

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

1ο Τμήμα (Α - Κ): Αμφιθέατρο 4, Νέα Κτίρια ΣΗΜΜΥ

Διαμόρφωση Γωνίας (Angle Modulation) - 3

- 4.4: Βρόχος Κλειδωμένης Φάσης (Phase-Locked Loop - PLL)
- 4.5: Μη Γραμμικά Φαινόμενα σε Συστήματα FM
- 4.6: Υπερετερόδυνος Δέκτης (Superheterodyne Receiver)

καθ. Βασίλης Μάγκλαρης
maglaris@netmode.ntua.gr
www.netmode.ntua.gr

Τρίτη 28/5/2019

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ – 1ο Τμήμα

4.4 Phase-Locked Loop, PLL (1/3)

Βρόχος Κλειδωμένης Φάσης, PLL

1. **Πολλαπλασιαστής**: Κέρδος k_m volt⁻¹
2. **Loop filter**: Φίλτρο Βρόχου τύπου LPF με impulse response $h(t) \leftrightarrow H(f)$
3. **Voltage-controlled oscillator, VCO**: Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση $v(t)$

Σήμα διαμόρφωσης: $m(t)$

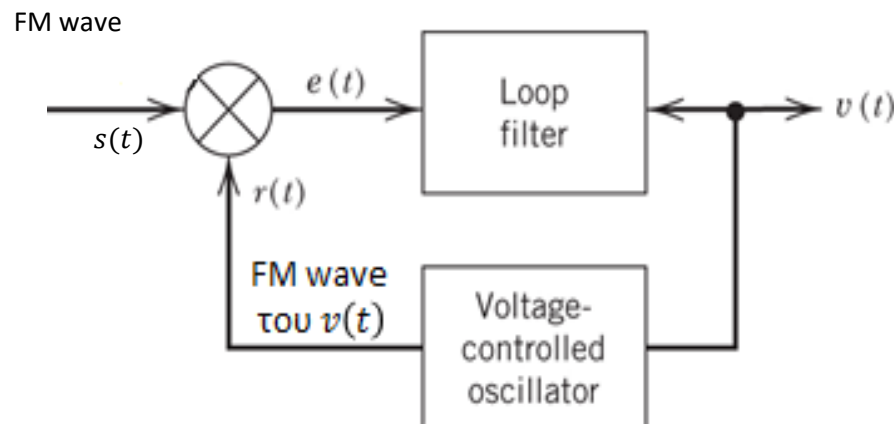
Φέρον: $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$

Σήμα FM: $s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + \varphi_1(t)]$, $\varphi_1(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$, k_f Frequency Sensitivity FM

Έξοδος VCO: Διαμορφώνει κατά FM την είσοδο $v(t)$ με ολίσθηση φάσης 90°

$v(t) \rightarrow r(t) = A_v \cos[2\pi f_c t + \varphi_2(t)]$, $\varphi_2(t) = 2\pi k_v \int_0^t v(\tau) d\tau$, k_v Frequency Sensitivity VCO (Hz/volt)

Αν $v(t) = 0 \rightarrow r(t) = A_v \cos[2\pi f_c t]$: Αδιαμόρφωτο φέρον με ολίσθηση φάσης 90°



4.4 Phase-Locked Loop, PLL (2/3)

Μη Γραμμικό Μοντέλο PLL

Έξοδος πολλαπλασιαστή: $e(t) = k_m A_c A_v \sin[2\pi f_c t + \varphi_1(t)] \cdot \cos[2\pi f_c t + \varphi_2(t)]$
 $= k_m A_c A_v \{\sin[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] + \sin[4\pi f_c t + \varphi_1(t) + \varphi_2(t)]\} = e_L(t) + e_F(t)$
 {όροι **Low** & **High-frequency**}

Έξοδος loop filter: $v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau \cong \int_{-\infty}^{\infty} e_L(\tau) h(t - \tau) d\tau :$

Οι όροι **High-frequency** $e_F(t)$ θα κοπούν από το **Loop Filter** που έχει συμπεριφορά **LPF** και μένουν οι
 $e_L(t) = k_m A_c A_v \sin[\varphi_1(t) - \varphi_2(t)]$

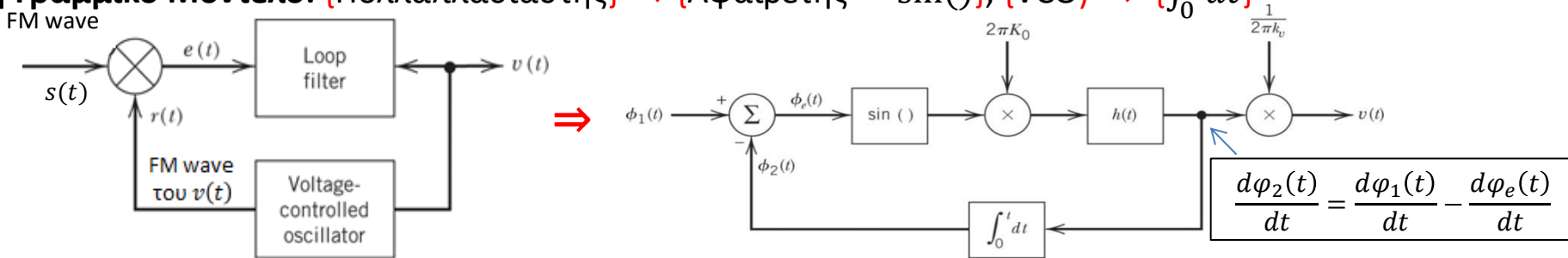
Σφάλμα φάσης: $\varphi_e(t) \triangleq \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \varphi_1(t) - 2\pi k_v \int_0^t v(\tau) d\tau = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau - 2\pi k_v \int_0^t v(\tau) d\tau$

$$\frac{d\varphi_e(t)}{dt} = \frac{d\varphi_1(t)}{dt} - 2\pi k_v v(t)$$

$$= \frac{d\varphi_1(t)}{dt} - 2\pi k_v \int_{-\infty}^{\infty} e_L(\tau) h(t - \tau) d\tau = \frac{d\varphi_1(t)}{dt} - 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \sin[\varphi_e(\tau)] h(t - \tau) d\tau$$

Non-linear integro-differential equation όπου $K_0 \triangleq k_m k_v A_c A_v$ σε Hz (**loop-gain parameter**)

Μη Γραμμικό Μοντέλο: {Πολλαπλασιαστής} $\Rightarrow$ {Αφαιρέτης $\rightarrow \sin()$ }, {VCO} $\Rightarrow$ $\{\int_0^t dt\}$



Αν **κλειδώσει** η φάση $\varphi_1(t) \cong \varphi_2(t)$ ή $2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \cong 2\pi k_v \int_0^t v(\tau) d\tau$ για $\forall t > 0$ και προκύπτει

$$m(t) \cong \frac{k_v}{k_f} v(t)$$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ – 1ο Τμήμα

4.4 Phase-Locked Loop, PLL (3/3)

Γραμμικό Προσεγγιστικό Μοντέλο PLL

Κλείδωμα φάσης (*phase lock*): $\varphi_e(t) \triangleq \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = 0$

Όταν $\varphi_e(t) < 1 \text{ rad} \Rightarrow \sin[\varphi_e(t)] \cong \varphi_e(t)$: *near phase-lock* $\Rightarrow$ η μη γραμμική integro-differential equation γίνεται γραμμική (*linear integro-differential equation*):

$$\frac{d\varphi_e(t)}{dt} + 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_e(\tau) h(t - \tau) d\tau = \frac{d\varphi_1(t)}{dt}$$

Αν $\varphi_e(t) \leftrightarrow \Phi_e(f)$, $\varphi_1(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)$, $h(t) \leftrightarrow H(f)$ και με $L(f) \triangleq K_0 \frac{H(f)}{jf}$ (*open-loop transfer function*):

$$\Phi_e(f) = \frac{1}{1+L(f)} \Phi_1(f)$$

Αν $|L(f)| \gg 1$ για συχνότητες που ενδιαφέρουν, $\Phi_e(f) \rightarrow 0$ και $\varphi_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(f) \exp(j2\pi f t) df \rightarrow 0$:

Η έξοδος του **VCO** $\varphi_2(t) \rightarrow \varphi_1(t)$ (**ασυμπτωτικό κλείδωμα φάσης**)

Με

$$v(t) \leftrightarrow V(f) = \frac{K_0}{k_v} H(f) \Phi_e(f) = \frac{jf}{k_v} L(f) \Phi_e(f) = \frac{(jf/k_v)L(f)}{1+L(f)} \Phi_1(f)$$

$$\text{και με } |L(f)| \gg 1: V(f) \cong \frac{jf}{k_v} \Phi_1(f) \Rightarrow v(t) \cong \frac{1}{2\pi k_v} \frac{d\varphi_1(t)}{dt}$$

Η γωνία $\varphi_1(t)$ αφορά στο σήμα FM

$$s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + \varphi_1(t)]$$

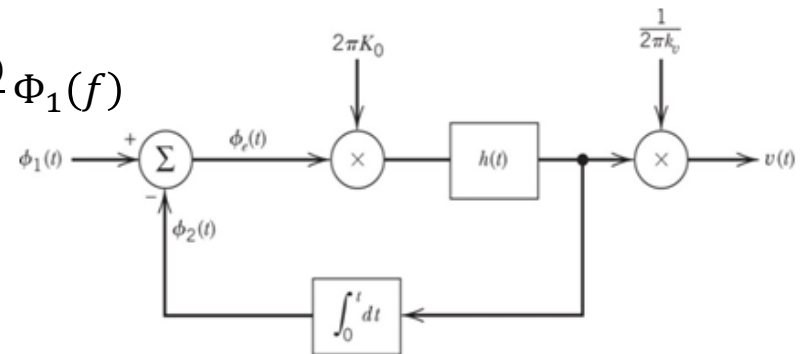
$$\text{Έχουμε } \varphi_1(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{d\varphi_1(t)}{dt} = 2\pi k_f m(t)$$

και εφόσον $2\pi k_v v(t) \cong \frac{d\varphi_1(t)}{dt}$ για $|L(f)| \gg 1$ προκύπτει

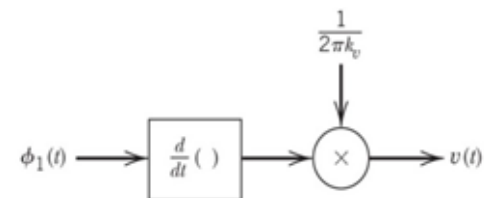
$$m(t) \cong \frac{k_v}{k_f} v(t)$$

Παράγων πολυπλοκότητας PLL: Η συνάρτηση μεταφοράς $H(f)$

1st Order PLL: $H(f) = 1$ (ideal **LPF**) για συχνότητες που ενδιαφέρουν



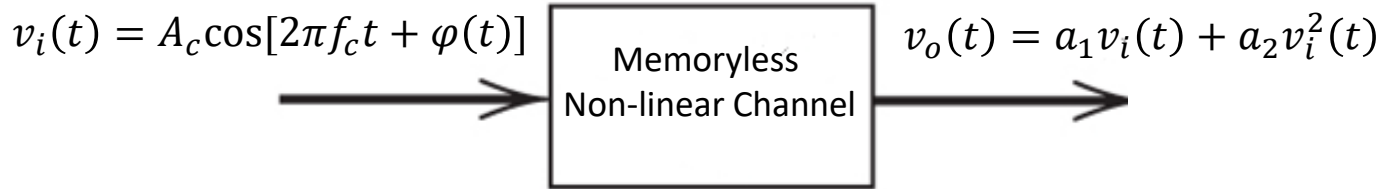
(a) Γραμμικό Μοντέλο



(b) Προσέγγιση για $|L(f)| \gg 1$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ – 1ο Τμήμα

4.5 Μη Γραμμικά Φαινόμενα σε Συστήματα FM



Είδη μη γραμμικότητας:

1. **Strong:** Σκόπιμη
2. **Weak:** Παρασιτική παραμόρφωση

Weak Non-linearity: Non-linear Memoryless Channel σε Εκπομπή FM

- Σήμα εισόδου: $v_i(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$, $\varphi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$
- Σήμα εξόδου: $v_o(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) = \alpha_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)] + \alpha_2 A_c^2 \cos^2[2\pi f_c t + \varphi(t)]$
$$= \frac{1}{2} \alpha_2 A_c^2 + \alpha_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)] + \frac{1}{2} \alpha_2 A_c^2 \cos[4\pi f_c t + 2\varphi(t)]$$

$$\cos^2(x) = 1/2 + 1/2 \cos(2x)$$

- Αρκεί να απομονώσουμε τη συνιστώσα $v'_o(t) = \alpha_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$ που αντιστοιχεί στο σήμα FM γύρω από τη φέρουσα συχνότητα f_c από παράπλευρα σήματα γύρω από την $2f_c$
- Αν το $m(t)$ έχει συχνότητες baseband $\leq W$ και η απόκλιση συχνότητας του $\alpha_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$ είναι Δf , ο διαχωρισμός της ζώνης περί f_c απαιτεί $f_c + \Delta f + W < 2f_c - (2\Delta f + W)$ (η απόκλιση συχνότητας του $\frac{1}{2} \alpha_2 A_c^2 \cos[4\pi f_c t + 2\varphi(t)]$ είναι $2\Delta f$)

Η διαμόρφωση FM, αντίθετα από διαμορφώσεις πλάτους (AM), δεν επηρεάζεται από μη γραμμικές παραμορφώσεις καναλιών που αφορούν στο πλάτος του σήματος μετάδοσης

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ – 1ο Τμήμα

4.6 Υπερετερόδυνος Δέκτης Λειτουργικές Απαιτήσεις Δέκτη

1. Αποδιαμόρφωση (AM ή FM)
2. Συντονισμός σε φέρουσα συχνότητα διαύλου RF (Radio-frequency)
3. Φιλτράρισμα
4. Ενίσχυση σήματος

Υπερετερόδυνος Δέκτης (*Superheterodyne – Superhet Receiver*): Μεταφέρει το σήμα από συχνότητες **RF** γύρω από φέρουσες συχνότητες f_{RF} (*Radio Frequency*) σε σταθερή ενδιάμεση συχνότητα f_{IF} (*Intermediate Frequency*) με μείξη συχνότητας f_{LO} τοπικού ταλαντωτή (*Local Oscillator*): $f_{IF} = f_{RF} - f_{LO}$

Σκοπός: Η απλοποίηση του σχεδιασμού κυκλωμάτων Αποδιαμόρφωσης - Συντονισμού - Φιλταρίσματος – Ενίσχυσης με αποσύνδεση από μεταβλητές συχνότητες RF

Edwin H. Armstrong: 1917/1919, Supersonic Heterodyne Receiver → Superheterodyne - Superhet Receiver: Hetero (έτερο) dyne (δύναμις, συχνότητα;)

	Ραδιοφωνία AM	Ραδιοφωνία FM
Συχνότητες RF φέροντος	0.535-1.605 MHz	88-108 MHz
Μέση συχνότητα IF	0.455 MHz	10.7 MHz
Εύρος συχνοτήτων IF	10 kHz	200 kHz

