

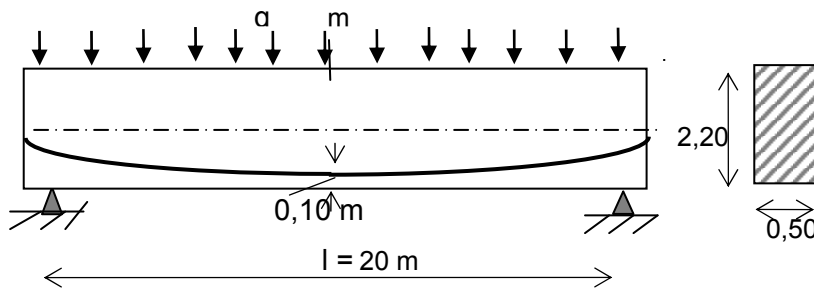
## 2. ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΟΥΣΙΑΣΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΒΑΣΙΚΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ

Εναλλακτική μορφή θεμάτων εξέτασης 12.2.09

Στο Σχ.1 δίνονται τα γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία πειραματικού προεντεταμένου φορέα σχεδιασμένου για καμπτική αστοχία.

Ο φορέας στηρίζεται αμφίεριστα, προεντίνεται αμφίπλευρα υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο  $q_0$  και γίνονται οι τσιμεντενέσεις. Στη συνέχεια φορτίζεται με προοδευτικά αυξανόμενο φορτίο  $q$  μέχρι την αστοχία του. Το φορτίο αστοχίας μετρείται ίσο με  $q_u = 130$  kN.

Στο Σχ. 2 δίνονται τα διαγράμματα (1), (2) και (3) των ορθών τάσεων και παραμορφώσεων του σκυροδέματος που μετρούνται στη μεσαία διατομή του φορέα για τιμές του φορτίου  $q_1$ ,  $q_2$  και  $q_3$ , αντίστοιχα.



C25/30

$\epsilon_{cs} = 0,3 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varphi = 1,5$

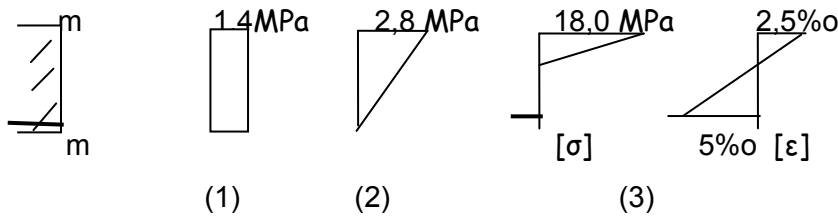
$E_c = 30500$  MPa

$E_p = 200000$  MPa

$\mu = 0,23$ ,  $\beta = 0,8^{\circ}/m$

$q_u = 130$  kN

Σχ. 1 Στοιχεία δοκού



Σχ. 2 Τάσεις σκυροδέματος στη μεσαία διατομή

Ζητούνται (αμελείται το ίδιο βάρος της δοκού)\*:

1. Η τιμή της δύναμης  $P$  στη μεσαία διατομή του φορέα και οι τιμές  $q_1$ ,  $q_2$  και  $q_3$  του φορτίου  $q$  που αντιστοιχούν στα διαγράμματα τάσεων (1), (2) και (3), αντίστοιχα.
2. Η τιμή του φορτίου  $q_0$  τη στιγμή της προέντασης (επιβάλλεται η ελάχιστη επιτρεπτή τιμή του φορτίου).
3. Η τιμή της δύναμης  $P$  στην ακραία διατομή τη στιγμή της προέντασης.
4. Το διάγραμμα της μεταβολής της δύναμης  $P$  στην ακραία διατομή του φορέα με την αύξηση του φορτίου  $q$ . Ζητούνται τιμές της  $P$  για τις τιμές  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  και  $q_3$  του φορτίου. Αιτιολογήστε ενδεχόμενες διαφορές στις τιμές αυτές της  $P$  απ'αυτές στη μεσαία διατομή που προέκυψαν στο ερώτημα 2.
5. Ο διατμητικός οπλισμός της δοκού για την εξασφάλιση της καμπτικής αστοχίας του φορέα. Θα αμεληθεί η συμβολή των μηχανισμών ανάληψης τέμνουσας του διατμητικά άοπλου σκυρ/τος.
6. Η τιμή του φορτίου  $q$  η οποία θα αντιστοιχούσε στην έναρξη λοξής ρηγμάτωσης του φορέα, αν ο φορέας ήταν σχεδιασμένος για διατμητική αστοχία.
7. Παραβολική αντί για τριγωνική χάραξη των τενόντων θα επέτρεπε μεγαλύτερη ή μικρότερη τιμή του φορτίου έναρξης της λοξής ρηγμάτωσης και γιατί;
8. Ενδεχόμενη μεταβολή στο διάγραμμα (1) των τάσεων του σκυροδέματος στη μεσαία διατομή αν μετά την προένταση του φορέα η περαιτέρω φόρτισή του καθυστερούσε για αρκετά έτη.
9. Κοίλη διατομή του φορέα με ίδιο εμβαδόν και ίδιο ύψος με τη συμπαγή θα μετέβαλλε ( $\alpha$ ) τις ορθές τάσεις στην ακραία διατομή Α ( $\beta$ ) τις λοξές τάσεις στην ακραία διατομή Α ( $\gamma$ ) τις ορθές τάσεις στη μεσαία διατομή και **γιατί**;

$$1. A_c = 0,5 \cdot 2,2 = 1,1 \text{ m}^2 \quad W_1 = W_2 = 0,5 \cdot 2,2^2 / 6 = 0,4 \text{ m}^3 \quad y_p = 2,2/2 - 0,10 = 1,0 \text{ m}$$

Από το διάγραμμα (1) προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{10} &= - P_o / A_c + (M_s - P_o \cdot y_p) / W_1 = - 1400 \\ \sigma_{20} &= - P_o / A_c - (M_s - P_o \cdot y_p) / W_2 = - 1400 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sigma_{10} + \sigma_{20} &= -2 P_o / A_c = - 2 \cdot 1400 \text{ kN/ m}^2 \quad (1) \\ \sigma_{10} - \sigma_{20} &= -2 (M_s - P_o \cdot y_p) / W_1 = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$(1) \text{ και } (2) \Rightarrow P_o = \mathbf{1540 \text{ kN}} \quad M_s = P_o \cdot y_p = 1540 \cdot 1,0 = 1540 \text{ kNm} \Rightarrow q_1 = 8M_s / l^2 = \mathbf{30,8 \text{ kN}}$$

Από το διάγραμμα (2) προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{10} &= - P_o / A_c + (M_s - P_o \cdot y_p) / W_1 = - 2800 \\ \sigma_{20} &= - P_o / A_c - (M_s - P_o \cdot y_p) / W_2 = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_o &= \mathbf{1540 \text{ kN}} \\ \sigma_{10} - \sigma_{20} &= -2 (M_s - P_o \cdot y_p) / W_1 = -2800 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(M_s - 1540 \cdot 1,0) / 0,4 = 2800 \Rightarrow M_s = 2100 \text{ kNm} \Rightarrow q_2 = 8M_s / l^2 = \mathbf{42,0 \text{ kN}}$$

Από το διάγραμμα (3) προκύπτει:

$$x = 2,10 \cdot 2,5 / (5 + 2,5) = 0,70 \text{ m} \Rightarrow F_c = 0,50 \cdot 0,5 \cdot 0,70 \cdot 18 \cdot 10^3 = 3150 \text{ kN} \quad F_c = P \Rightarrow P_o = \mathbf{3150 \text{ kN}} \quad M_s = P_o \cdot z = 3150 \cdot (2,1 - 0,70/3) = 5890,5 \text{ kNm} \Rightarrow q_3 = 8M_s / l^2 = \mathbf{117,8 \text{ kN}}$$

2. Είναι  $P_o = 1540$  (αιτιολόγηση στο ερώτημα 4).

$$\sigma_{10} = - P_o / A_c + (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_1 \geq - \epsilon_{\text{π}} \sigma_c \Rightarrow - 1540 / 1,2 + (M_{\min} - 1540 \cdot 1,0) / 0,12 \geq - 15000 \quad (1)$$

$$\sigma_{20} = - P_o / A_c - (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_2 \leq 0 \Rightarrow - 1540 / 1,2 - (M_{\min} - 1540 \cdot 1,0) / 0,12 \leq 0 \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 2(M_{\min} - 1540 \cdot 1,0) / 0,12 = -15000 \Rightarrow M_{\min} = 640 \text{ kNm} \Rightarrow q_0 = 8M_s / l^2 = \mathbf{12,8 \text{ kNm}}$$

3. Η δύναμη P στην ακραία διατομή είναι η δύναμη P στη μεσαία διατομή συν τις μειώσεις της δύναμης μεταξύ των δύο διατομών.

$$\text{Είναι } \alpha = \epsilon_{\text{φ}} = \alpha = 2 \cdot y_p / (l/2) = 4 \cdot y_p / l = 2 \cdot 1,0 / 10 = 0,2 \text{ rad}, \quad \beta = 0,8 \cdot 3,14 / 180 = 0,014 \text{ rad}$$

$$P_{\text{ο,μέσον}} = P_{\text{ο,ακρον}} [1 - \mu (\beta x + \alpha)] = P_{\text{ο,ακρον}} [1 - 0,23 (0,014 \cdot 10,0 + 0,2)] = 0,98 P_{\text{ο,ακρον}} \Rightarrow$$

$$P_{\text{ο,ακρον}} = P_{\text{ο,μέσον}} / 0,98 = 1540 / 0,98 = \mathbf{1671 \text{ kN}}$$

4. Η δύναμη P στη μεσαία διατομή παραμένει σταθερή με την αύξηση του φορτίου μέχρι την τιμή  $q_2$ . Είναι ίση με τη δύναμη που επιβάλλεται στους τένοντες κατά την τάνυσή τους.

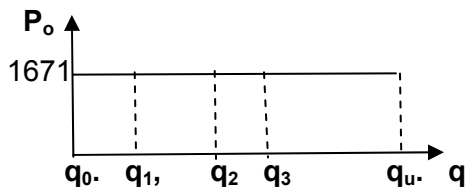
Για μεγαλύτερη τιμή του  $q$ , στο πέλμα 1 εμφανίζονται εφελκυστικές τάσεις και η διατομή ρηγματώνεται. Λόγω της ρηγματώσεως οι τένοντες υφίστανται\* πρόσθετη εφελκυστική παραμόρφωση (ίση με το ανηγμένο άνοιγμα των ρωγμών) και, γιαυτό, η δύναμη των τενόντων αυξάνει.

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα τάσεων (3) στο Σχ. 2, για το φορτίο  $q_3$  η μεσαία διατομή έχει ρηγματωθεί καθώς θλίβεται μέρος μόνον της διατομής (η καθύψος διαδρομή της ρωγμής είναι περίπου d - x).

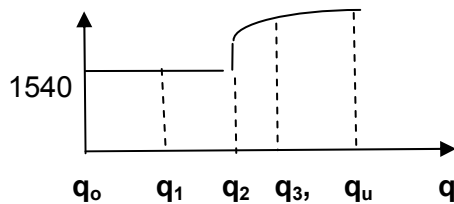
Γιαυτό η τιμή της P είναι αυξημένη για το φορτίο  $q_3$ .

\* Αν δεν είχαν γίνει οι τσιμεντενώσεις, δεν θα υπήρχε συνάφεια χάλυβα και σκυροδέματος. Ο χάλυβας δεν θα ακολουθούσε την μετακίνηση του γειτονικού σκυροδέματος λόγω της ρηγματώσεώς του. Η δύναμη P στη μεσαία διατομή θα παρέμενε σταθερή κι αν είχε εμφανιστεί ρωγμή.

Στην ακραία διατομή η δύναμη προέντασης παραμένει σταθερή, αφού με την αύξηση του φορτίου  $q$  η ροπή παραμένει σταθερή (μηδενική) και δεν εμφανίζονται ρωγμές.



Ακραία διατομή



Μεσαία διατομή

Δεν εμφανίζονται ρωγμές για να αυξηθεί η δύναμη των τενόντων λόγω πρόσθετης παραμόρφωσής τους εξαιτίας της ρηγμάτωσης.

**5.** Κρίσιμη διατομή στη στήριξη (Ορθότερα σ' απόσταση  $d$  από την παρειά της στήριξης)

Δρώσα τέμνουσα κατά την αστοχία:  $V_s = q_u l/2 = 130 \cdot 20/2 = 1300 \text{ kN}$

Αντιτέμνουσα:  $V_p = P \cdot \eta_{μα} = 1671 \cdot 0,2 = 334 \text{ kN}$  ( $\eta_{μα} = \epsilon_{φα} = 0,2$ )

Ανίσωση ασφαλείας:  $V_s - V_p \leq V_{Ru}$  (1)

$V_{Ru} = V_w + V_c = (0,9d/s) A_{sw} f_{sw} + 0$  (2)

(1) και (2)  $\Rightarrow 1300 - 334 \leq (0,9d/s) A_{sw} f_{sw} = 0,9 \cdot 2,1 A_{sw} \cdot 500000/s \Rightarrow A_{sw} \cdot /s = 10,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 10,6 \text{ cm}^2$

Λόγω του μεγάλου πλάτους τίθενται τετράτμητοι συνδετήρες  $\Rightarrow A_{sw} \cdot /s = 2,65 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8/18$

Ελάχιστη απόσταση συνδετήρων  $d/3 = 2,1/3 = 0,7 > 0,18$

**6.** Λοξή ρηγμάτωση εμφανίζεται όταν η λοξή τάση  $\sigma_1$  υπερβεί την εφελυστική αντοχή  $f_{ct}$  του σκυροδέματος. Για C25/30 είναι  $f_{ct} = 2000 \text{ kN/m}^2$

Η θέση εμφάνισης της λοξής ρωγμής είναι σ απόσταση  $d = 1,1 \text{ m}$  από την παρειά της στήριξης.

Ανίσωση ασφαλείας (Για συντομία υπολογίζεται στη στήριξη και όχι σ' απόσταση  $d$  ό την παρειά της στήριξης)

$\sigma_1 = \sigma_c / 2 + \sqrt{\sigma_c^2 / 4 + \tau^2} \leq f_{ct} = 2000$  (1)

Είναι  $\sigma_c = -P_d / A_c = -1671 / 1,1 = -1519 \text{ kN/m}^2$  (2)

Από τη μορφή του διαγράμματος των τάσεων  $\tau$  προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή της  $\tau$  είναι στη στάθμη του μέσου της διατομής

$S = 0,50 \cdot 1,1 \cdot 1,1/2 = 0,30 \text{ m}^3$   $b = 0,5 \text{ m}$   $J = 0,44 \text{ m}^4$   $V_p = P \cdot \eta_{μα} = 1671 \cdot 0,2 = 334 \text{ kN}$

$\max \tau = (V_s - 334) \cdot 0,30 / (0,5 \cdot 0,44) = 1,36 V_s - 455 \text{ kN/m}^2$  (3)

(1), (2) και (3)  $\Rightarrow -1519/2 + \sqrt{(1519)^2/4 + (1,36 V_s - 455)^2} \leq f_{ct} = 2000 \Rightarrow V_s = \dots \Rightarrow q = 10 V_s$

**7** Όπως φαίνεται στο σχήμα, στην περίπτωση τριγωνικής χάραξης η γωνία της προέντασης στα άκρα του φορέα είναι η μισή απ' αυτήν στην περίπτωση παραβολικής χάραξης.

Γιαυτό, η αντιτέμνουσα είναι η μισή\* και επομένως για ίδια τιμή της  $\sigma_1$  και άρα και της  $\tau$  πρέπει, όπως φαίνεται από τη σχέση (3), η  $V_s$  λοξής ρηγμάτωσης να μικρύνει. Άρα η ρηγμάτωση συμβαίνει για μικρότερο φορτίο  $q$ .

\*Λόγω της μικρότερης γωνίας απόκλισης από την ευθυγραμμία οι μειώσεις της  $P$  θα είναι μικρότερες και η δύναμη στα άκρα θα είναι λίγο μεγαλύτερη. Γιαυτό η αντιτέμνουσα θα είναι λίγο μεγαλύτερη από τη μισή τιμή

