



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (ΕΜΠ)

Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών

Τομέας Ναυτικής Μηχανολογίας

Ιωάννης Γεωργίου, PhD

Καθηγητής Mechanical Engineering & Marine Engineering

Μάθημα «Τεχνολογία Κραδασμών και Θορύβων στη Ναυτική & Ναυπηγική Μηχανολογία»

Πειραματική δυναμική διάδοσης ήχου και εκδήλωσης φυσικών ταλαντώσεων σε ελαστικό μέσο

Η εργαστηριακή άσκηση αποσκοπεί στο να δείξει-διδάξει την σχέση μεταξύ κυμάτων παλμού και φυσικών ελεύθερων ταλαντώσεων, ως στάσιμα κύματα, σε ένα ελαστικό μέσο πεπερασμένου μήκους. Επιλέγουμε την ελαστική ράβδο και την διεγείρουμε με ένα σημειακό σε χώρο-και-χρόνο παλμό δύναμης. Ο τοπικός παλμός προξενεί μια τοπική σε χώρο-και-χρόνο αρχική ταχύτητα, η οποία είναι η αρχή μελλοντικού φαινομένου δυναμικής. Ποίο είναι το αρχικό στάδιο της κίνησης? Πώς εξελίσσεται αυτή η αρχική κίνηση? Θα δούμε ξεκάθαρα την ύπαρξη μη διασκορπιστικών διαμηκών παλμικών κυμάτων. Αυτά προβλέπονται αναλυτικά από την εξίσωση κίνησης της ιδεατής ελαστικής ράβδου.

Πείραμα

Θεωρούμε δύο ελαστικές ράβδους, εκάστη μήκους περίπου 3000 μμ., και με ομοιόμορφες διατομές (κυκλική, τετραγωνική). Η μία αποτελείται από κράμα αλουμινίου, η δε άλλη από χάλυβα. Η ράβδος στηρίζεται με νήματα από την οροφή έτσι ώστε να είναι οριζόντια. Η στήριξη αυτή έχει ως αποτέλεσμα τα άκρα να έχουν μηδενικές δυνάμεις και ροπές. Στο κέντρο του ενός άκρου επιβάλλεται στιγμιαία κρουστική δύναμη. Η δυναμική καταγράφεται με επιταχυνσίομετρο στο άλλο άκρο. Η δειγματοληψία μετρήσεων είναι αρκετά υψηλή και επομένως αναμένεται να αποτυπωθούν τα αναμενόμενα αρχικά κυματικά φαινόμενα. Η μέτρηση γίνεται με πιεζοηλεκτρικό επιταχυνσιόμετρο μικρής μάζας και μεγέθους. Η δειγματοληψία είναι στα 100000Hz. Η μετατροπή απο αναλογικό σε ψηφιακό σήμα γίνεται στα 16 bits. Το πειραματικό σφάλμα, λόγω διακριτοποίησης, είναι $20/2^{16} = 0.000305156$. Ο χρόνος δειγματοληψίας είναι $1/100000 = 0.0000100$. Βέβαια έχουμε και τον εγγενή θόρυβο που παράγουν τα όργανα.



Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`



Εικόνα 1. Πειραματική διάταξη για την μέτρηση ταχύτητας ήχου σε ελαστικό μέσο και την διερεύνηση δυναμικής διαμήκων κυμάτων και ελεύθερων ταλαντώσεων σε ελαστική ράβδο.

Τεχνική Έκθεση

Κάθε ομάδα λαμβάνει ΌΛΕΣ ΤΙΣ μετρήσεις επιτάχυνσης. Να επεξεργαστούν όλες οι μετρήσεις. Σχετικές οδηγίες δίδονται στο Παράρτημα.

1-Κυματικά Φαινόμενα

Ανάλυση Κυματικού Φαινομένου Να αναλύσετε το αρχικό στάδιο της κίνησης στο διάστημα [49800-51300]. Να αποσπάσετε τα πέντε πρώτα κυματικά φαινόμενα μέ κριτήριο την χρονική στιγμή που η επιτάχυνση λαμβάνει την μέγιστη απόλυτη τιμή. Να υπολογίσετε την σχετική χρονική απόσταση των μεγίστων μεταξύ διαδοχικών κυματικών γεγονότων. Να υλολογίσετε την χρονική απόσταση των κυματικών γεγονότων με βάση την μέγιστη απόλυτη τιμή. Οι υπολογισμοί για κάθε μέτρηση να δοθούν σε πίνακα.

Πίνακες 1,2,3,4. Υπολογισμοί μερτήσεων 1,2,3,4

α/α κυματικού γεγονότος κ	Χρονικό σημείο μέγιστης απόλυτης τιμής επιτάχυνσης $N_{\max}^{(k)}$	Χρονικά σημεία μεταξύ διαδοχικών μεγίστων απόλυτης τιμής επιτάχυνσης κυματικού γεγονότος $DN_{\max}^{(k)} \equiv N_{\max}^{(k+1)} - N_{\max}^{(k)}$	Χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών μεγίστων απόλυτης τιμής επιτάχυνσης κυματικού γεγονότος $t_{2L} \equiv DN_{\max}^{(k)} \times DT$
1			
2		?	?
3		?	?
4		?	?



Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`

5		?	?
---	--	---	---

Τι συμπεραίνετε για την μέση τιμή του t_{2L} και την κυματομορφή των πέντε κυματικών φαινομένων? Είναι το κυματικό φαινόμενο αναλλίωτο στην χρονική του εξέλιξη?

Ταχύτητα Διάδοσης Ήχου. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του παλμού, άρα ήχου, στην ελαστική ράβδο από κράμα αλουμινίου ή χάλυβα.

$$C_{\text{experiment}} \equiv 2L/t_{2L}$$

Ο όρος t_{2L} είναι η πειραματική τιμή του χρόνου που χρειάζεται ο παλμός να διανύσει με σταθερή ταχύτητα συνεχές μέσο μήκος $2L$, όπου L είναι το μήκος της πειραματικής ράβδου.

Να συγκρίνετε την πειραματική τιμή διάδοσης ήχου με την θεωρητική τιμή διάδοση διαμήκων ελαστικών κυμάτων στην ιδεατή ελαστική ράβδο.

$$C_{\text{theory}} \equiv \sqrt{E/\rho}$$

Οι όροι E και ρ συμβολίζουν το μέτρο ελαστικότητας και την πυκνότητα του υλικού από το οποίο αποτελείται η ράβδος. Οι υπολογισμοί να δοθούν σε μορφή πίνακα.

Πίνακας 4. Μέτρηση διάδοσης ταχύτητας ήχου σε ελαστική ράβδο από κράμα αλουμινίου ή χάλυβα.

α/α μέτρησης	Πειραματική ταχύτητα διάδοσης ήχου $C_{\text{experiment}}$	Θεωρητική ταχύτητα διάδοσης ήχου C_{theory}	Σφάλμα $\frac{C_{\text{experiment}} - C_{\text{theory}}}{C_{\text{theory}}}$
1			
2			
3			
4			

Να υπολογίσετε το πειραματικό σφάλμα για το $C_{\text{experiment}}$



Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`

2-Φαινόμενα Ταλάντωσης

Να μελετήσετε τις τέσσερις μετρήσεις (γραφική παράσταση) στο διάστημα [145000-146000], ήτοι 1000 σημεία. Έχουν χαρακτηριστικά διαδιδόμενου κύματος ή στασίμου κύματος, ήτοι φυσικής ελεύθερης ταλάντωσης?

Να θεωρήσετε εκάστη μέτρηση στο διάστημα [200000-250000], ήτοι 50000 σημεία. Να υπολογίσετε το φάσμα συχνοτήτων (Hz) με το εργαλείο FFT (Fast Fourier Transform). Να εξάγετε τις τέσσερις κυρίαρχες συχνότητες (Hz) καθώς και τους αντίστοιχους συντελεστές. Οι υπολογισμοί να δοθούν σε πίνακα.

Πίνακας 6.

α/α μέτρησης	$f_1 - c_1$	$f_2 - c_2$	$f_3 - c_3$	$f_4 - c_4$
1				
2				
3				
4				

Να ταυτοποιήσετε τις τέσσερις κυρίαρχες πειραματικές συχνότητες με τις θεωρητικές ιδιοσυχνότητες της ράβδου με ελεύθερα άκρα. Οι υπολογισμοί να δοθούν σε πίνακα.

Πίνακας 7.

Πειραματικές συχνότητες	Θεωρητικές συχνότητες	Σφάλμα
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	

Το ακόλουθο Παράρτημα περιέχει χρήσιμες πληροφορίες για την ανάλυση των μετρήσεων.

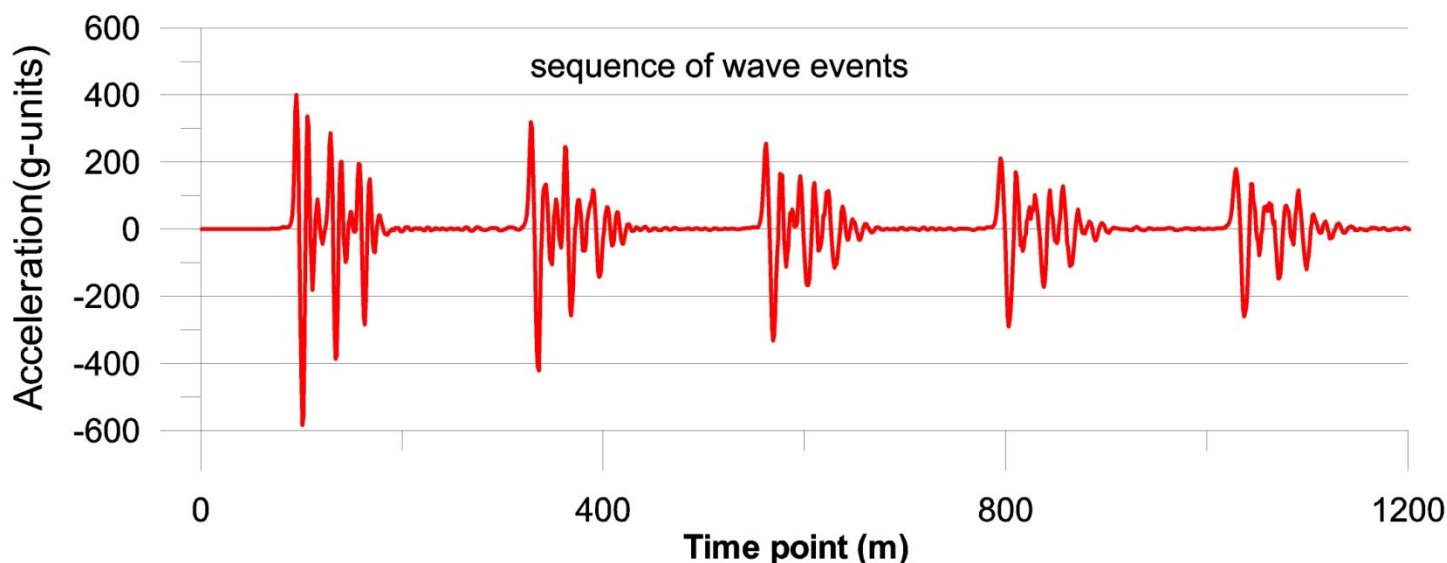
Παράρτημα -Ανάλυση Μετρήσεων

Η επιτάχυνση του άκρου της ράβδου έχει καταγραφεί για 1,75 seconds (375000 time points) με δειγματοληψία 200000 Hz. Το φαινόμενο αρχικά είναι τοπική κίνηση-κύμα από παλμό και κατόπιν ο παλμός εξελίσσεται σε κατανεμημένη ελεύθερη κίνηση-ταλάντωση σε όλη την έκταση της ράβδου.

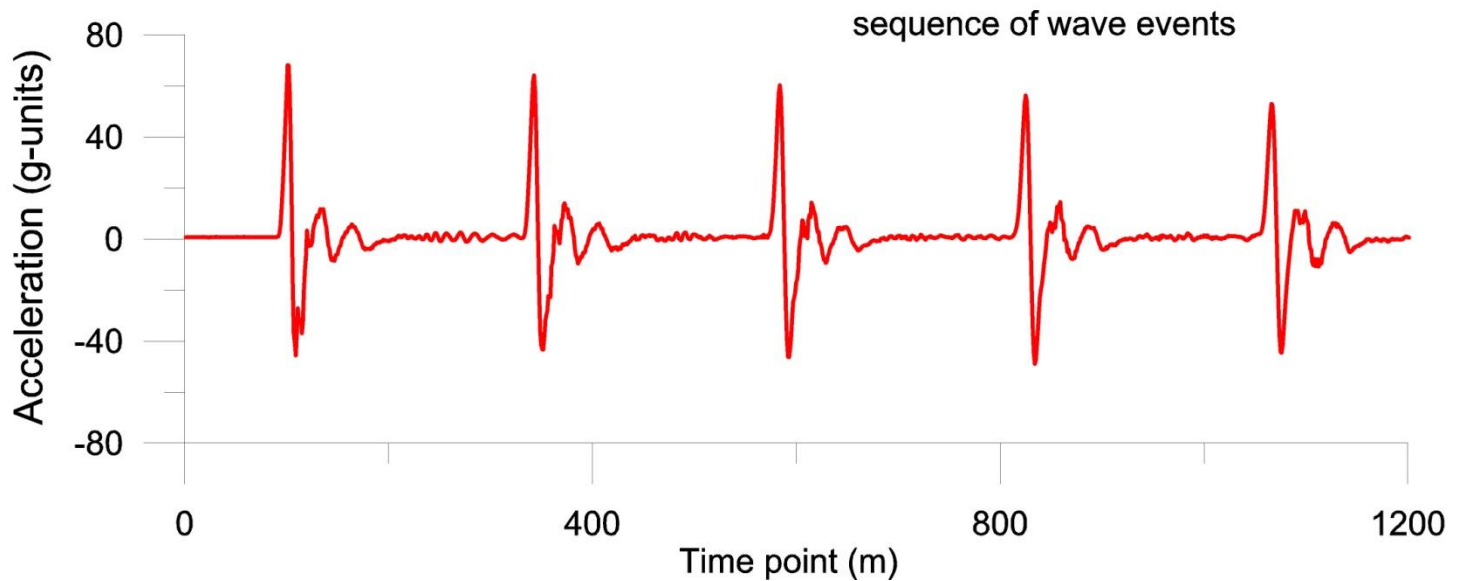


1-Το Κυματικό Φαινόμενο

Το διάγραμμα 1 δίνει την κυματομορφή του σήματος στο αρχικό στάδιο των 2000 χρονικών σημείων, το οποία αντιστοιχεί σε 0,001 seconds. Παρατηρούνται διαστήματα με ταλαντώση και με χωρίς ταλάντωση. Άρα η κίνηση είναι τοπική και αναγκαστικά μεταβαλλόμενη στο χρόνο. Η κίνηση αποτελείται από διαδοχικά κυματικά γεγονότα τα οποία μπορούν να διαχωριστούν ως ανεξάρτητα όπως δείχνουν τα Διαγράμματα 3-4. Τα κυματικά γεγονότα έχουν χρονική έκταση, η οποία μπορεί να υπολογιστεί από την χρονική απόσταση μεταξύ των απόλυτων μεγίστων δυο διαδοχικών γεγονότων. Αυτή η παρατήρηση θα οδηγήσει σε ακριβή υπολογισμό της ταχύτητας διάδοσης διαμήκων ελαστικών κυμάτων, ήτοι ήχου.

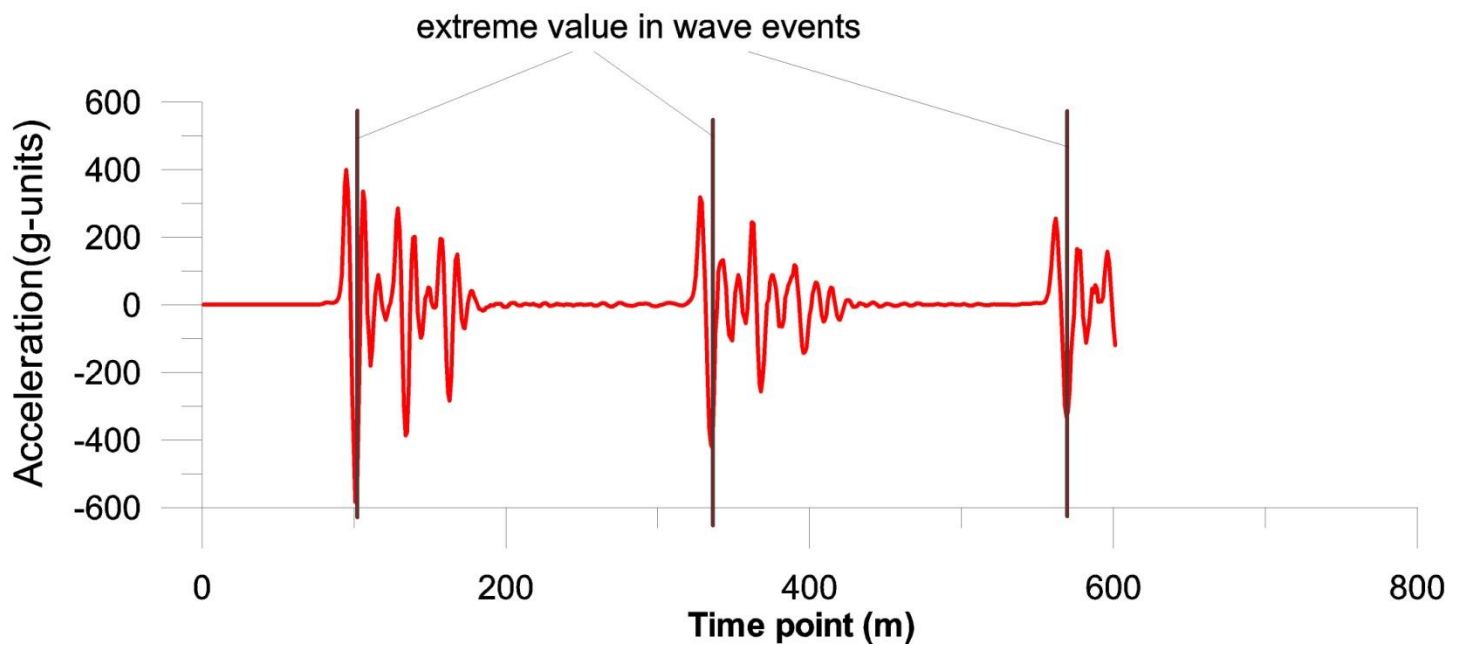


Διάγραμμα 1. Δείγμα μέτρησης (χρονοσειρά) επιτάχυνσης του άκρου πειραματικής ράβδου που διεγείρεται από σημειακή κρουστική δύναμη στο άλλο άκρο. Η κυματομορφή αρχίζει με μια ακολουθία φαινομένων δυναμικής τα οποία μαρτυρούν την διάδοση και ανάκλαση παλμού στα όρια της ράβδου. Ράβδος 3000 μμ από κράμα αλουμινίου.



Διάγραμμα 2. Αρχικά διαδοχικά κυματικά γεγονότα όπως και στο Διάγραμμα 1. Ράβδος 3020 μμ από χάλυβα.

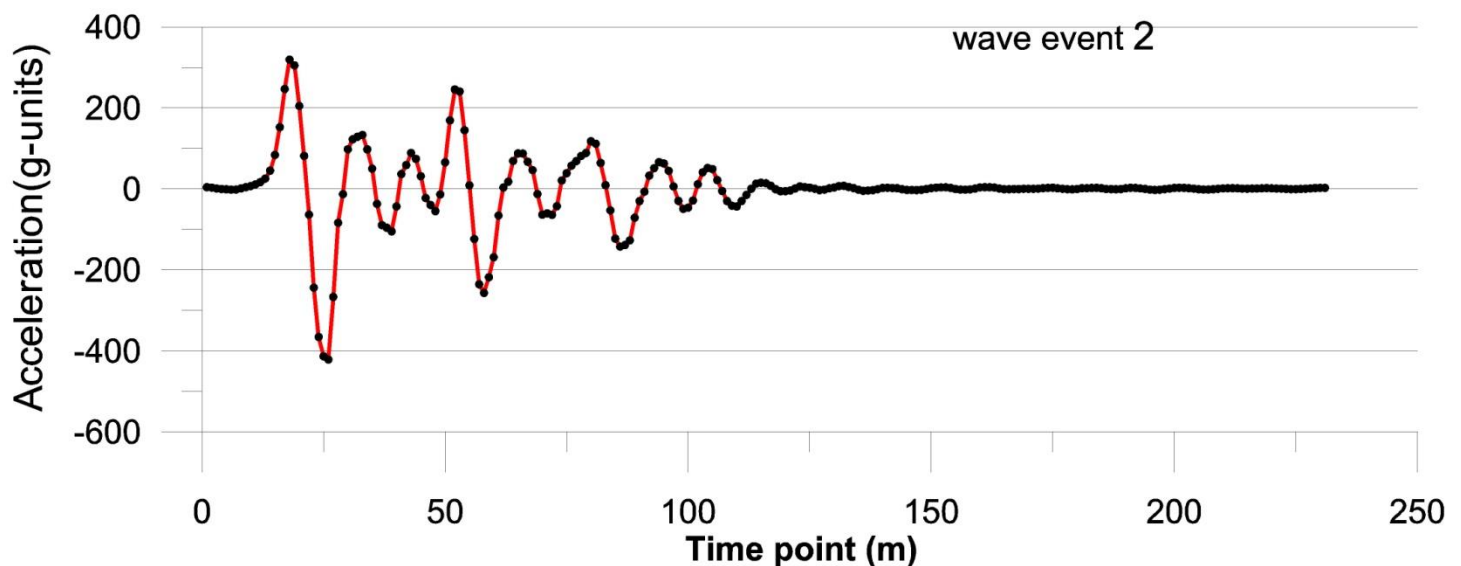
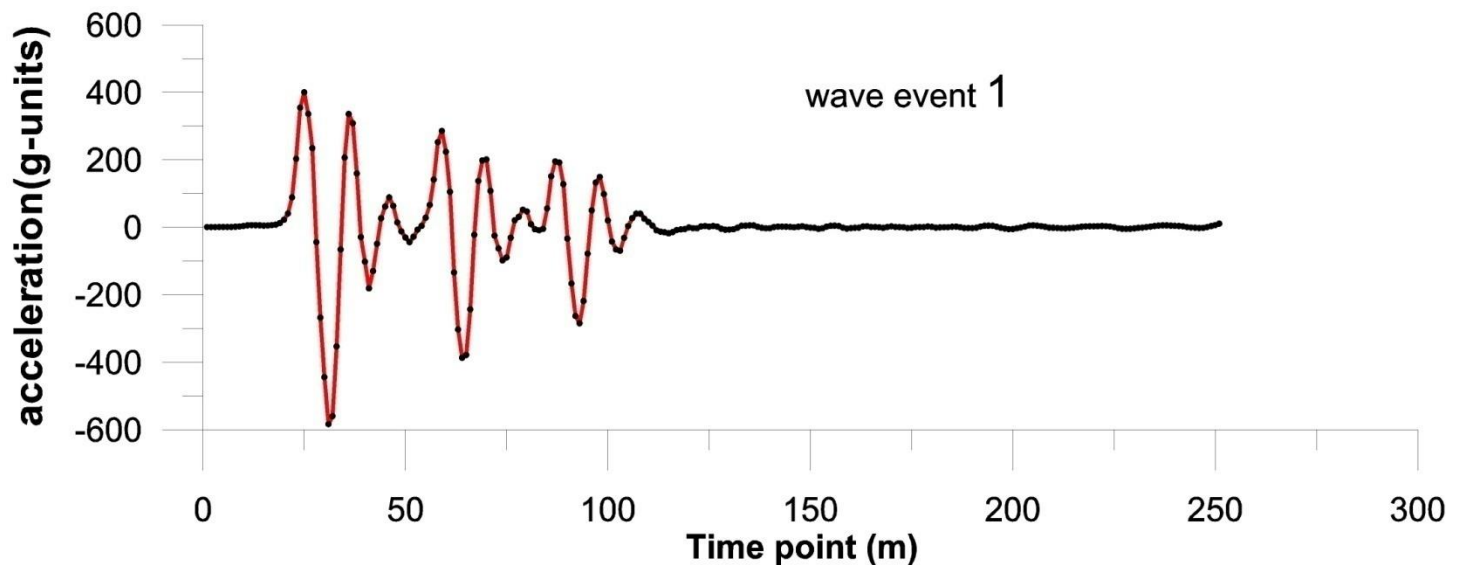
Διαχωρισμός Κυματικών Φαινομένων



Διάγραμμα 3. Σειρά απο τρία διαδοχικά κυματικά φαινόμενα. Η χρονική τους έκταση φαίνεται να είναι σταθερή ως προς το χρόνο και να καθορίζεται με απόλυτη σαφήνεια από την απόσταση την μέγιστων απόλυτων τιμών της επιτάχυνσης.



Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`



Διάγραμμα 4 Δύο διαδοχικά κυματικά γεγονότα. Η χρονική τους διάρκεια καθώς και οι μορφές τους φαίνονται να είναι αμετάβλητα. Αυτές οι ιδιότητες είναι ενδείξεις ότι η σημειακή δύναμη στο άκρο έχει προξενήσει παλμό ο οποίος διαδίδεται με συγκεκριμένη ταχύτητα και ότι ανακλάται στα άκρα με το ίδιο τρόπο. Σκοπος του πειράματος είναι να διερευνήσει τις ιδιότητες των κυματικών γεγονότων με αυστηρό τρόπο ώστε να καταλήξει σε εκτίμηση της ταχύτητας διάδοσης του ήχου σε ελαστικό μέσο.

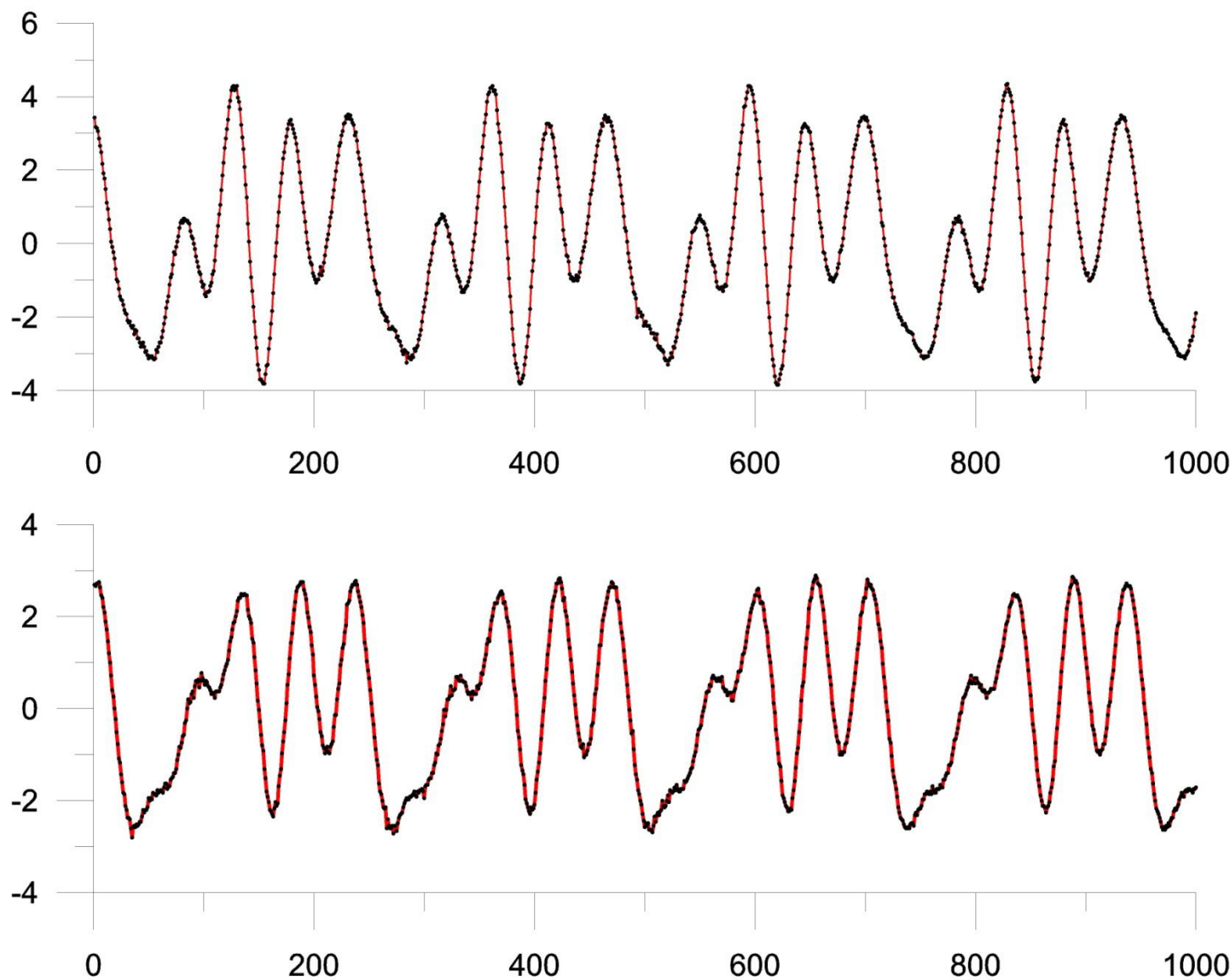
2-Φαινόμενο Ταλάντωσης

Παρατηρούμε την κυματομορφή μετα από 1.5 seconds για 0.0005 seconds. Παρατηρούμε ένα διαφορετικό γεγονός. Είναι παλαντώση με περίοδο περίπου αυτή των κυματικών γεγονοτων. Βλέπουμε ότι το κύμα έχει δημιουργήσει μια θεμελειώδη χρονική κλίμακα μέσα από την φυσική

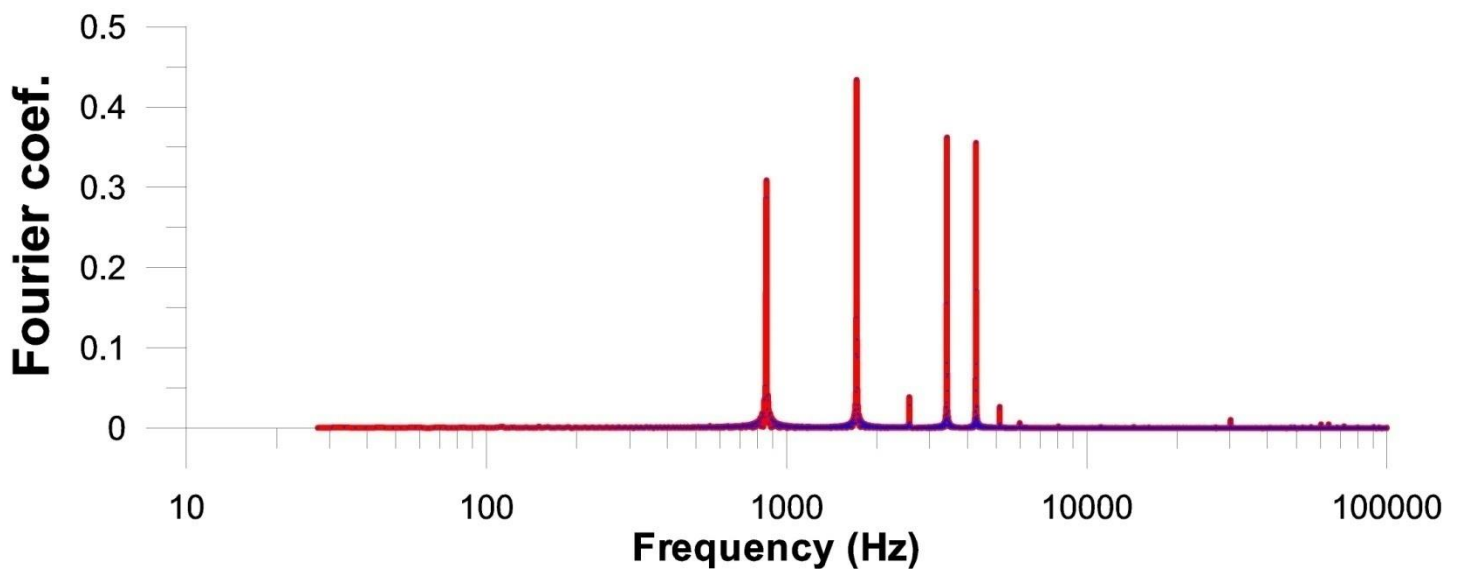
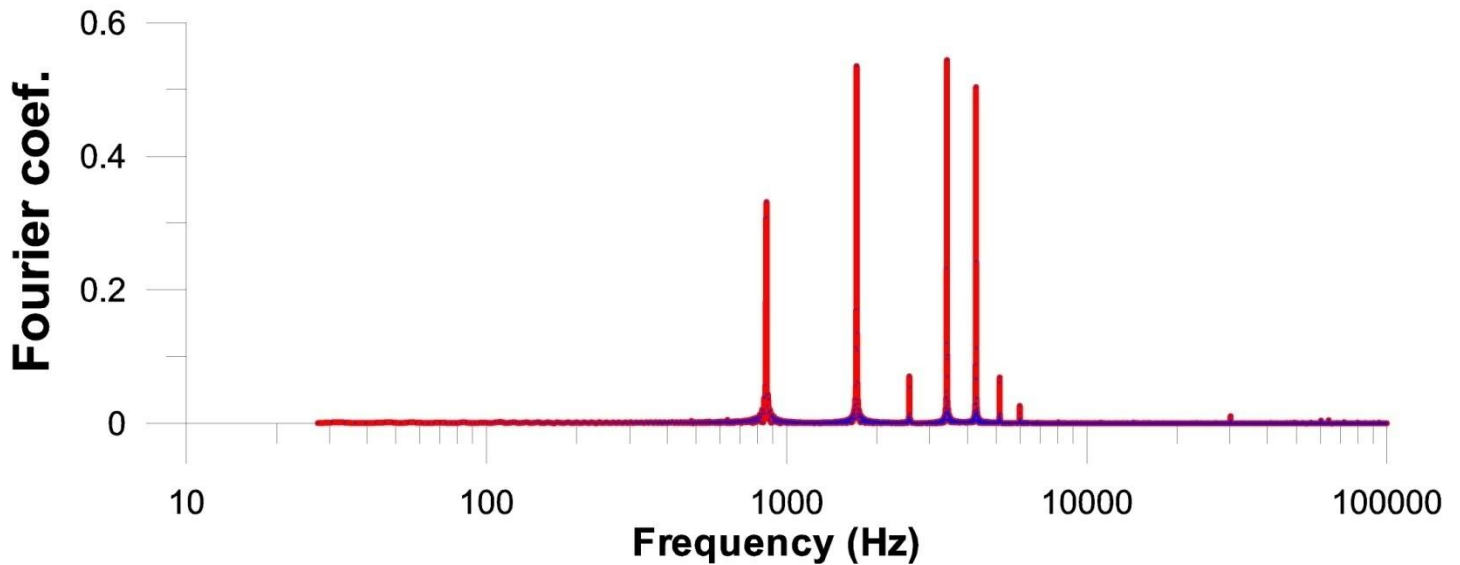


Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`

της ανάκλασης του παλμού στα άκρα και του μήκους της μέσα από την ταχύτητα διάδοσης, η οποία είναι ιδιότητα του υλικού. Υπολογίζουμε το φάσμα συχνοτήτων για την κυματομορφή για 50000 σημεία. Το φάσμα παραμένει αναλλίωτο.



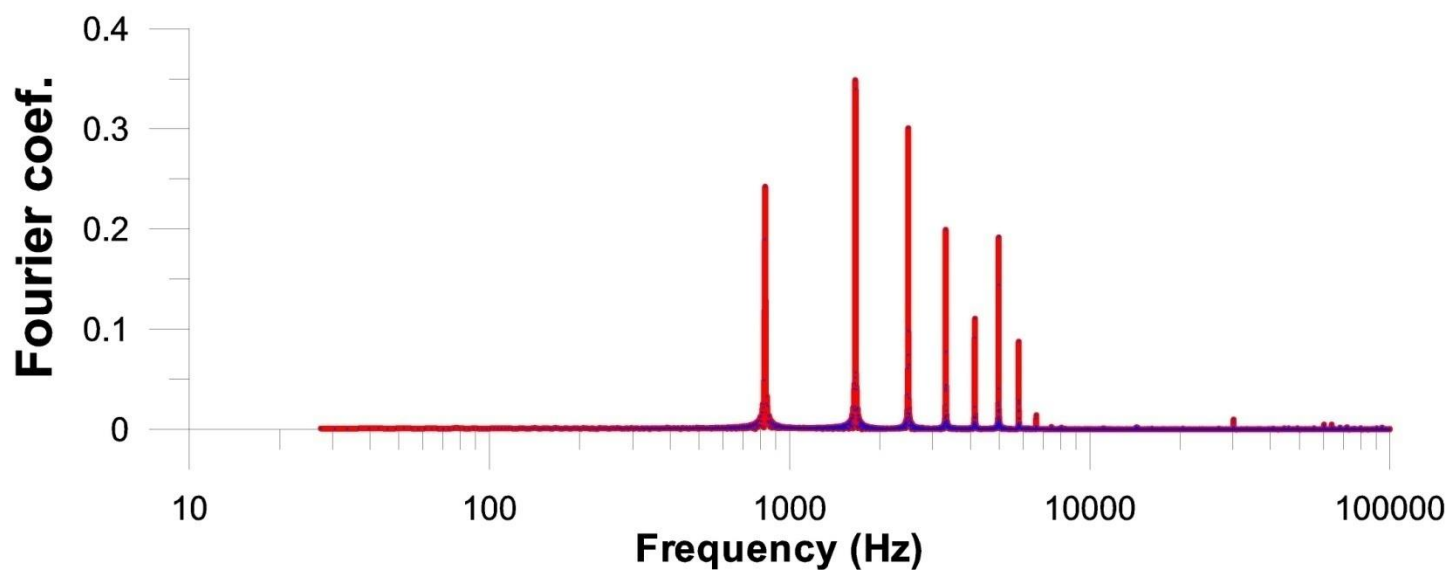
Διάγραμμα 5 Περιορισμός μέτρησης στα διαστήματα [25000-251000] και [30000-301000]. Η κίνηση είναι ελεύθερη ταλάντωση.



Διάγραμμα 6 Ράβδος 3000μμ από κράμα αλουμινίου. Φάσμα συχνοτήτων σήματος στα διαστήματα [250000-300000] και [300000-350000] του συνολικού διαστήματος [1-350000]. Το φάσμα παραμένει αναλλίωτο.



Πειραματική διερεύνηση κυμάτων και ταλαντώσεων σε ελαστικές ράβδους-μέτρηση ταχύτητας διάδοσης ήχου`



Διάγραμμα 7. Ράβδος από χάλυβα-μήκους 3020μμ. Φάσμα συχνοτήτων του σήματος επιτάχυνσης στο διάστημα [250000-300000] του συνολικού διαστήματος [1-350000].