

1^ο Φυλλάδιο ασκήσεων στις Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις 4-2-14

Δ. Γκιντίδης

Ασκηση 1. Να λυθούν οι Δ.Ε.

1. $y'' + 2y' + 5y = 0$

2. $y^{(5)} + 2y^{(3)} + y' = 0$

Ασκηση 2. Να λυθούν οι Δ.Ε.

1. $y'' - 3y' = xe^x$

2. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$

Ασκηση 3. Να λυθούν τα Π.Α.Τ

1. $y''' - y'' = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 0$

2. $y'' - y = e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

3. $y'' - 2y' - 8y = 0, \quad y(\pi) = -1, \quad y'(\pi) = 2$

Ασκηση 4. Να λυθούν οι Δ.Ε.

1. $x^2y'' - 2xy' + 2y = x$

2. $(x+1)^3y'' + 3(x+1)^2y' + (x+1)y = 0$

3. $x^2y'' - 6y = x^2$

Ασκηση 5. Έστω η Δ.Ε. $y'' + \alpha y' + \beta y = 0$. Να λυθεί για όλες τις πιθανές τιμές των α, β :

Ασκηση 6. Προσδιορίστε τα ομαλά και τα ιδιάζοντα σημεία των παρακάτω Δ.Ε.. Ποιά από τα ιδιάζοντα σημεία είναι κανονικά και ποιά μη κανονικά·

1. $x^3(1+x)y'' + (1-x)y' + xy = 0$

2. $2x(1-x^2)y'' + 2xy' + 3x^2y = 0$

3. $(4-x^2)y'' + x(1-x)y' + (1+x)y = 0$

4. $xy'' + y' + y = 0$

Ασκηση 7. Βρείτε τη γενική λύση της Δ.Ε. $(x^2-1)y'' + xy' - y = 0$ υπό μορφή δυναμοσειρών σε μία περιοχή του 0. Ποιο είναι το διάστημα σύγκλισης των δυναμοσειρών

Ασκηση 8. Σε κάθε ένα από τα παρακάτω προβλήματα να δείχθεί ότι η δοθείσα Δ.Ε. έχει ένα κανονικό ιδιάζον σημείο στο $x = 0$. Να προσδιοριστεί η δείκτρια συνάρτηση, η αναδρομική σχέση και οι ρίζες της δείκτριας εξίσωσης.

1. $2xy'' + y' + xy = 0$

2. $x^2y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{9})y = 0$

3. $xy'' + y = 0$