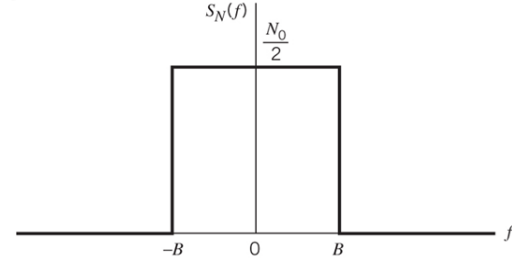


# ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

## Λύση 2<sup>ης</sup> Άσκησης Διαγωνίσματος 21/6/2018

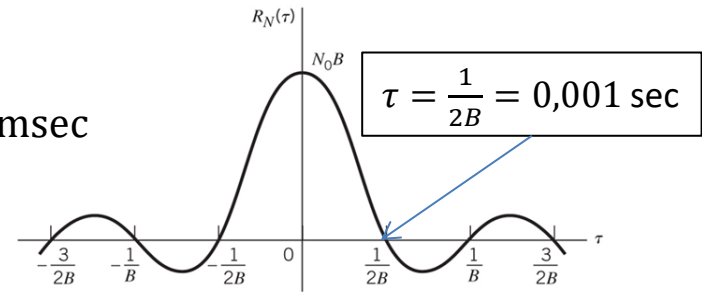
Στατική Στοχαστική Ανάλυση Gauss  $N(t)$  με

$$\mu_N = 0, S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2}, & -B \leq f \leq B \\ 0, & |f| > B \end{cases}$$



Για  $N_0 = 10$  Watts/Hz και  $B = 500$  Hz να βρεθούν:

1. Η Κατανομή Πυκνότητας Πιθανότητας (PDF) της Τυχαίας Μεταβλητής  $Y = 2N(t) - 2$  για  $t = 1$  msec
2. Η Κατανομή Πυκνότητας Πιθανότητας (PDF) της Τυχαίας Μεταβλητής  $Z = 2N(t_1) + N(t_2) - 2$  για  $t_1 = 1, t_2 = 3$  msec



$$R_N(\tau) = N_0B \operatorname{sinc}(2B\tau) = 5.000 \times \operatorname{sinc}(1.000\tau)$$

Απάντηση:

Η  $N(t)$  έχει κατανομή Gauss  $\mu_N = 0$  και  $\sigma_N^2 = \mathbf{E}[N(t)^2] - \mu_N^2 = \mathbf{E}[N(t)^2] = R_N(0) = \int_{-B}^B S_N(f)df = B \times N_0 = 2.500$

$$\Rightarrow f_{N(t)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_N^2}\right], \sigma_N = \sqrt{B \times N_0} = \sqrt{5000}, \sigma_N^2 = 5.000$$

1. Ο γραμμικός μετασχηματισμός  $Y = 2N(t) - 2$  δημιουργεί τυχαία μεταβλητή Gauss με  $\mu_Y = 2\mu_N - 2 = -2$  και

$$\sigma_Y^2 = 2^2\sigma_N^2 = 20.000 \Rightarrow f_Y(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Y}} \exp\left[-\frac{(x-\mu_Y)^2}{2\sigma_Y^2}\right]$$

2. Ο γραμμικός μετασχηματισμός  $Z = 2N(t_1) + N(t_2) - 2$  δημιουργεί τυχαία μεταβλητή Gauss που προκύπτει σαν γραμμικός συνδυασμός των τυχαίων μεταβλητών **Gauss**  $N(t_1)$  και  $N(t_2)$  που είναι **αυσοχέτιστες** και άρα **ανεξάρτητες** για  $|t_1 - t_2| = |\tau| = k$  msec,  $k = 1, 2, \dots$ :  $\mathbf{E}[N(t_1)N(t_2)] = R_N(\tau) = N_0B \operatorname{sinc}(2B\tau) = 5.000 \times \operatorname{sinc}(k) = 0, k = 1, 2, \dots$

Άρα  $\mu_Z = 2\mu_N + \mu_N - 2 = -2$  και

$$\sigma_Z^2 = 2^2\sigma_N^2 + \sigma_N^2 = 5\sigma_N^2 = 25.000 \Rightarrow f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z}} \exp\left[-\frac{(x-\mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right]$$