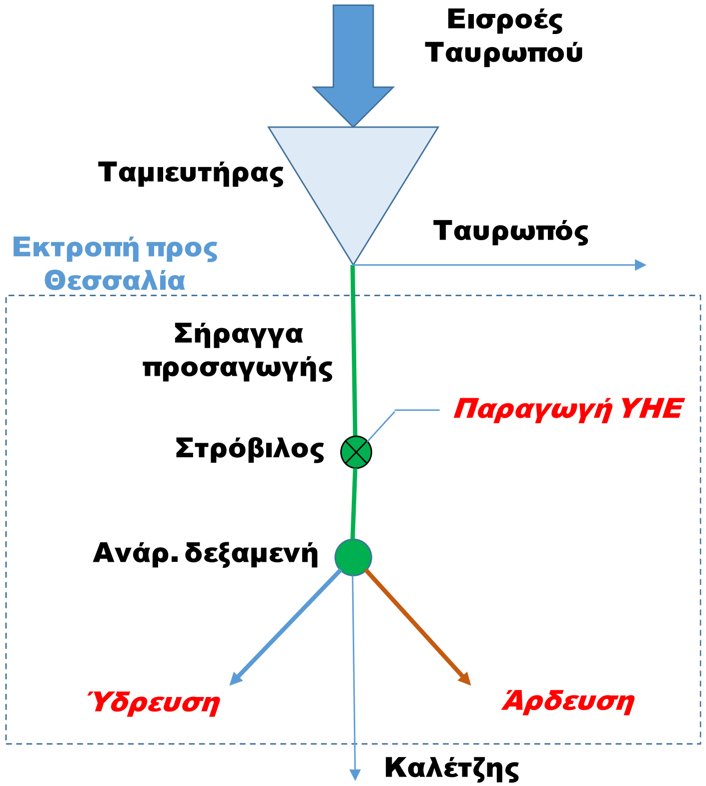
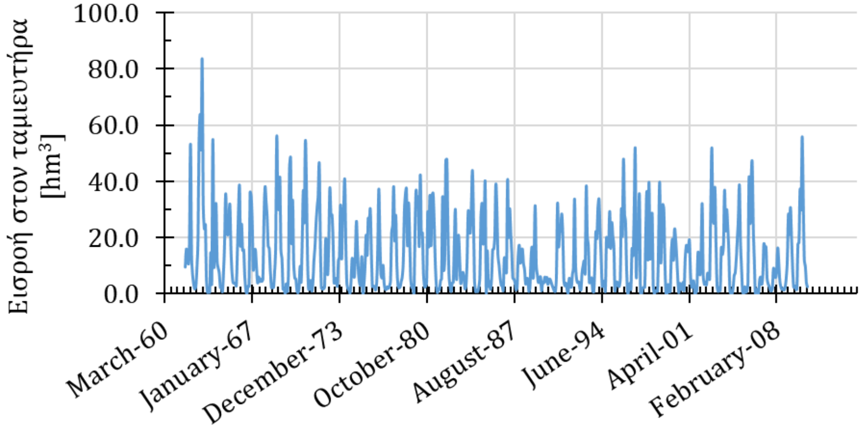
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος

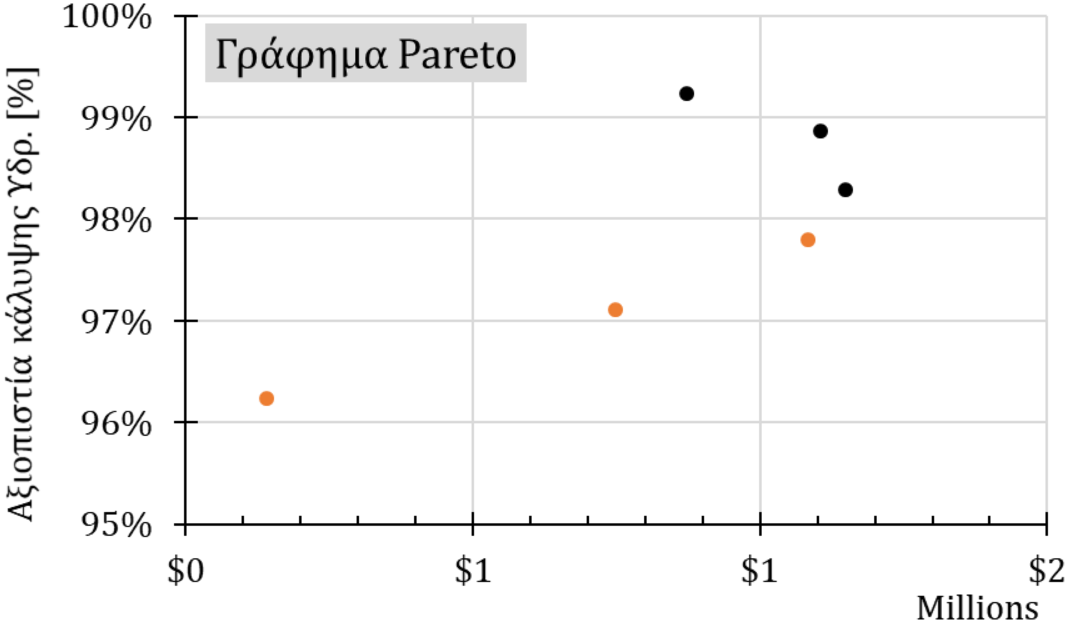
Διαχείριση Υδατικών Πόρων

Χρήστος Μακρόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Χρήση των μοντέλων για την επίλυση προβλημάτων







Επίλυση?

Μετά τη δημιουργία του μοντέλου:

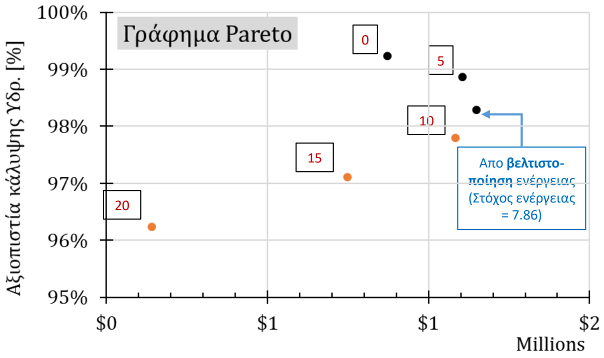
- **Αναλυτικά** (πρέπει να είναι πολύ απλό)
- Με **δοκιμή και πλάνη** (*trial and error*)
- **Βελτιστοποίηση**

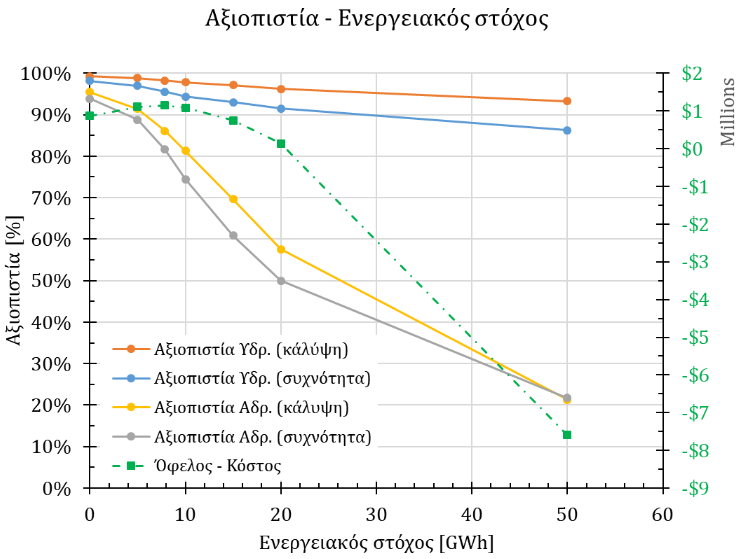
<u>Νέο Ισοζύγιο</u>

$$S_t = S_{t-1} + I_t - X_{\text{Υ}}$$
$$S'_t = S_t - X_{\text{A}}$$
$$S'' = S'_t - X_P - W_t$$

όπου:

$$X_P = \max(V - (X_{\text{A}} + X_{\text{Υ}}), 0)$$

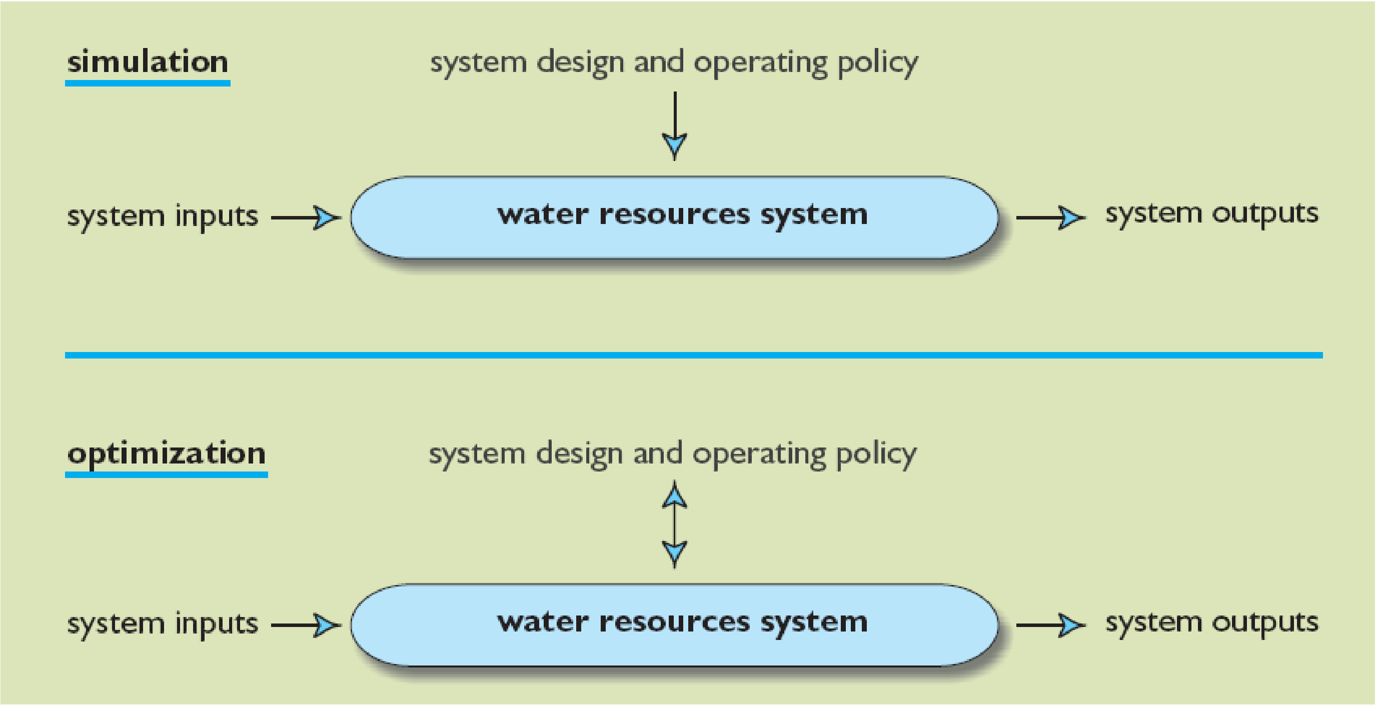




Στάδια επίλυσης

- 2 στάδια για την επίλυση ενός προβλήματος:
  - <u>Προσομοίωση</u> (η παραμετροποίηση) προβλήματος
  - <u>Βελτιστοποίηση</u> (μέσω **στοχικής συνάρτησης**)
- Τα 2 αυτά στάδια **δεν** είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους (και τα 2 είναι εξίσου σημαντικά)

  (και είναι στην ουσία ο τρόπος που λύνουμε όλα τα προβλήματα μηχανικού – ακόμα και τα ‘κρυμμένα’).



Πότε;

- Η προσομοίωση συνιστάται για:
  - Τη μελέτη πολύπλοκων συστημάτων, δηλ. συστήματα για τα οποία η αναλυτικές λύσεις είναι ανέφικτες
  - Για τη σύγκριση **εναλλακτικών σχεδίων** για ένα σύστημα που δεν υπάρχει ακόμα
  - Για τη μελέτη των επιπτώσεων πιθανών **μεταβολών** σε ένα υπάρχον σύστημα. Γιατί δεν αλλάζουμε το σύστημα;
  - Για την **επαλήθευση** αναλυτικών λύσεων
- Η προσομοίωση **δεν** συνιστάται όταν:
  - Οι παραδοχές του μοντέλου είναι τόσο απλές που μπορούμε να εφαρμόσουμε μαθηματικές μεθόδους για να βρούμε ακριβείς απαντήσεις (***αναλυτικές*** λύσεις)

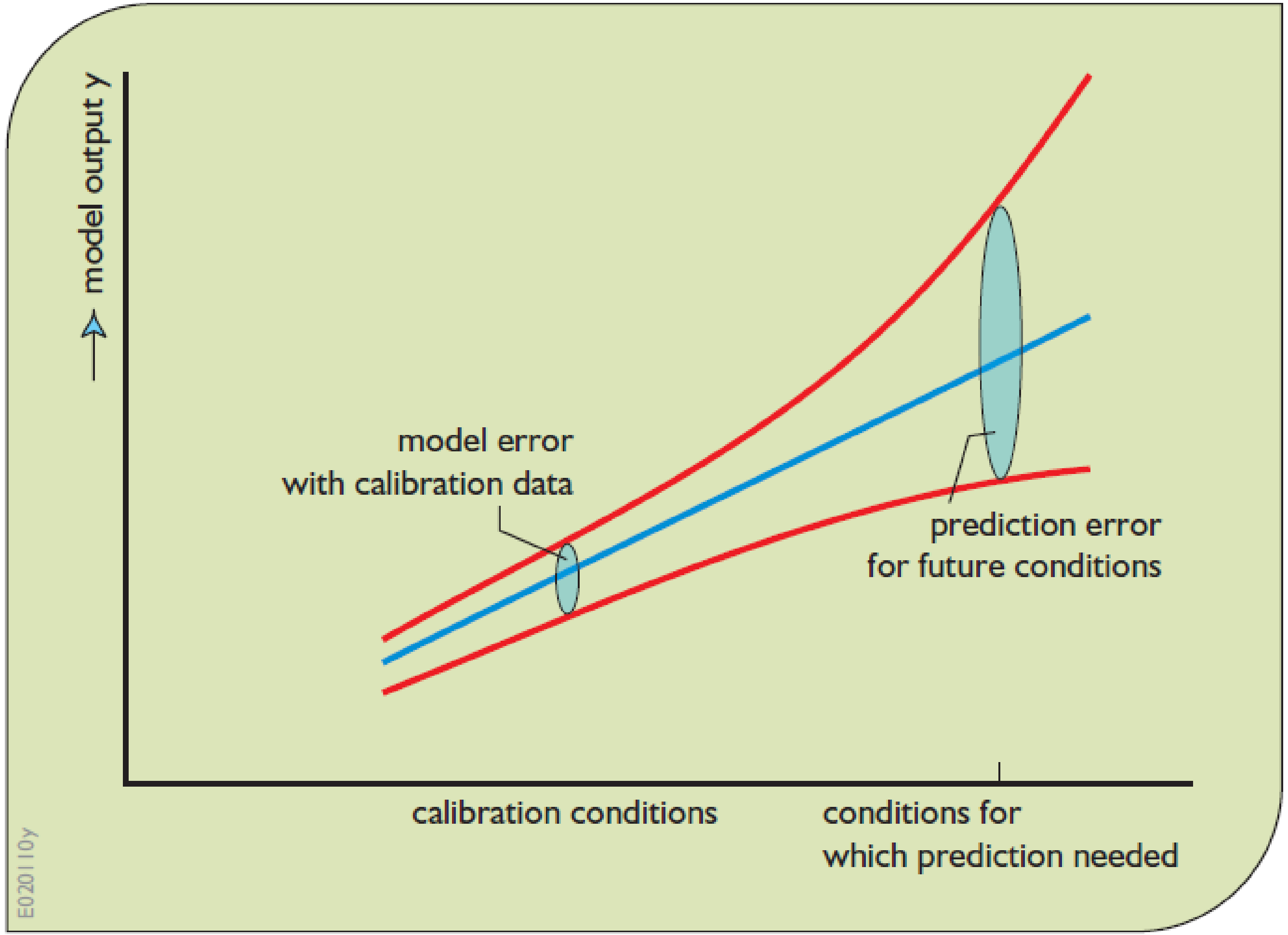
Πόσο ακριβής είναι μια προσομοίωση;

Αν και οι παράμετροι θεωρούνται γνωστές μπορεί να είναι **αβέβαιες**:

- Λάθη στις **μετρήσεις**: είναι οι χρονοσειρές εισροών ακριβείς;
- **Ανεπάρκεια** μετρήσεων για τον ζητούμενο χώρο και χρόνο
- Λάθη στην **απεικόνιση** του προβλήματος στο μοντέλο (ή έλλειψη βασικών διεργασιών από το μοντέλο)
- Έλλειψη **πληροφορίας** (ξέρουμε πραγματικά την *παροχετευτικότητα* του υδραγωγείου; Μπορεί να έχει αλλάξει το τελευταίο εξάμηνο, ξέρουμε τη *ζήτηση* σε 5 χρόνια;)

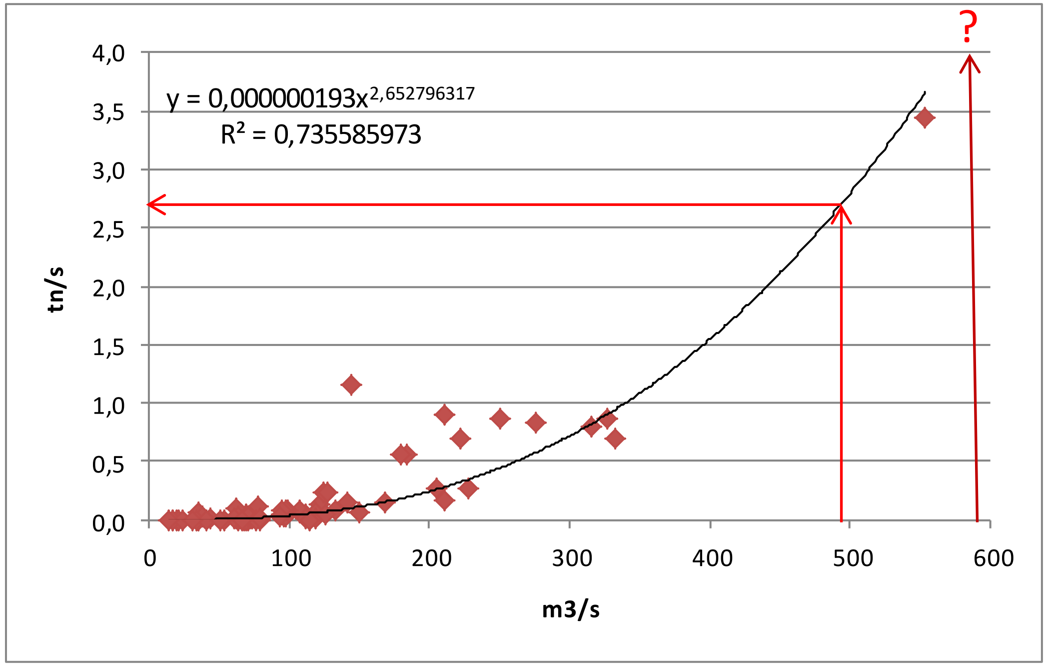
Με δεδομένη αυτή την αβεβαιότητα πόσο καλές μπορεί να είναι οι προβλέψεις;

- Χρησιμοποιούμε **ιστορικά δεδομένα** για να υπολογίσουμε τις παραμέτρους του μοντέλου (**βαθμονόμηση**)
- Οταν ζητάμε μελλοντικές προβλέψεις απο το μοντέλο, υποθέτουμε (εμμέσως) οτι τα ιστορικά δεδομένα είναι **αντιπροσωπευτικά** του μελλοντικού συστήματος.



Χρήση μοντέλων εκτός περιοχής δεδομένων (extrapolation)

Όσο πιο πολύ χρειάζεται να **απομακρυνθούμε** από τις συνθήκες των μετρήσεων που έχουμε, τόσο **μεγαλύτερη η αβεβαιότητα**

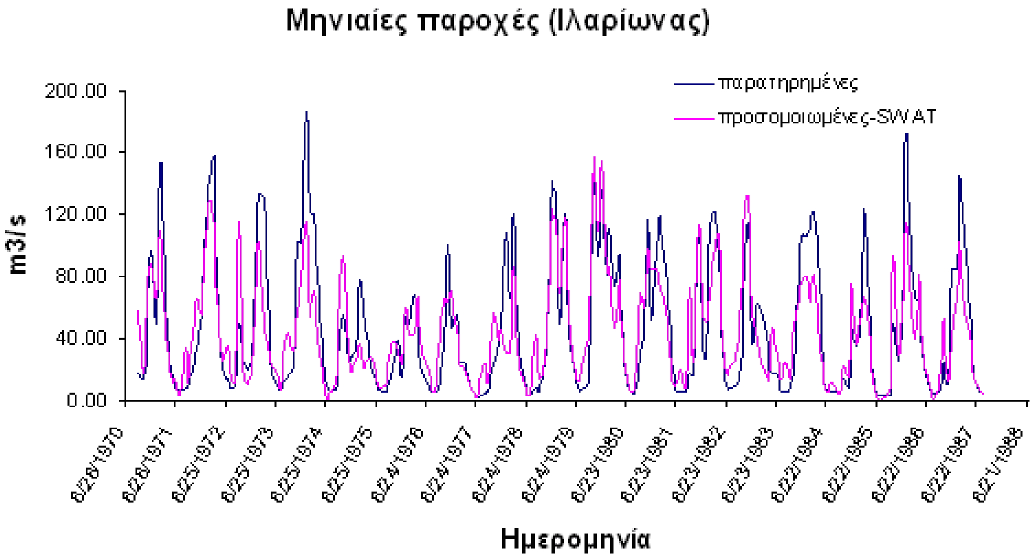


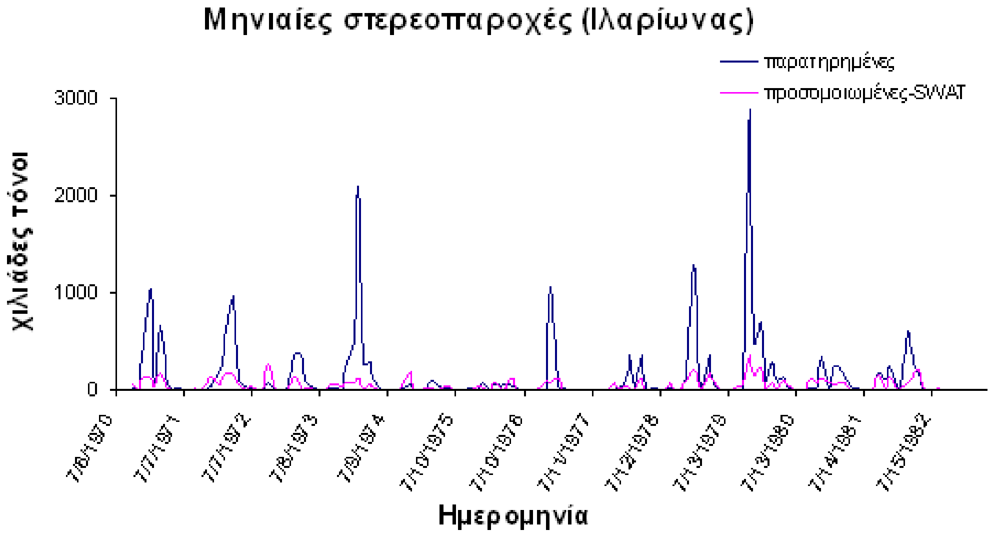
Μελέτη στερεοπαροχής ποταμού Αλιάκμωνα (θέση Ιλαρίωνα):

- Στερεοπαροχές 1962-1982.
- Απορροές 1962-1992

Η ακρίβεια του μοντέλου εξαρτάται:

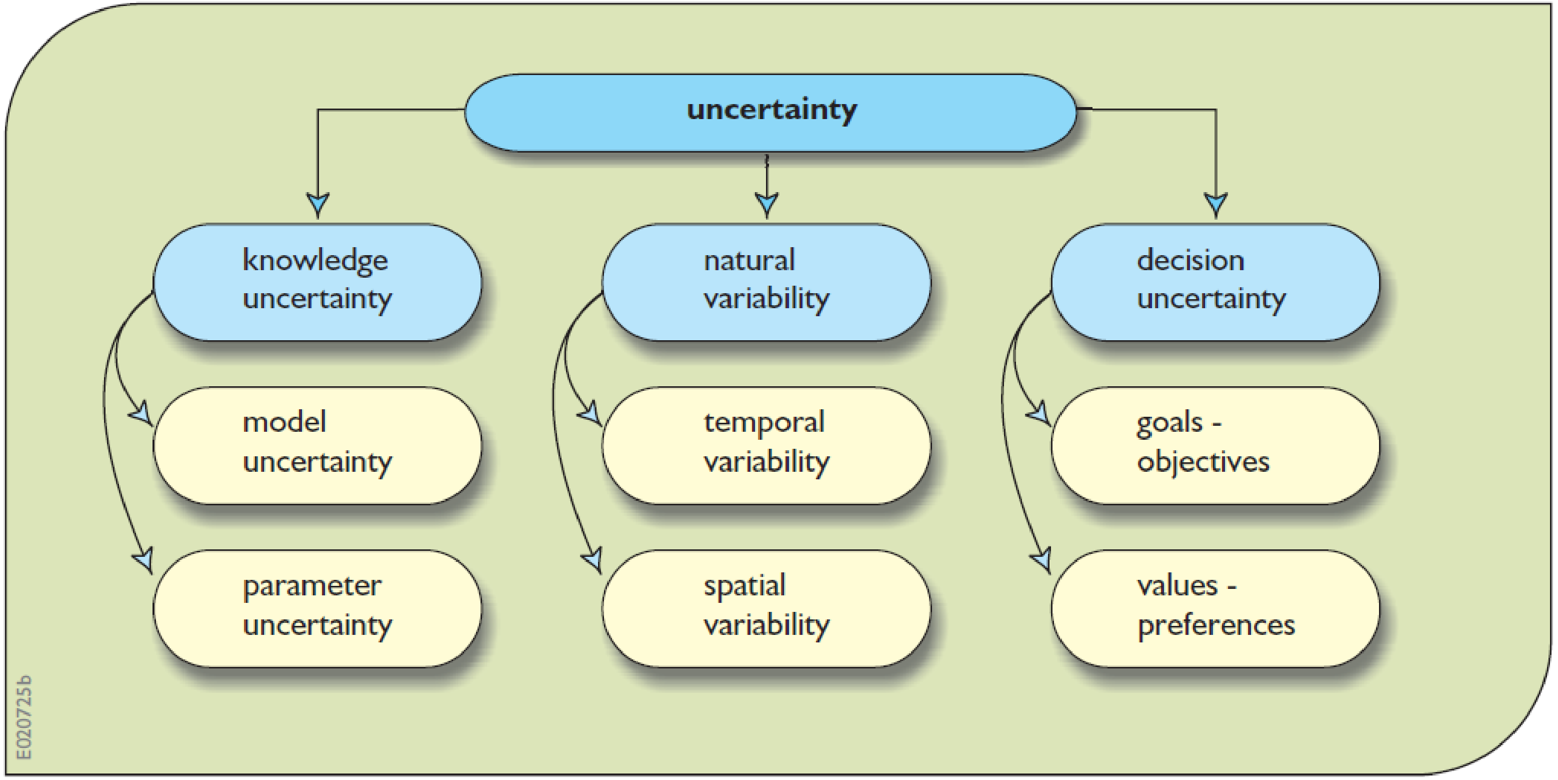
- Από την **ακρίβεια** με την οποία προσομοιώνει ιστορικές συνθήκες
- Την **ομοιότητα** των μελλοντικών συνθηκών με αυτές που καταγράφονται μέσω των ιστορικών δεδομένων





Τύποι αβεβαιότητας

- Στις **γνώσεις** μας (π.χ., μετρήσεις, διεργασίες, δομή μοντέλου)
- Στη **φύση** (π.χ., χωροχρονική μεταβολή βροχής)
- Στις **αποφάσεις** (π.χ., προτεραιότητες του επόμενου Περιφερειάρχη, τιμή της kWh ενέργειας)



Πόσο μπορούμε να μειώσουμε την αβεβαιότητα των μοντέλων μας

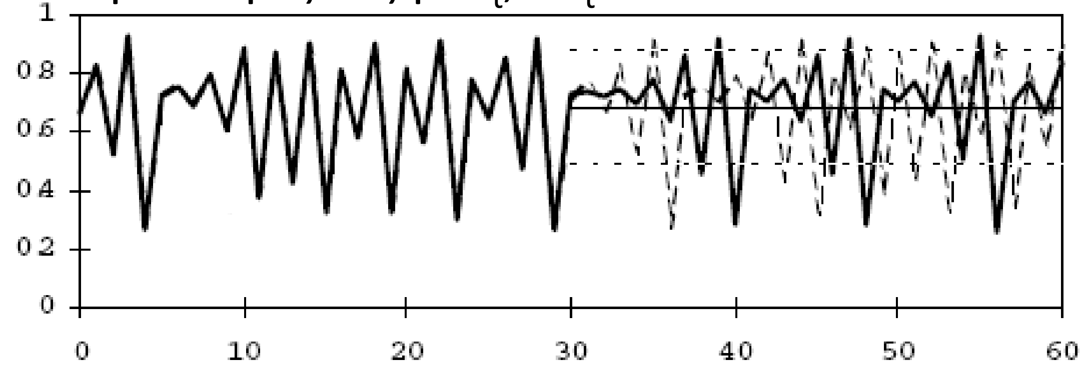
Πλήρως ντετερμινιστικό σύστημα που περιγράφεται **μόνο μία** μεταβλητή X_t από τη σχέση:

$$X_t=k*X_{t-1}*(1-X_{t-1})$$

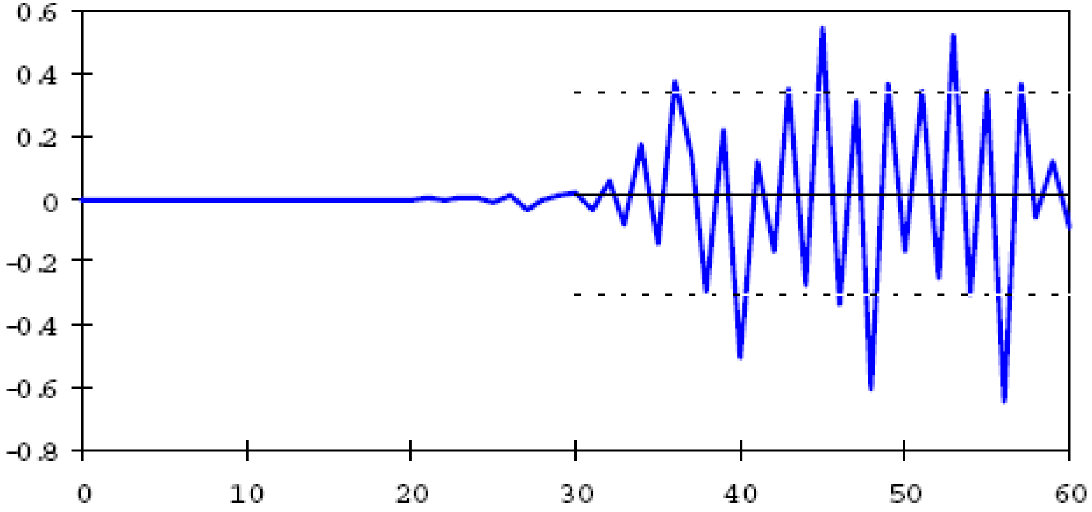
Με ελάχιστα διαφορετικές αρχικές συνθήκες

πχ:
Έστω, k=3.7
Δοκιμή 1: X1=0.660000
Δοκιμή 2: X1=0.660001

Χρονική εξέλιξη $X1_t$, $X2_t$



Χρονική εξέλιξη $X1_t$-$X2_t$



Σκέψεις...

- Πως λέγεται η **θεωρία** που εξηγεί την ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες;
- Τι **επιπτώσεις** έχει αυτή η θεωρία στις **μακροπρόθεσμες** προβλέψεις (ακόμα και τελείως ντετερμινιστικών) συστημάτων που επηρεάζονται από τις αρχικές συνθήκες τόσο πολύ;
- Ποιό είναι το **σύστημα** στο οποίο δούλευε ο άνθρωπος που ανακάλυψε το φαινόμενο; Και πόσο μπροστά μπορούμε να προβλέψουμε στο σύστημα αυτό;
- Τι να σημαίνει (δυστυχώς) αυτό για τα GCMs;

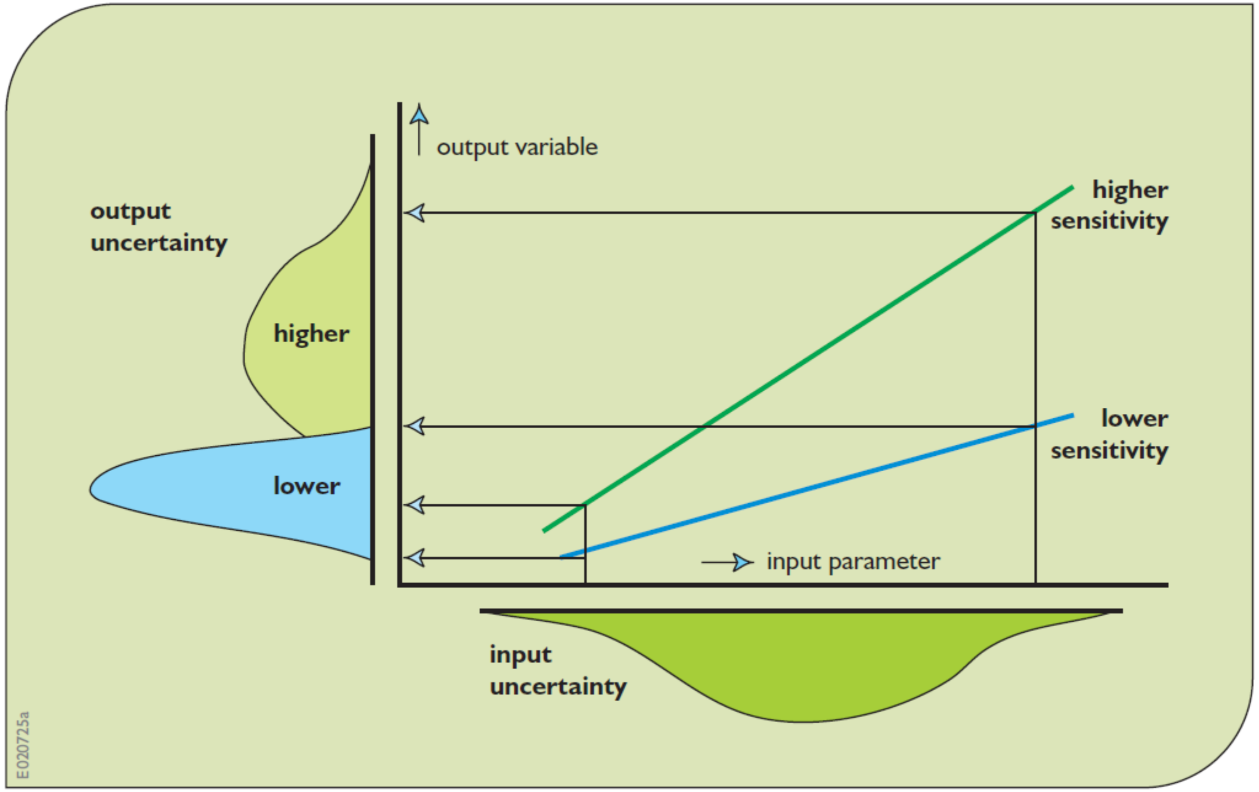
When the Butterfly Effect Took Flight
https://www.technologyreview.com/s/422809/when-the-butterfly-effect-took-flight/

Ανάλυση Αβεβαιότητας και Ευαισθησίας

- Ανάλυση *αβεβαιότητας* και ανάλυση *ευαισθησίας*: μεταβολή παραμέτρων και εξέταση επίπτωσης στα αποτελέσματα.
- Αν το μοντέλο είναι **πολύ ευαίσθητο** σε κάποιες παραμέτρους, ίσως πρέπει να τις προσέξουμε περισσότερο! (πχ. νέα συλλογή/ανάλυση δεδομένων)

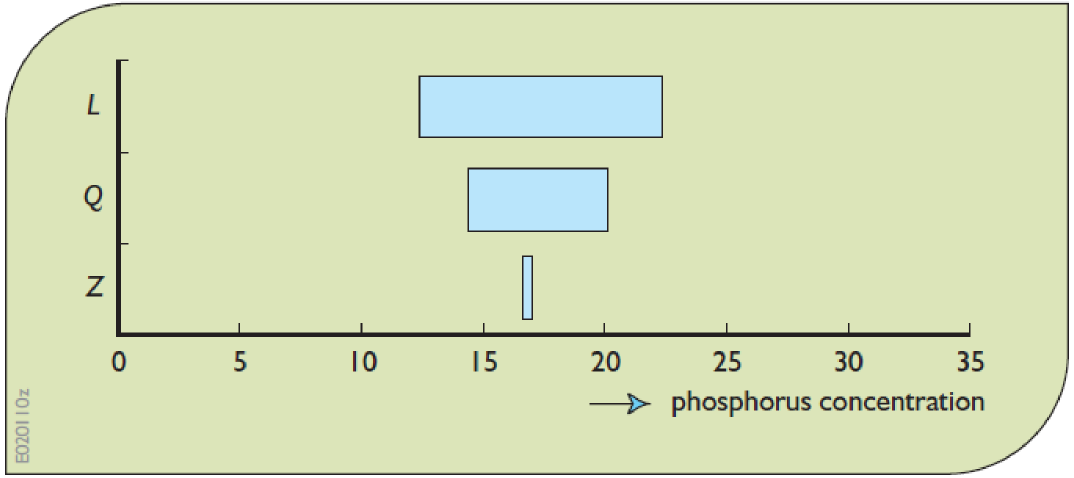
Ευαισθησία & Αβεβαιότητα

- Στην ανάλυση **ευαισθησίας** προσπαθούμε να υπολογίσουμε την **επίπτωση ενός (μικρού) λάθους των παραμέτρων εισόδου** στα αποτελέσματα του μοντέλου
- Στην ανάλυση **αβεβαιότητας** χρησιμοποιούμε **πιθανοτικές κατανομές των παραμέτρων εισόδου** για να υπολογίσουμε **πιθανοτικές κατανομές των αποτελεσμάτων** του μοντέλου.



Ανάλυση Ευαισθησίας

- Στην ανάλυση ευαισθησίας, θέλουμε να υπολογίσουμε την επίπτωση που θα έχουν **(μικρές) μεταβολές της παραμέτρου εισόδου** που μας ενδιαφέρει στο **αποτέλεσμα**.
- Μια απλή μέθοδος είναι η **μεταβολή** (μόνο αυτής) της παραμέτρου μέσα σε **ένα διάστημα [α, β]**, π.χ.,
  - τα μέγιστο-ελάχιστο διάστημα μέσα στο οποίο έχει φυσικό νόημα η παράμετρος ή πιο συχνά
  - ένα % (πχ 5%, 10%)
- και να τρέχουμε το μοντέλο για τα όρια αυτά, υπολογίζοντας τα όρια των αποτελεσμάτων.

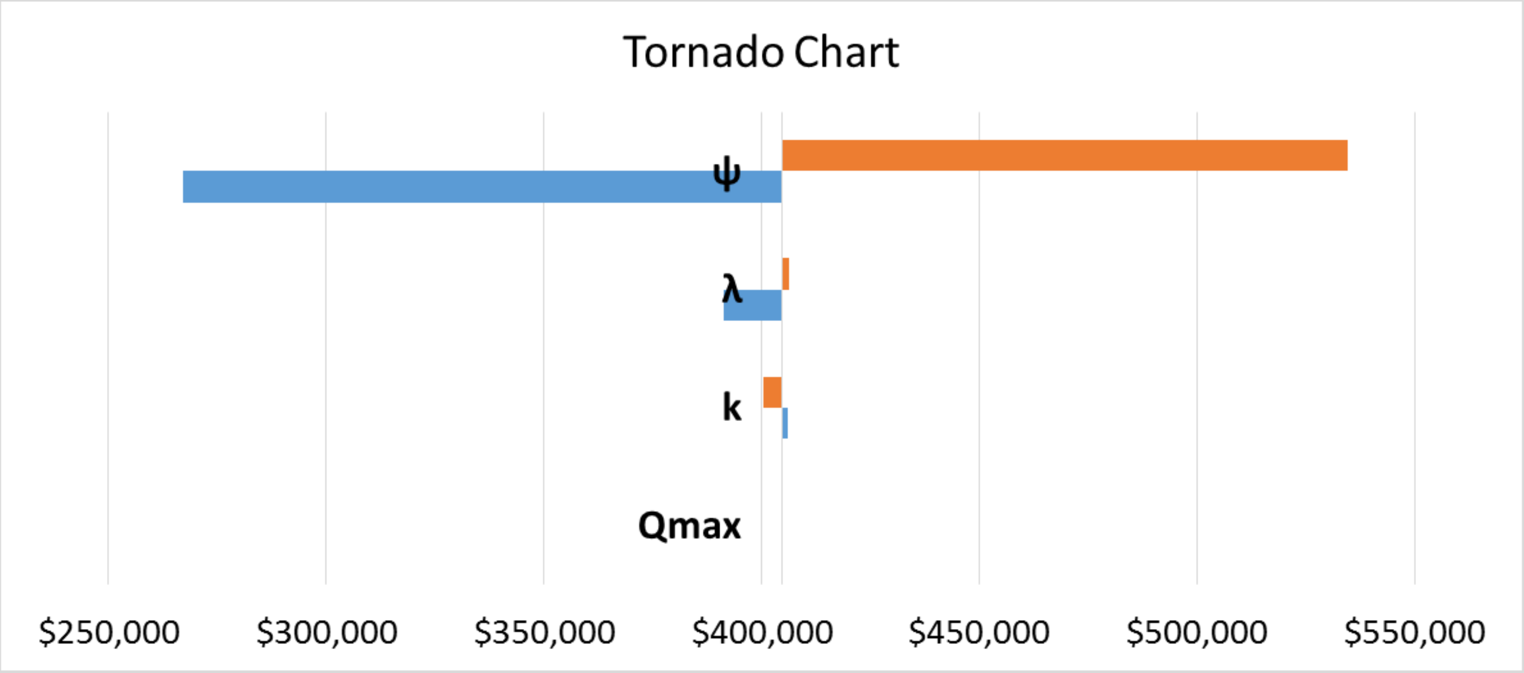


Διάγραμμα Tornedo

Παράδειγμα: Ευαισθησία σε παραμέτρους του προβλήματος τ. Πλαστήρα

- Με πόση ακρίβεια ξέρουμε όλες τις παραμέτρους του προβλήματος μας;
- Πχ: παραμέτρους σχήματος ταμιευτήρα **k**, **λ**, ειδικής ενέργειας **ψ** και παροχετευτικότητας αγωγού πτώσης **Qmax**.
- Αλλάζω τις παραμέτρους (μια-μια) μεταξύ **±5%**

Σε ποιες παραμέτρους το σύστημα είναι **πιο ευαίσθητο** (πχ η οικονομική του απόδοση αλλάζει περισσότερο…)



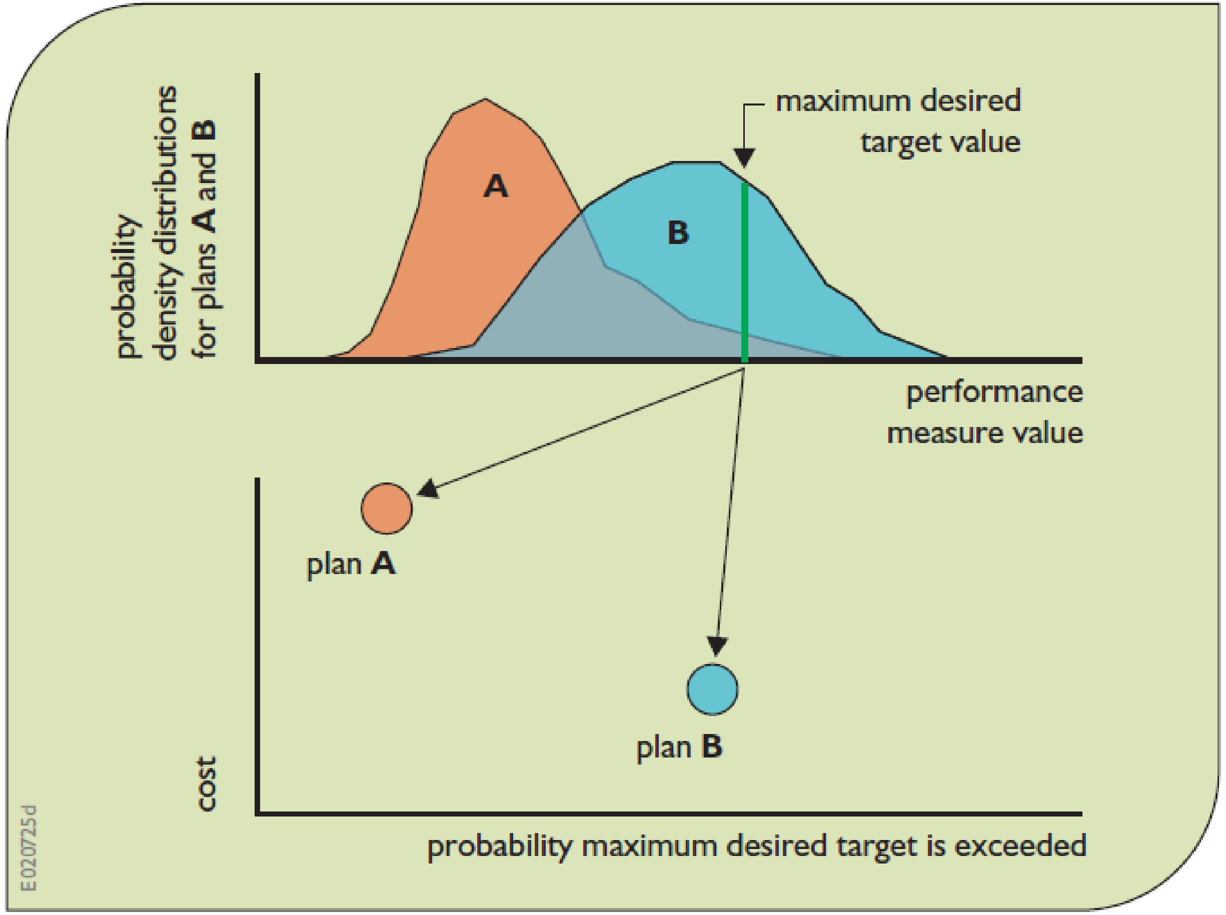
Ανάλυση Αβεβαιότητας

Στην ανάλυση αβεβαιότητας πρέπει:

I. να ανακαλύψουμε από ποιά **συνάρτηση πιθανότητας** απο την οποία προέρχεται η παράμετρος **εισοδου** του μοντέλου που μας ενδιαφέρει και

II. επιλέγοντας τυχαία στοιχεία (δείγματα) από την κατανομή αυτή να υπολογίσουμε τη **συνάρτηση πιθανότητας των αποτελεσμάτων**.

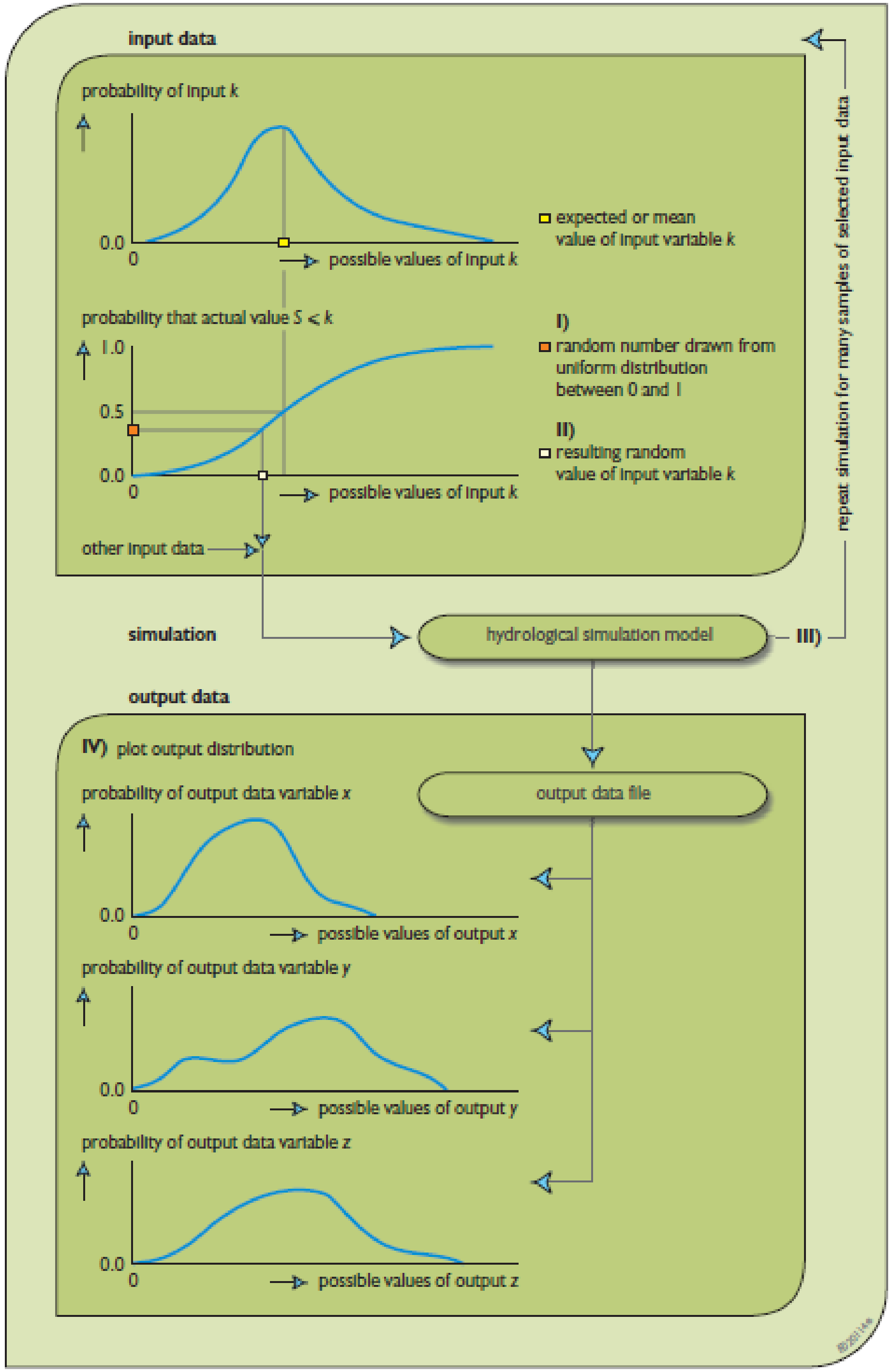
Και πως μπορεί να μας είναι χρήσιμο κάτι τέτοιο;



Σχήμα: *έχουμε 2 εναλλακτικές λύσεις του ίδιου προβλήματος και δύο κριτήρια για τη κάθε λύση (επίδοση(αβέβαιη) και κόστος (βέβαιο)).*

Monte Carlo

1. Υποθέτω (ή υπολογίζω) την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητα των εισόδων.
2. Διατυπώνω την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (F(x) – πιθανότητα μη υπέρβασης)
3. Παίρνω δείγματα (με ρουλέτα): Δημιουργώ τιμές ομοιόμορφα στο [0, 1]. Τις θεωρώ πιθανότητες μη υπέρβασης.
4. Διαβάζω τα x που αντιστοιχούν στις (τυχαίες) πιθανότητες μη υπέρβασης.
5. Τις τιμές του *x* αυτές τις χρησιμοποιώ σαν εισόδους στο μοντέλο
6. Υπολογίζω τις παραμέτρους εξόδου.
7. Επαναλαμβάνουμε πολλές φορές
8. Καταλήγουμε στον υπολογισμό της (εμπειρικής) κατανομής των παραμέτρων εξόδου.



Προβλήματα της Monte Carlo

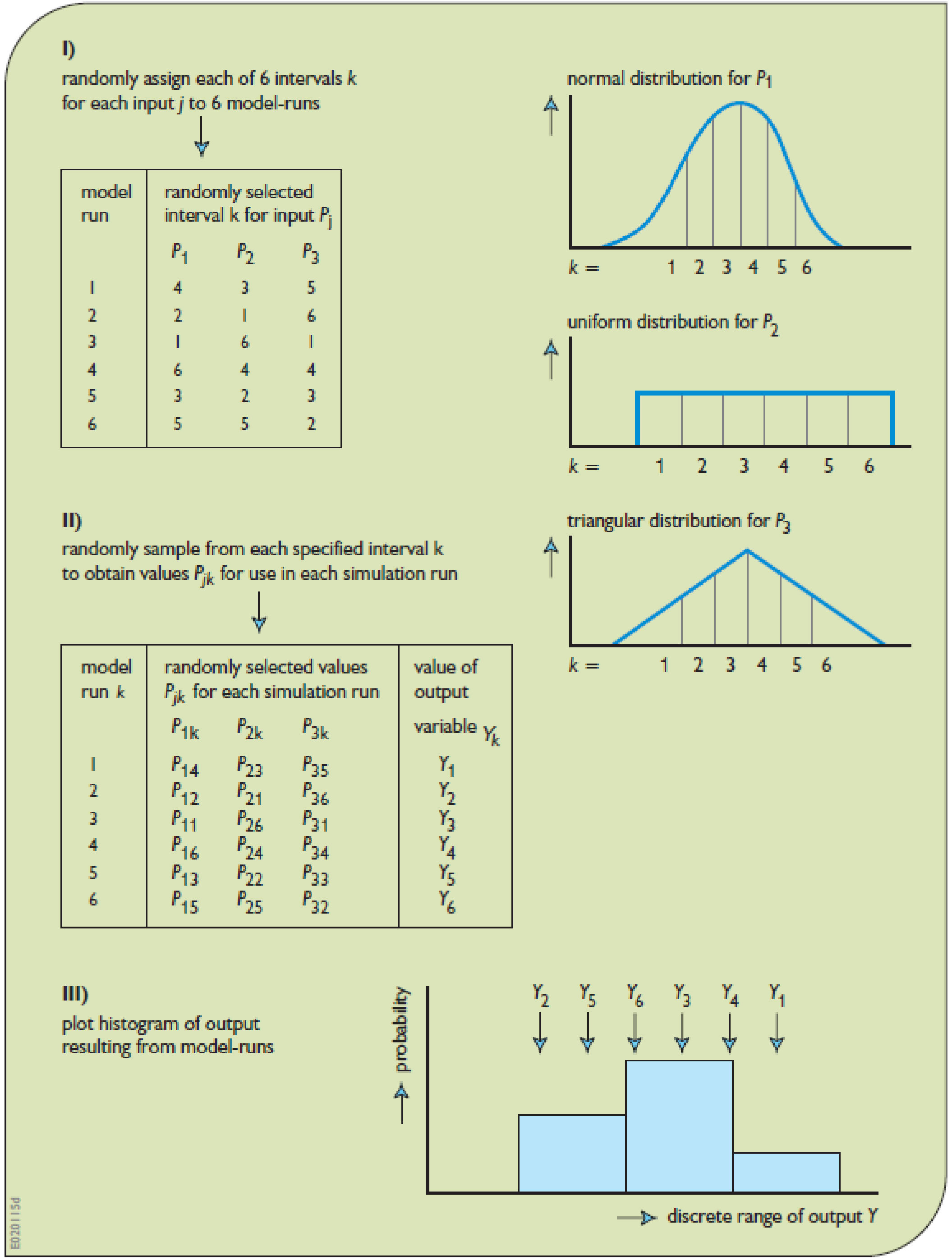
- Χρειαζόμαστε πολλές τιμές και πολλούς υπολογισμούς του μοντέλου μας για να δημιουργήσουμε τις κατανομές (1000;)
- Αλλιώς μπορεί να έχουμε πολύ πληροφορία για ένα μέρος της κατανομής και πολύ λίγη πληροφορία για άλλο μέρος...

Μια πιο έξυπνη λύση: Latin Hypercube Sampling

- Χωρίζουμε την κατανομή της παραμέτρου εισόδου σε **ισο-πιθανά τμήματα**.
- Διαλέγω ένα δείγμα από κάθε τέτοιο τμήμα για κάθε μεταβλητή εισόδου.
- Συνδυάζω (τυχαία) τα δείγματα από τις διάφορες μεταβλητές
- Διαλέγω μια τιμή από κάθε τμήμα και τα χρησιμοποιώ στο μοντέλο.
- Υπολογίζω την **κατανομή της παραμέτρου εξόδου**.

Δείτε:

- Iman, R.L. and Helton, J.C., 1988. An investigation of uncertainty and sensitivity analysis techniques for computer models. Risk analysis, 8(1), pp.71-90. (στη βιβλιογραφία του μαθήματος)
- https://www.mathworks.com/help/stats/lhsdesign.html?requestedDomain=www.mathworks.com



Παράδειγμα: Αβεβαιότητα σε παραμέτρους του προβλήματος τ. Πλαστήρα

- Πόσο καλά μπορούμε να εκτιμήσουμε όμως τη **ζήτηση**;
- Έστω ότι η αρδευτική ζήτηση που εκτιμάται ως 150 hm^3/έτος ακολουθεί βήτα κατανομή με τυπική απόκλιση 10 hm^3
- Ποια η κατανομή πιθανοτήτων των στόχων μας (πχ του κόστους/οφέλους – πχ. πόσο πιθανό είναι να βγάλουμε πάνω από 450.000€;)