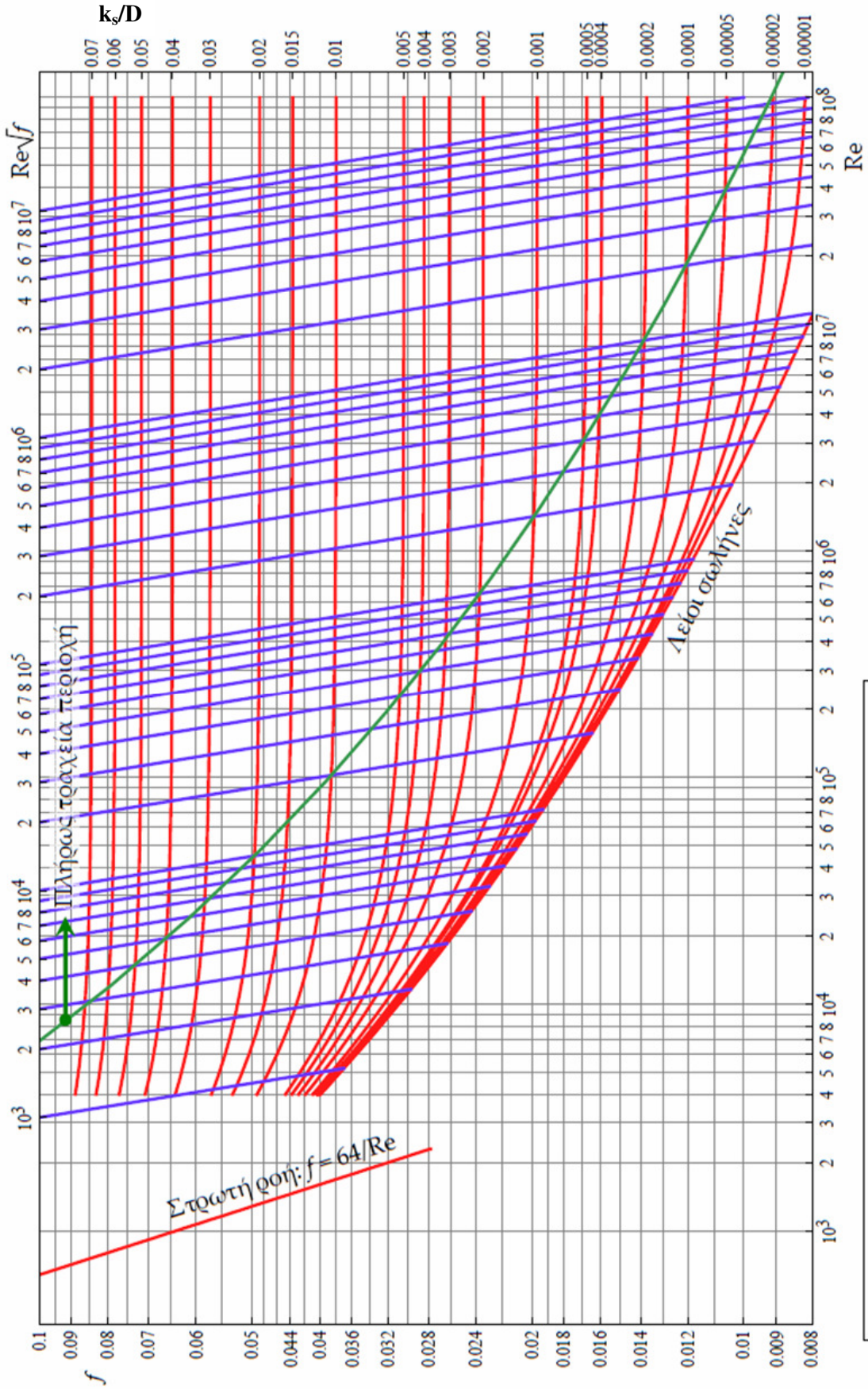
Ύψος τοπικών απωλειών ενέργειας: $h_m = K \frac{V^2}{2g}$

Είσοδος σε σωλήνα: $K=0.5$. Έξοδος σε δεξαμενή: $K=1$

Διεύρυνση: $K_{SE} = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2 \right]^2$, Στένωση: $K_{SC} \approx 0.42 \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right)$

Ισχύς αντλίας/υδροστροβίλου (η = συντελεστής απόδοσης, H_m = μανομετρικό ύψος):

Αντλία: $P_A = \frac{\rho g Q H_m}{\eta}$ Υδροστρόβιλος: $P_Y = \rho g Q H_m \eta$



Διάγραμμα Moody-Rouse – Έκδοση Κουτσογιάννη-Παπαλεξίου

ΑΓΩΓΟΙ ΜΕ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Εξίσωση ενέργειας $H = z + y + \alpha \frac{V^2}{2g}$

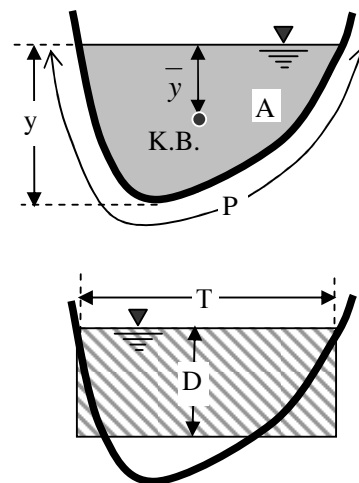
Ειδική ενέργεια $E = y + \alpha \frac{V^2}{2g}$

Ειδική δύναμη $M = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$

Αριθμός του Froude $Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}; D = A/T$

Κρίσιμο βάθος: Συνθήκη $Fr = V/\sqrt{gD} = 1; D = A/T$

Εξίσωση του Manning $V = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2}; R = A/P, Q = \frac{A}{n} R^{2/3} J^{1/2}$



Διατομή	Κρίσιμο βάθος	Ομοιόμορφο βάθος
	$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$	$y = \frac{1}{b} \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} (b + 2y)^{2/3} \right]^{3/5}$
	$y_c = \frac{1}{(b + zy_c)} \left[\frac{Q^2}{g} (b + 2zy_c) \right]^{1/3}$	$y = \frac{1}{b + zy} \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} (b + 2y\sqrt{1 + z^2})^{2/3} \right]^{3/5}$
	$\theta = \sin \theta + \frac{8}{d^{5/3}} \left[\frac{Q^2 \sin(\theta/2)}{g} \right]^{1/3}$ $y_c = \frac{d}{2} [1 - \cos(\theta/2)]$	$\theta = \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} \frac{\theta^{2/3}}{(d/2)^{8/3}} \right]^{3/5} + \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\theta}{2}$ $y = \frac{d}{2} [1 - \cos(\theta/2)]$

Υδραυλικό άλμα (ορθογωνική διατομή)

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right] \text{ (Συζυγή βάθη)} \quad \Delta H = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \text{ (Απώλειες ενέργειας)}$$

Μεταβολή του υψόμετρου πυθμένα ορθογωνικής διώρυγας

$$\frac{dy}{dx} (1 - Fr^2) + \frac{dz}{dx} = 0, \quad \max \Delta z = E_1 - \min E_2 = E_1 - \frac{3}{2} \left(\frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3}$$

Μεταβολή του πλάτους ορθογωνικής διώρυγας

$$(1 - Fr^2) \frac{dy}{dx} - Fr^2 \frac{y}{b} \frac{db}{dx} = 0, \quad Fr^2 = \frac{V^2}{gD} = \frac{Q^2 b}{A^3 g} = \frac{Q^2 b}{gb^3 y^3} = \frac{q^2}{gy^3}, \quad b_{\min} = \frac{3}{2} \frac{Q}{E_1^{3/2}} \sqrt{\frac{3}{2g}}$$

Καμπύλες (προφίλ) ελεύθερης επιφάνειας

$J_o=0$	Καμμία	H2	H3
$0 < J_o < J_c$	M1	M2	M3
$0 < J_o = J_c$	C1	C2	C3
$J_o > J_c$	S1	S2	S3
Adverse $J_o < 0$	Καμμία	A2	A3

$J_o < J_c$ ($y_o > y_c$) ΥΠΟΚΡΙΣΙΜΗ, $J_o = J_c$ ($y_o = y_c$) ΚΡΙΣΙΜΗ, $J_o > J_c$ ($y_o < y_c$) ΥΠΕΡΚΡΙΣΙΜΗ κλίση

Υπολογισμός μηκοτομής της ελεύθερης επιφάνειας (BMP)

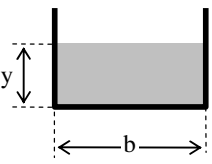
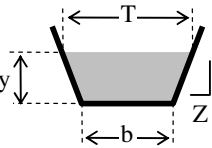
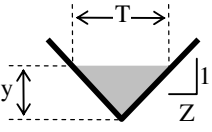
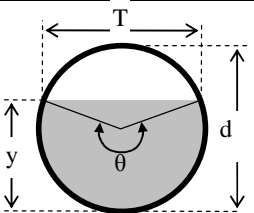
1. Άμεση βήμα προς βήμα ολοκλήρωση (Direct method).

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{J_o - \bar{J}_E} = \frac{\Delta E}{J_o - \bar{J}_E}, \quad E_i = y_i + \alpha_i \frac{V_i^2}{2g}, \quad J_{Ei} = \frac{n^2 V_i^2}{R_i^{4/3}}, \quad \bar{J}_E = \frac{J_{E1} + J_{E2}}{2}$$

2. Τυπική μέθοδος βήμα προς βήμα ολοκλήρωσης (Standard step method)

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H, \quad \Delta H = h_f + h_e, \quad \text{όπου}$$

$$h_f = J_E \Delta x = (J_{E1} + J_{E2})/2 \quad \text{και} \quad h_e = k \Delta (\alpha V^2 / 2g)$$

Διατομή	A	P	T	R	D	$\bar{y}$ και y
	by	$b + 2y$	b	$\frac{by}{b + 2y}$	y	$\bar{y} = \frac{y}{2}$
	$(b + Zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$	$b + 2Zy$	$\frac{(b + Zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}}$	$\frac{(b + Zy)y}{b + 2Zy}$	$\bar{y} = \frac{y}{3} \frac{3b + 2Zy}{2b + 2Zy}$
	Zy^2	$2y\sqrt{1 + Z^2}$	$2Zy$	$\frac{Zy}{2\sqrt{1 + Z^2}}$	$\frac{y}{2}$	$\bar{y} = \frac{y}{3}$
	$\frac{(\theta - \sin \theta)}{8} d^2$	$\frac{\theta}{2} d$	$d \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d - y)}$	$\left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right) \frac{d}{4}$	$\frac{(\theta - \sin \theta)}{8 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} d$	$y = [1 - \cos(\theta/2)] \frac{d}{2}$ $\bar{y} = \frac{2d(\sin(\theta/2))^3}{3(\theta - \sin \theta)} - \frac{d}{2} \cos(\theta/2)$

A = εμβαδόν υγρής διατομής, P = βρεχόμενη περίμετρος, T = πλάτος ελεύθερης επιφάνειας, R = υδραυλική ακτίνα, D = υδραυλικό βάθος, $\bar{y}$ = απόσταση KB υγρής διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια.