



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών &
Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Ηλεκτρικής Ισχύος
Εργαστήριο Υψηλών Τάσεων



ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΥΨΗΛΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

(Εισαγωγή – Αναλυτικές μέθοδοι υπολογισμού ηλεκτρικών πεδίων –
Μετασχηματισμός συντεταγμένων)

Μετρήσεις και Εφαρμογές Υψηλών Τάσεων (1)

Διάρθρωση των παραδόσεων

- Αριθμητικός υπολογισμός ηλεκτρικών πεδίων
- Μετρήσεις στην Τεχνολογία Υψηλών Τάσεων (ιδιαιτερότητες;)
- Φυσική των εκκενώσεων – επίδραση των Υψηλών Τάσεων στον άνθρωπο ή/και σε τεχνικές εγκαταστάσεις

Μετρήσεις και Εφαρμογές Υψηλών Τάσεων (2)

■ Εργαστηριακές ασκήσεις

- Μετρητικό σύστημα γεννήτριας υψηλών κρουστικών τάσεων
- Έλεγχος διηλεκτρικής αντοχής μονωτικών λαδιών - Διάσπαση ατμοσφαιρικού αέρα σε ανομοιογενές πεδίο με εναλλασσόμενη τάση
- Απώλειες CORONA σε γραμμές υψηλής τάσης

■ Δυνατότητα εργαστηριακής εμβάθυνσης

■ Λογιστικές ασκήσεις

Υπολογισμός ηλεκτρικών πεδίων

Γιατί;

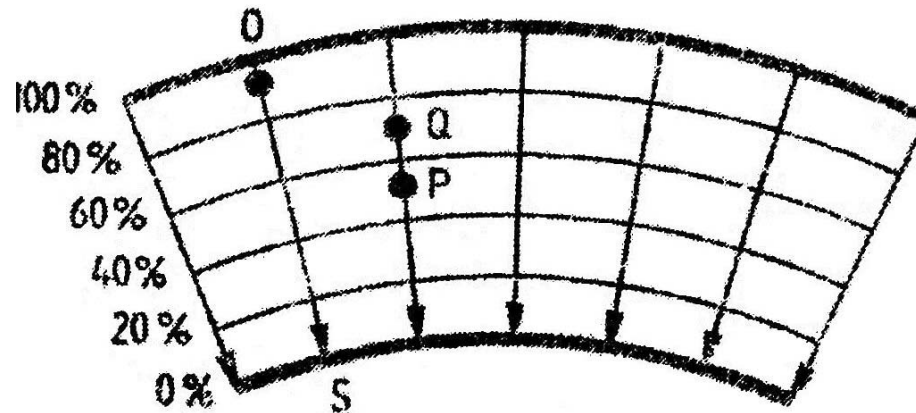
- Οικονομία
- Ύψος γραμμών – αποστάσεις μεταξύ τους

Πώς;

- Αναλυτικές μέθοδοι
- Αριθμητικές μέθοδοι

Ισοδυναμικές γραμμές και γραμμές πεδίου

- Το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να παρασταθεί από τις ισοδυναμικές γραμμές και τις γραμμές του πεδίου.
- Οι ισοδυναμικές γραμμές είναι γραμμές όπου το δυναμικό έχει σταθερή τιμή.
- Οι γραμμές του πεδίου απεικονίζουν την τροχιά, που θα ακολουθούσε ένα μικρό ελεύθερο θετικό φορτίο.
- Οι ισοδυναμικές γραμμές και οι γραμμές του πεδίου είναι κάθετες μεταξύ τους.



Μέθοδοι υπολογισμού ηλεκτρικών πεδίων

Αναλυτικές μέθοδοι

- Εξίσωση Laplace/Poisson
- Μετασχηματισμός συντεταγμένων
- Σύμμορφη απεικόνιση

Αριθμητικές μέθοδοι

- Διαφορικές μέθοδοι
 - Διαδοχικές επαναλήψεις
 - Πεπερασμένα στοιχεία
- Ολοκληρωτικές μέθοδοι
 - Ισοδύναμα φορτία
 - Επιφανειακά τμήματα
- Υβριδική μέθοδος (πεπερασμένα στοιχεία και ισοδύναμα φορτία)

Αναλυτικές μέθοδοι (1)

Βασικές σχέσεις:

$$\text{Εξίσωση Laplace} \quad \Delta\Phi = 0 \quad \text{Εξίσωση Poisson} \quad \Delta\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\bar{E} = -\text{grad}\Phi \quad \bar{D} = \varepsilon\bar{E} \quad \text{rot}\bar{E} = 0 \quad \text{div}\bar{E} = -\Delta\Phi = \frac{\rho}{\varepsilon} \Rightarrow \text{div}\bar{D} = \rho$$

$$\text{Gauss} \quad \oint \rho dV = \oint D_n dA = Q$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\text{div}\bar{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\text{grad} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\text{rot}\bar{E} = \begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix}$$

Αναλυτικές μέθοδοι (2)

Αλγόριθμος:

- Διαλέγουμε κατάλληλη επιφάνεια ($\bar{D} = \text{σταθερό}$)
- Νόμος Gauss
- Εφαρμόζουμε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της πεδιακής έντασης $\int_{\text{επικ.}} \bar{E} d\bar{\ell} = U$
- Με απαλοιφή του Q από τις σχέσεις $\bar{E} = f(Q)$ και $U = f(Q)$ προκύπτει η πεδιακή ένταση $\bar{E} = f(U)$

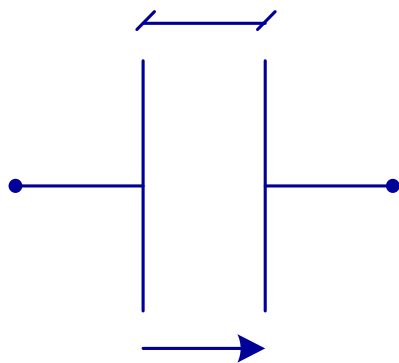
Συντελεστής αξιοποίησης/χρησιμοποίησης ηλεκτρικού πεδίου

$$\eta = \frac{E_{\text{hom}}}{E_{\text{max}}} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{U/d}{E_{\text{max}}} \cdot 100\%$$

Τάση ενάρξεως εκκενώσεων $U_{\alpha} = \frac{E_{\alpha} \cdot \alpha \cdot \eta}{100}$

Εφαρμογές αναλυτικής μεθόδου (1)



$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 0 \Rightarrow \Phi = \frac{U}{\alpha} \cdot x$$

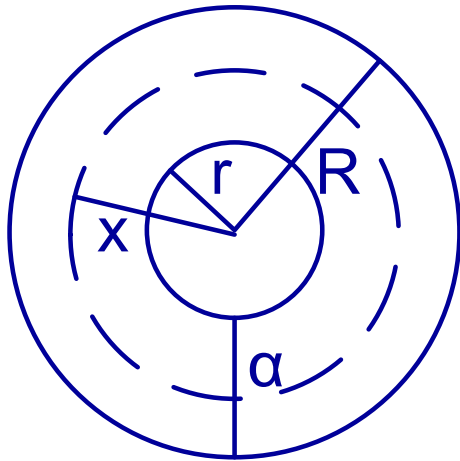
$$E_x = \frac{U}{\alpha}$$

$$\eta = 100\%$$

$$\alpha$$

Εφαρμογές αναλυτικής μεθόδου (2)

Κύλινδρος



$$Q = \oint D_n dA = D_x \cdot 2\pi x \ell \Rightarrow D_x = \frac{Q}{2\pi x \ell}$$

$$E_x = \frac{Q}{2\pi \epsilon x \ell} \quad (1)$$

$$U = \int_{\text{επικ.}} E_x dx = \frac{Q}{2\pi \epsilon \ell} \cdot \ln \frac{R}{r} \quad (2)$$

$$\frac{E_x}{U} = \frac{1/x}{\ln(R/r)} \Rightarrow E_x = \frac{U}{x \cdot \ln(R/r)} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_{\min} = \frac{U}{R \cdot \ln(R/r)} \\ E_{\max} = \frac{U}{r \cdot \ln(R/r)} \end{array} \right.$$

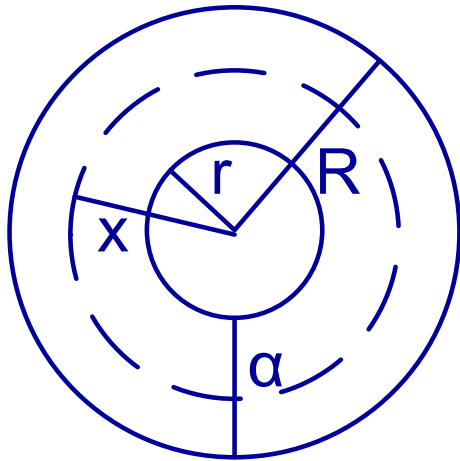
$$\eta = \frac{r \cdot \ln(R/r)}{R - r} = \frac{\ln p}{p - 1} \quad (\text{Καλώδια: } \eta = 70 \dots 40\%)$$

$$p = \frac{\alpha + r}{r} = \frac{R}{r} \quad (p = 2 \dots 5)$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi \epsilon \ell}{\ln(R/r)}$$

Εφαρμογές αναλυτικής μεθόδου (3)

Σφαίρα



$$Q = \oint D_n dA = D_x \cdot 4\pi x^2 \Rightarrow D_x = \frac{Q}{4\pi x^2}$$

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon x^2} \quad (1)$$

$$U = \int_{\epsilon\pi\kappa} E_x dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{R-r}{R \cdot r} \quad (2)$$

$$\frac{E_x}{U} = \frac{R \cdot r}{R-r} \cdot \frac{1}{x^2} \Rightarrow E_x = U \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{R \cdot r}{R-r} \left\{ \begin{array}{l} E_{\min} = U \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{R-r} \\ E_{\max} = U \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{R}{R-r} \end{array} \right.$$

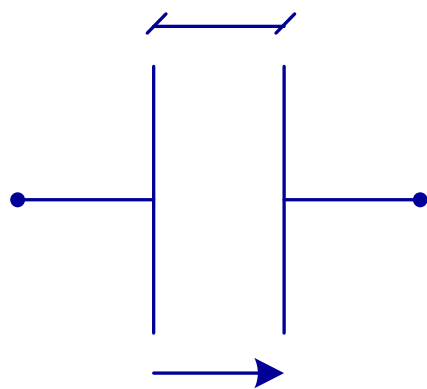
$$\eta = \frac{r}{R}$$

$$p = \frac{\alpha + r}{r} = \frac{R}{r} = \frac{1}{\eta}$$

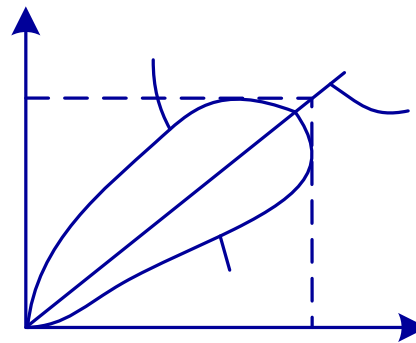
$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon \cdot \frac{R \cdot r}{R-r}$$

Εφαρμογές αναλυτικής μεθόδου (4)

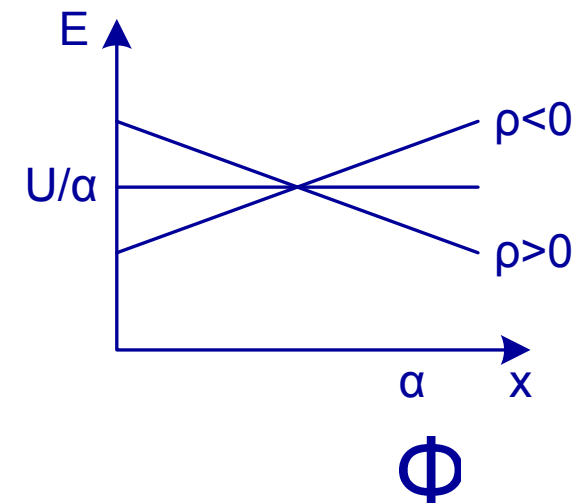
Με χωρικό φορτίο



$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \Rightarrow \Phi = \frac{U}{\alpha} \cdot x + \frac{\rho}{\varepsilon} \cdot \frac{x}{2} \cdot (\alpha - x)$$



$$E = -grad\Phi = -\left[\frac{U}{\alpha} + \frac{\rho}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} - x \right) \right]$$



ρ

Φ

ρ>0

Μετασχηματισμός συντεταγμένων (1)

Σφαίρα – Ομογενές πεδίο (r, θ, φ)

$$\Phi = \Phi_o + E_h \cdot r \cdot \left[1 - \left(\frac{r_1}{r} \right)^3 \right] \cdot \cos \theta$$

$$E = - \left[\alpha_r \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\alpha_\theta}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]$$

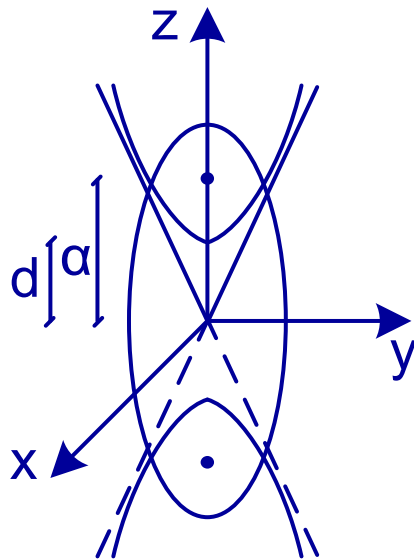
$$E_r = -E_h \cdot \cos \theta \cdot \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{r_1}{r} \right)^3 \right]$$

$$E_\theta = E_h \cdot \sin \theta \cdot \left[1 - \left(\frac{r_1}{r} \right)^3 \right]$$

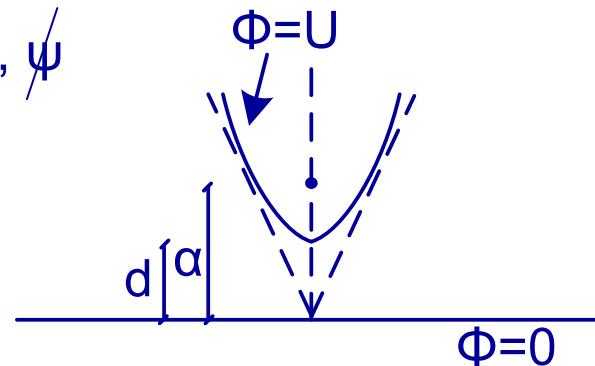
$$E_r = -3 \cdot E_h \cdot \cos \theta \quad \text{επάνω στην επιφάνεια της σφαίρας.}$$

Μετασχηματισμός συντεταγμένων (2)

Υπερβολοειδές (Επιμήκεις Ελλειψοειδείς συντεταγμένες)



η, θ, ψ



$$d = \alpha \cdot \cos \theta_I, \quad \rho_1 = \alpha \cdot \cos \theta_I \cdot \tan \theta_I$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\theta^2} + \cot \theta \cdot \frac{d\Phi}{d\theta} = 0 \Rightarrow \Phi = A + B \cdot \ln \cot \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta = \theta_I \rightarrow \Phi = U \\ \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \Phi = 0 \end{array} \right\} \Phi = \frac{\ln \cot \left(\frac{\theta}{2} \right)}{\ln \cot \left(\frac{\theta_I}{2} \right)} \cdot U$$

Μετασχηματισμός συντεταγμένων (3)

$$\vec{E} = \frac{1}{\alpha \cdot \sqrt{\sinh^2 n + \sin^2 \theta}} \cdot \vec{\alpha}_\theta \cdot \frac{d\Phi}{d\theta}$$

$$|E| = \frac{\cos \theta_I}{d \cdot \sqrt{\sinh^2 n + \sin^2 \theta}} \cdot \frac{U}{\sin \theta \cdot \ln \cot \left(\frac{\theta_I}{2} \right)}$$

$$\Gamma \text{1} \alpha \quad \theta = \theta_I, n = 0$$

$$E_{\max} = \frac{U}{d} \cdot \frac{\cos \theta_I}{\sin^2 \theta_I \cdot \ln \cot \left(\frac{\theta_I}{2} \right)} = \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{\sin \theta_I \cdot \tan \theta_I \cdot \ln \cot \left(\frac{\theta_I}{2} \right)}$$

$$\text{Συντελεστής χρησιμοποίησης: } \eta = \frac{U/d}{E_{\max}} \Rightarrow \eta = \sin \theta_I \cdot \tan \theta_I \cdot \ln \cot \left(\frac{\theta_I}{2} \right)$$