

ΛΥΓΙΣΜΟΣ

1. Η ΕΝΝΟΙΑ «ΛΥΓΙΣΜΟΣ» ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΑΠΟ Ο.Σ

Στη μηχανική με τον όρο «**Λυγισμός**» νοείται αστοχία λόγω απώλειας της ευστάθειας ενός φορέα που υπόκειται μόνον σε αυστηρά **κεντρικό αξονικό φορτίο**. Στις κατασκευές από **οπλισμένο σκυρόδεμα δεν έχει νόημα ο όρος αυτός**, καθώς δεν υπάρχουν φορείς με καθαρά κεντρικό αξονικό φορτίο μόνον. Λόγω αθέλητων εκκεντροτήτων το αξονικό φορτίο είναι πάντα έκκεντρο και, γι' αυτό, η αξονική συνυπάρχει πάντα με καμπτική ροπή, δηλ. **οι φορείς υπόκεινται σε καμπτοθλιπτική επιπόνηση**.

1.1 Οι Δύο Σιωπηλές Παραδοχές του Σχεδιασμού σε Καμπτοθλιπτική Επιπόνηση

Σ' έναν φορέα καμπτική δράση προκύπτει:

(α) από τη δράση φορτίου κάθετου στον κεντροβαρικό άξονά του (ροπή M_{sdo}) και

(β) από έκκεντρο αξονικό φορτίο (ροπή $N_{sd} \cdot e$).

Είναι:

$$M_{sd} = M_{sdo} + N_{sd} \cdot e \quad (1)$$

όπου e είναι η εκκεντρότητα του αξονικού φορτίου

1.1.1 Η Επιρροή των Βελών του Φορέα

Στην κρίσιμη διατομή του φορέα, όπως η διατομή α-α του φορέα στο Σχ. 1, η εκκεντρότητα e (eccentricity) του αξονικού φορτίου N_{sd} είναι το άθροισμα δύο εκκεντροτήτων της αρχικής e_0 και της πρόσθετης εκκεντρότητας e_2 :

$$e = e_0 + e_2 \quad (2)$$

Η αρχική εκκεντρότητα e_0 συνίσταται:

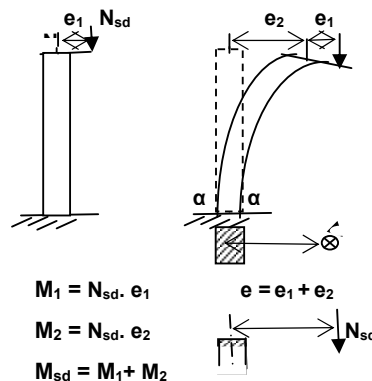
- στην αθέλητη εκκεντρότητα e_α λόγω αθέλητης απόκλισης του φορτίου από το κ.β. της διατομής (π.χ. το κ.β. ορθογωνικής διατομής, λόγω της ανομοιομορφίας του σκυροδέματος και της μη συμμετρικής διάταξης του οπλισμού, δεν είναι επακριβώς στο μέσον του ύψους) και
- σε ενδεχόμενη ηθελημένη έκκεντρη διάταξη του υπερκείμενου κατακόρυφου φορέα.

Στους κανονισμούς η τιμή της αθέλητης εκκεντρότητας για φορείς κτιρίων δίνεται από την σχέση:

$$e_\alpha = l_0/400 \quad (\text{παλιότερα } e_\alpha = l_0/400 > 0.02m)$$

l_0 είναι το κρίσιμο (ή ενεργό ή μήκος λυγισμού) του φορέα (βλ. κεφ.2).

Η **πρόσθετη εκκεντρότητα e_2** λόγω του καμπτικού βέλους του φορέα είναι συνάρτηση των παραμορφώσεων καθύψος της διατομής (βλ. Κεφ. 2)



Σχ. 1 Καμπτική ροπή M_1 πρώτης τάξεως και καμπτική ροπή M_2 δεύτερης τάξεως

1.1.2 Η Επιρροή του Ερπυσμού του Σκυροδέματος στην Μακροχρόνια Τιμή των Βελών του Φορέα

Η εκκεντρότητα e_2 αυξάνει με το χρόνο γιατί αυξάνει με το χρόνο το βέλος του φορέα λόγω του **ερπυσμού του σκυροδέματος**.

Το σκυρόδεμα με το χρόνο συστέλλεται.

Η συστολή αυτή δηλώνεται ως **συστολή ξηράνσεως** (shrinkage), όταν ο φορέας είναι αφόρτιστος και ως **ερπυσμός*** (creep) όταν ο

φορέας βρίσκεται υπό μακροχρόνια θλιπτική τάση.

Η παραμόρφωση ϵ_{cs} λόγω συστολής ξηράνσεως είναι ίδια σ' όλο το φορέα και, γι' αυτό, μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν μεταβάλλει το βέλος του φορέα..

Η παραμόρφωση ϵ_{cc} λόγω του ερπυσμού του σκυροδέματος είναι τόσο πιο μεγάλη όσο πιο μεγάλη είναι η σταθερή θλιπτική τάση σ_c που ασκείται και τόσο πιο μικρή όσο πιο μεγάλη είναι η αντίσταση του σκυροδέματος στην παραμόρφωσή του, δηλ. όσο πιο μεγάλο είναι το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος E_c .

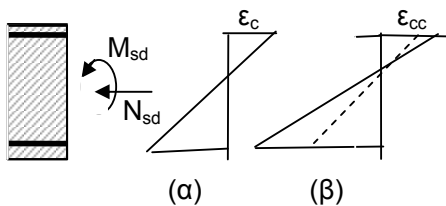
Άρα η ϵ_{cc} είναι **ανάλογη** του μεγέθους της βραχυχρόνιας παραμόρφωσης ϵ_c του σκυροδέματος .

$$\epsilon_{cc} = \varphi \cdot \epsilon_c = \varphi \cdot \sigma_c / E_c \quad (3)$$

όπου:

φ είναι ο συντελεστής ερπυσμού

Η ϵ_{cc} , λόγω της συνυπάρχουσας καμπτικής επιπόνησης, δεν είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, σταθερή καθ' ύψος του φορέα και, γι' αυτό, **αυξάνει το μακροχρόνιο βέλος** του φορέα, αφού αυξάνει τις ακραίες παραμορφώσεις (βλ. Κεφ. 2).



Σχ. 2 Διαγραμμα παραμορφώσεων
(α) βραχυχρόνιων
(β) μακροχρόνιων

Το μακροχρόνιο βέλος μπορεί να προκύψει προσεγγιστικά πολλασιάζοντας το βραχυχρόνιο e_2 με έναν συντελεστή K_φ (βλ. Κεφ. 5).

1.1.3 Η Ακριβής Τιμή της Δρώσας Καμπτικής Ροπής

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, ο φορέας οφείλει να σχεδιαστεί με τη συνολική καμπτική

ροπή που είναι:

$$M_{sd} = M_{sdo} + N_{sd} \cdot (e_o + e_2) = M_{sdo} + N_{sd} \cdot e_o + N_{sd} \cdot e_2$$

$$\text{ή } M_{sd} = M_1 + M_2 \quad (4)$$

$$\text{όπου: } M_1 = M_{sdo} + N_{sd} \cdot e_o \quad (α)$$

είναι η ροπή η υπολογιζόμενη στον απαρμόρφωτο φορέα η οποία δηλώνεται ως η **ροπή πρώτης τάξεως**,

$$\text{και } M_2 = N_{sd} \cdot e_2 \quad (β)$$

είναι η πρόσθετη ροπή λόγω του βέλους του φορέα (βραχυχρόνιου και μακροχρόνιου) η οποία δηλώνεται ως η **ροπή δεύτερης τάξεως**.

Η σχέση (α) σ' αντιστοιχία με τη σχέση (β) μπορεί να διατυπωθεί:

$$M_1 = N_{sd} \cdot (M_{sdo} / N_{sd} + e_o) = N_{sd} \cdot e_1 \quad (α')$$

Όπου:

$e_1 = M_{sdo} / N_{sd} + e_o$ είναι η εκκεντρότητα πρώτης τάξεως της αξονικής.

1.2 Η Έννοια του Λυγισμού στους Φορείς από Ο.Σ.

Ανάλογα με την ακρίβεια που υιοθετείται στον υπολογισμό της δρώσας καμπτικής ροπής διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

• Περίπτωση Απλής Καμπτοθλιπτικής Επιπόνησης

Είναι η περίπτωση κατά την οποία ως δρώσα καμπτική ροπή του φορέα λαμβάνεται μόνον η M_1 πρώτης τάξεως. Η πρόσθετη ροπή M_2 δεύτερης τάξεως **αμελείται**.

Στην περίπτωση αυτή, τα μεγέθη των δράσεων είναι ανεξάρτητα από τα εσωτερικά μεγέθη.

• Περίπτωση Λυγισμού

Είναι η περίπτωση κατά την οποία στην δρώσα καμπτική ροπή του φορέα **συνυπολογίζεται η πρόσθετη ροπή M_2 δεύτερης τάξεως**.

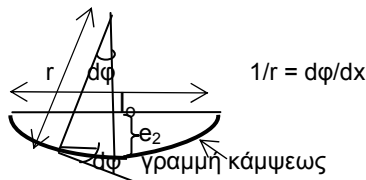
Στην περίπτωση αυτή, τα μεγέθη των δράσεων δεν είναι ανεξάρτητα από τα εσωτερικά μεγέθη, αφού εξαρτώνται από τα βέλη και, άρα τις παραμορφώσεις του φορέα.

2. ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΥΠΕΙΣΕΡΧΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΣΕ ΛΥΓΙΣΜΟ

2.1 Μεγέθη για τον Υπολογισμό της Απόκλισης του Φορέα e_2

Η απόκλιση (βέλος) e_2 ενός φορέα εξαρτάται, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, από:

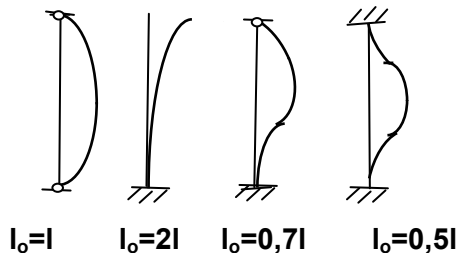
1. το ενεργό ή κρίσιμο μήκος l_0 μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενικής καμπτικής ροπής,
2. την ακτίνα καμπυλότητας r της γραμμής κάμψεως του φορέα, ή το αντίστροφό της $1/r$ που δηλώνεται ως η **καμπυλότητα** του φορέα. (Αν θεωρηθεί η γραμμή κάμψεως τόξο κύκλου, r είναι η ακτίνα του κύκλου).



Σχ.1 Μεγέθη που καθορίζουν το βέλος e_2

2.2 Κρίσιμο Μήκος l_0

Για μεμονωμένους φορείς ανοίγματος l με σταθερή διατομή το μήκος l_0 προκύπτει, όπως φαίνεται στο Σχ. 2:



Σχ. 2 Μήκη λυγισμού ανάλογα με το στατικό σύστημα του φορέα

Για τους στύλους πλαισίων το l_0 υπολογίζεται με τη βοήθεια νομογραφημάτων που παρατίθενται στους κανονισμούς.

2.3 Καμπυλότητα $1/r$

2.3.1 Συσχέτιση με τις Ακραίες Παραμορφώσεις του Φορέα.

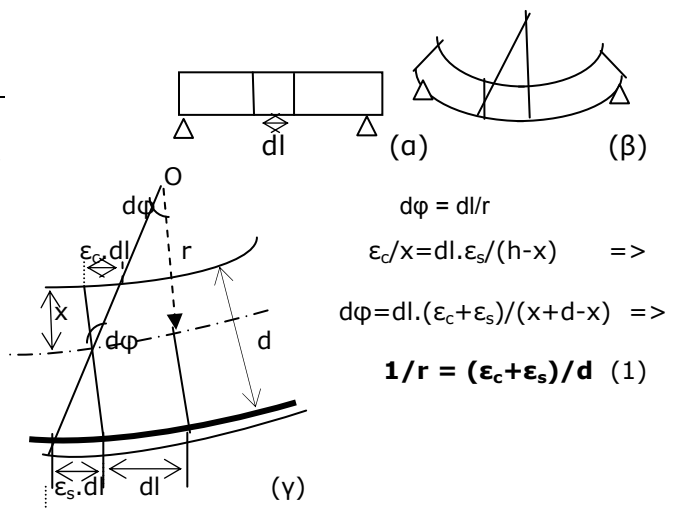
Στο Σχ. 3(α) φαίνεται στοιχειώδες τμήμα του φορέα μήκους dl στην κρίσιμη περιοχή του, στο Σχ. 3(β) η νέα του θέση κατά την επιπόνησή του. Όπως φαίνεται στο μεγενθυμένο Σχ. 3(γ), το τμήμα dl έχει συσταλεί κατά Δdl_1 στην ίνα 2, έχοντας υποστεί μια θλιπτική παραμόρφωση $\epsilon_c = \Delta dl_1/dl$ και έχει εκταθεί στην ίνα 1 κατά Δdl_2 έχοντας υποστεί μια εφελκυστική παραμόρφωση $\epsilon_s = \Delta dl_2/dl$.

Από τα όμοια τρίγωνα στο Σχ. 3(γ) προκύπτει η σχέση:

$$d\phi = dl/r = \epsilon_c \cdot dl/x = \epsilon_s \cdot dl/(d-x) = (\epsilon_c + \epsilon_s)/d$$

Άρα είναι:

$$\diamond \quad \underline{1/r = (\epsilon_c + \epsilon_s)/d} \quad (1)$$

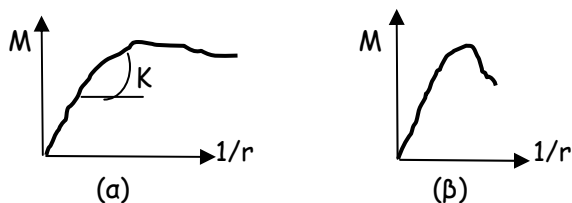


Σχ. 3 Συσχέτιση καμπυλότητας $1/r$ και παραμορφώσεων ϵ_c και ϵ_s

Όπως προκύπτει από τη σχέση (1) η καμπυλότητα $1/r$ είναι ανάλογη του αθροίσματος των ακραίων παραμορφώσεων και αντίστροφα ανάλογη του στατικού ύψους του φορέα.

2.3.2 Μεταβολή με την Αύξηση της Ροπής Διάγραμμα M-1/r Ροπών-Καμπυλο- τήτων

Οι ακραίες παραμορφώσεις του φορέα είναι αποτέλεσμα της δράσης της ροπής M.



Σχ. 4 Διάγραμμα M-1/r για διατομή:
(α) υπεροπλισμένη
(β) υποοπλισμένη

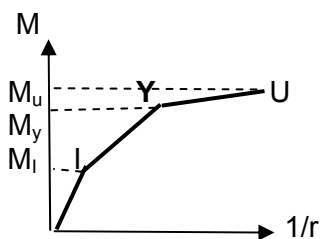
Με την αύξηση της ροπής οι ακραίες παραμορφώσεις στην κρίσιμη διατομή αυξάνονται και, γι' αυτό, αυξάνεται και η καμπυλότητα της διατομής αυτής, όπως φαίνεται στο διάγραμμα M-1/r στο Σχ. 4.

Η μορφή του διαγράμματος είναι, εν γένει, καμπύλη.

Για υπολογιστικούς λόγους τυποποιείται σε ένα τριγωνικό διάγραμμα που φαίνεται στο Σχ. 5 με σημεία καμπής:

Σημείο I: έναρξη ρηγμάτωσης της διατομής
Σημείο γ: διαρροή εφελκόμενου χάλυβα

Σημείο u: (υπολογιστική) αστοχία διατομής
Το διάγραμμα ισχύει για δεδομένη διατομή και αξονική.



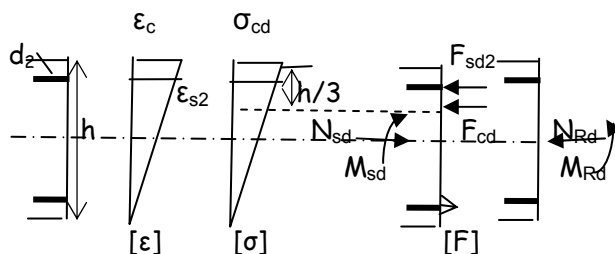
Σχ. 5 Τυποποιημένο διάγραμμα M-1/r

2.3.3 Διαδικασία για τη Σύνταξη του Διαγράμματος M-1/r

Παρακάτω δίνεται η διαδικασία για τον υπολογισμό της τιμής της ροπής M και της καμπυλότητας 1/r στα διακριτά αυτά σημεία:

➤ Σημείο M_r- 1/r Έναρξης Ρηγμάτωσης

Θεωρώντας μηδενική την εφελκυστική αντοχή f_{ct} , τη στιγμή πριν τη ρηγμάτωση η ακραία τάση σ_1 και, άρα, και η ακραία παραμόρφωση ϵ_1 της διατομής θα είναι μηδενικές, οπότε το διάγραμμα παραμορφώσεων και τάσεων καθ' ύψος της διατομής είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 6, τριγωνικό.



Σχ. 6 Διαγράμματα παραμορφώσεων, τάσεων και εσωτερικών δυνάμεων τη στιγμή της ρηγμάτωσης

Θεωρώντας μηδενική την ϵ_{s1} , λόγω του μικρού μεγέθους της, από τη διατύπωση της ισοδυναμίας των αξονικών και των ροπών καθώς και της επιπεδότητας των διατομών προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\epsilon_{s2}/\epsilon_c = (h-d_2)/h \quad (1)$$

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd} \Rightarrow$$

$$N_{sd} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot E_c \cdot \epsilon_c / 1,5 + A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} / 1,15 \Rightarrow$$

$$\epsilon_c = (1,5 N_{sd} - A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} / 1,15) / (0,5 \cdot b \cdot h \cdot E_c) \quad (2)$$

$$\ast M_l = M_{Rd} = F_{cd} \cdot (h/2 - h/3) + A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} \cdot (h/2 - d_2) \quad (\alpha)$$

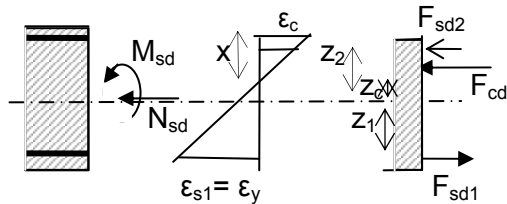
$$\ast 1/r = (\epsilon_c + 0)/h \quad (\beta)$$

➤ Σημείο M_γ-1/r Διαρροή Εφελκόμενου Οπλισμού

Τίθεται $\epsilon_{s1} = \epsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$ και αναζητείται η αντίστοιχη ϵ_c η οποία ικανοποιεί την ισοδυναμία των αξονικών.

Γνωρίζοντας τις ακραίες παραμορφώσεις ϵ_c και ϵ_{s1} προκύπτει η τιμή του x από τη σχέση (1) επιπεδότητας των διατομών:

$$x = d \cdot \epsilon_c / (\epsilon_c + \epsilon_{sy}) \quad (1)$$



Σχ. 7 Διαγράμματα παραμορφώσεων, τάσεων και εσωτερικών δυνάμεων για $\epsilon_{s1} = \epsilon_y$

Από τη σχέση (α*) προκύπτει η τιμή της M_y

$$M_y = F_{cd} \cdot z_c + F_{sd2} \cdot z_2 - F_{sd1} \cdot z_1 \quad (\alpha^*)$$

Η τιμή της $(1/r)_y$ προκύπτει από τη σχέση:

$$\diamond (1/r)_y = (\epsilon_c + \epsilon_{sy}) / d \quad (\beta^*)$$

➤ Σημείο $M_u - 1/r$ Αστοχία διατομής

Τίθεται $\epsilon_c = 3,5\%$, και αναζητείται η αντίστοιχη ϵ_{s1} η οποία ικανοποιεί την ισοδυναμία των αξονικών. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με το παραπάνω σημείο.

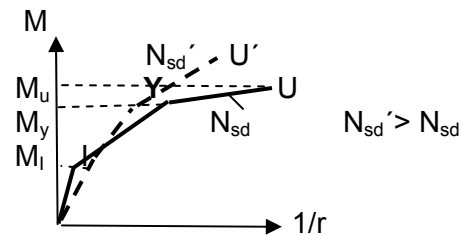
Όπως φαίνεται στο Σχ. 4 και 5, το διάγραμμα $M - 1/r$ οριζοντιώνεται μετά τη ροπή διαρροής.

Οι παραμορφώσεις χάλυβα και σκυροδέματος αυξάνονται και αυξάνεται η καμπυλότητα, αλλά η αύξηση της ροπής είναι πολύ μικρή, καθώς μετά την διαρροή του χάλυβα η τάση του, συνεπώς, και η δύναμή του δεν αυξάνει.

Η μικρή αύξηση της ροπής οφείλεται στη μικρή αύξηση του z_c , επειδή μειώνεται το x (λόγω της αύξησης της ϵ_{s1}).

2.3.4 Η Επιρροή της N_{sd} στη Μορφή του Διαγράμματος

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8, η αύξηση της N_{sd} μεταβάλλει το διάγραμμα $M - 1/r$, ιδιαίτερα ως προς το σημείο U αστοχίας.



Σχ. 8 Η επιρροή της N_{sd} στη μορφή του διαγράμματος $M - 1/r$

➤ Σημείο $M_u - 1/r$ Αστοχία διατομής

Με την αύξηση της N_{sd} (μέχρι την τιμή $N_{bal} = 0,40 N_{Rdu}$) αυξάνεται, όπως προκύπτει από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης ροπής και αξονικής (βλ. Κεφ. 3, Σχ. 1) η καμπτική αντοχή M_{Rdu} , ενώ μειώνεται η παραμόρφωση ϵ_{s1} κατά την αστοχία και, άρα, μειώνεται η καμπυλότητα $(1/r)_u$ αστοχίας.

➤ Σημείο $M_y - 1/r$ Διαρροή Εφελκόμενου Οπλισμού

Από τη σχέση ισοδυναμίας των αξονικών:

$$N_{sd} = N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1}$$

προκύπτει ότι αυξανόμενης της N_{sd} μειώνεται η δύναμη F_{cd} (αφού η F_{sd1} παραμένει σταθερή) και, άρα, μειώνεται η παραμόρφωση ϵ_c και, γι' αυτό, μειώνεται η καμπυλότητα $(1/r)_y$ διαρροής.

Η ροπή διαρροής M_y δεν θα εμφανίσει σημαντική διαφορά, καθώς τη μείωσή της λόγω της μείωσης της F_{cd} αντισταθμίζει η αύξησή της λόγω της αύξησης της απόστασης z_c (βλ. Σχ. 7), αφού θα μειωθεί το x λόγω της μείωσης της παραμόρφωσης ϵ_c .

➤ **Σημείο M_r $1/r$ Έναρξης Ρηγμάτωσης**

Όπως προκύπτει από τις σχέσεις (α) και (β) στο κεφ.2.3.3 με την αύξηση της N_{sd} αυξάνει τόσο η καμπυλότητα όσο και η ροπή ρηγμάτωσης.

2.4 Συσχέτιση της Απόκλισης e_2 με το Κρίσιμο Μήκος l_0 και την Καμπυλότητα $1/r$

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1 και 3, η καμπυλότητα $1/r$ είναι ίση με την κλίση $d\phi/dx$ της γραμμής κάμψεως η οποία είναι η πρώτη παράγωγος d^2y/dx^2 της εξίσωσης της γραμμής κάμψεως.

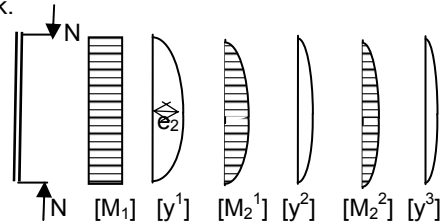
Αποδεικνύεται ότι για οποιαδήποτε μορφή της γραμμής κάμψεως ενός φορέα η πρώτη παράγωγος της εξίσωσής της και, άρα, η καμπυλότητα $1/r$ στην κρίσιμη διατομή του φορέα δίνεται από την παρακάτω σχέση

❖ $1/r = e_2 \cdot 10/l_0^2$ (1)

❖ $\Rightarrow e_2 = (l_0^2/10) \cdot 1/r$ (2)

Ο αριθμητικός συντελεστής 10 στις παραπάνω σχέσεις εμφανίζει ανάλογα με τη μορφή της γραμμής κάμψης μικρή απόκλιση από την τιμή 10, η οποία, όπως αποδεικνύεται στην υποσημείωση*, είναι αμελητέα.

Για αμφιαρθρωτό φορέα ανοίγματος l_0 επιπονούμενο με θλιπτικό φορτίο N_{sd} με εκκεντρότητα e_1 το διάγραμμα των ροπών M_1 είναι ορθογωνικό και η εξίσωση της γραμμής κάμψεως είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 9(α) παραβολή 2^{ου} βαθμού. Λόγω του πρόσθετου παραβολικού διαγράμματος ροπών M_2 η γραμμή κάμψεως είναι παραβολή 4^{ου} βαθμού κ.ο.κ.



$y^1 = e_2^1 \cdot 4x/l_0 \cdot (1-x/l_0)$ παραβολή 2^{ου} βαθμού

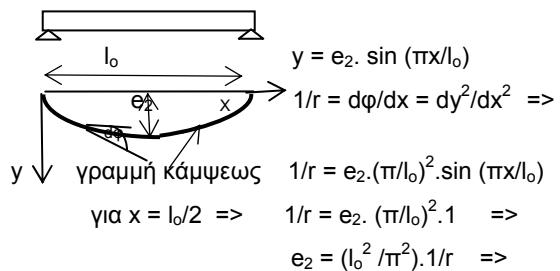
$\Rightarrow d^2y/dx^2 = 1/r^1 = e_2^1 \cdot 8/l_0$

$y^2 = e_2^2 \cdot 16/5 \cdot (x/l_0 - 2x^3/l_0^3 + x^4/l_0^4)$ παραβολή 4^{ου} βαθμού

$\Rightarrow d^2y/dx^2 = 1/r^2 = 192/5 \cdot e_2^2 \cdot 1/l_0 \cdot (-x/l_0 + x^2/l_0^2)$ κ.ο.κ

Για $x = l_0/2 \Rightarrow 1/r = e_2^2 \cdot 9,6/l_0 \Rightarrow e_2^2 = 1/r \cdot l_0/9,6$

Για ημιτονοειδή γραμμή κάμψεως είναι:



❖ $e_2 = 1/r \cdot l_0^2/9,8$

3. ΠΟΤΕ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ Ή ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΛΥΓΙΣΜΟ

3.1 Κριτήρια για να Μπορεί να Αμεληθεί η Ροπή Δεύτερης Τάξεως M_2

Η ροπή δεύτερης τάξεως M_2 μπορεί να αμεληθεί όταν δεν αποτελεί σημαντικό ποσοστό της αρχικής ροπής M_1 .

Η M_2 αποτελεί σημαντικό ποσοστό της M_1 , όταν η M_1 είναι μικρή και η M_2 είναι μεγάλη.

Η M_1 είναι μικρή όταν είναι μικρή η αρχική εκκεντρότητα $e_1 = M_{sdo} / N_{sd}$

Η M_2 είναι μεγάλη, όταν είναι μεγάλο το βέλος e_2 είτε είναι μεγάλη η αξονική N_{sd}

Το βέλος e_2 είναι μεγάλο όταν είναι μεγάλη η λυγηροτητα λ του φορέα

$$\text{Είναι: } \lambda = I_o / i \quad i = \sqrt{J_c / A_c} \quad (1)$$

όπου:

I_o : το κρίσιμο μήκος (ή ενεργό μήκος ή μήκος λυγισμού) του φορέα που είναι το μήκος που σχετίζεται με τη γραμμή κάμψεως (η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ροπής), και

i : η ακτίνα αδρανείας της διατομής του φορέα

Για ορθογωνικές διατομές είναι: $I = h \sqrt{12}$

Συμπερασματικά:

Έλεγχος ή σχεδιασμός σε λυγισμό δεν απαιτείται όταν:

- Είναι μικρή η λυγηρότητα του φορέα
- Είναι μικρή η αξονική δύναμη
- Είναι μεγάλη η αρχική εκκεντρότητα

3.2 Κριτήρια για να Μπορεί να Αμεληθεί η Επιρροή του Ερπυσμού

Προφανώς, η επιρροή του ερπυσμού μπορεί να αμεληθεί όταν η αύξηση του βέλους e_2 λόγω των ερπυστικών παραμορφώσεων είναι μικρό ποσοστό της αρχικής εκκεντρότητας e_1 .

Το ποσοστό αύξησης είναι μικρό όταν το βέλος e_2 είναι μικρό και η ερπυστική αύξησή του μικρή.

3.3 Κριτήρια Παλαιού Κανονισμού (για Παλιές Μελέτες)

➤ Μέγιστη επιτρεπόμενη λυγηρότητα:

$$\lambda_{\max} = 120 \quad (\text{παλιότερα ίσχυε: } \lambda_{\max} = 200)$$

Όταν είναι $\lambda > \lambda_{\max}$ πρέπει να μεγαλώσει η διατομή του φορέα για να μικρύνει η λυγηρότητα.

➤ Έλεγχος σε λυγισμό απαιτείται όταν ισχύει μία από τις παρακάτω σχέσεις:

$$v_{sd} = N_{sd} / (A_c \cdot f_{cd}) < 0.3, \quad \lambda \sqrt{v_{sd}} > 20$$

$$e_1 < 5 \cdot \epsilon_{sy} \cdot I_o / h$$

όπου:

$$\epsilon_{sy} = f_{yd} / E_s$$

I_o : ενεργό μήκος

h : η διάσταση της διατομής προς τη διεύθυνση σχεδιασμού σε λυγισμό

$\lambda = I_o / i$ η λυγηρότητα του φορέα

3.4 Κριτήρια Ευρωκώδικα 2 για Απαλλαγή από Έλεγχο σε Λυγισμό

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 δεν απαιτείται σχεδιασμός σε λυγισμό όταν η ροπή δεύτερης τάξεως M_2 είναι μικρότερη από το 10% της M_1 .

Απλοποιημένο κριτήριο για μεμονωμένους φορείς είναι η λυγηρότητα να είναι μικρότερη από μια οριακή τιμή λ_{lim} :

$$\lambda < \lambda_{lim},$$

Η οριακή λυγηρότητα προκύπτει από τη σχέση:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{\eta}$$

όπου μπορεί απλοποιητικά να τεθεί:

$$A = 0,7, \quad B = 1,1 \quad C = 0,7 \quad \eta = N_{sd} / (A_c \cdot f_{cd})$$

3.5 Κριτήρια Ευρωκώδικα 2 για Αμέληση της Επιρροής του Ερπυσμού

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 μπορεί να αμεληθεί η επιρροή του ερπυσμού όταν ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\varphi(\infty, t_o) \leq 2 \quad \lambda \leq 75 \quad e_1 \geq h$$

4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ Ή ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΕ ΛΥΓΙΣΜΟ

4.1 Διαφοροποιήσεις στην Ανίσωση Ασφαλείας

4.1.1 Ισοδυναμία Δράσεων- Αντιδράσεων αντί της Ανίσωσης Ασφαλείας

Η ανίσωση ασφαλείας των φορέων στην επίλυση της οποίας βασίζεται ο σχεδιασμός τους είναι:

$$\diamond M_{sd} \equiv M_{Rd} \leq M_{Rdu} \quad (1) \quad \text{για } N_{sd} = N_{Rd}$$

Η δρώσα ροπή M_{sd} η οποία είναι ίση με την αναπτυσσόμενη εσωτερική ροπή M_{Rd} πρέπει να είναι ίση ή μικρότερη από την ροπή αστοχίας M_{Rdu} η οποία προσδιορίζεται για τιμή της εσωτερικής αξονικής N_{Rd} ίση με την δρώσα αξονική N_{sd} .

Η σχέση (1) μπορεί να πάρει τις παρακάτω δύο μορφές (I) ή (II):

$$\diamond M_{sd} \leq M_{Rdu} \quad (I) \quad M_{sd} \equiv M_{Rd} \quad (II)$$

➤ Καμπτοθλιπτική Επιπόνηση

Συνήθως ο σχεδιασμός των φορέων για καμπτοθλιπτική (ή άλλη) επιπόνηση βασίζεται στη μορφή (I):

Η δρώσα ροπή M_{sd} πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από την καμπτική αντοχή M_{Rdu} .

➤ Λυγισμός

Στην περίπτωση του λυγισμού για λόγους που θα φανούν παρακάτω στο κεφ. 4.1.4 υιοθετείται η μορφή (II):

❖ **Ελέγχεται κατά πόσον υπάρχει τιμή της εσωτερικής ροπής M_{Rd} που να ισούται με την τιμή της δρώσας ροπής M_{sd} .**

4.1.2 Αναλυτική Έκφραση Ισοδυναμίας Αξονικών και Ροπών

Στο Σχ. 1 δίνονται τα διαγράμματα παραμορφώσεων και εσωτερικών δυνάμεων καθ' ύψος εγκάρσιας διατομής του φορέα.

Οι σχέσεις ισοδυναμίας αξονικών και ροπών για την περίπτωση της απλής καμπτοθλιπτικής επι-

πόνησης και για την περίπτωση του λυγισμού είναι:

➤ Απλή Καμπτοθλιπτική Επιπόνηση

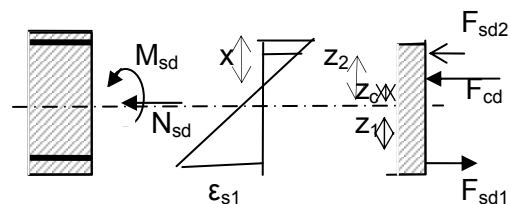
$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} \quad (\alpha)$$

$$M_{sd1} = M_{Rd} = F_{cd} \cdot z_c + F_{sd2} \cdot z_2 - F_{sd1} \cdot z_1 \quad (\beta)$$

➤ Λυγισμός

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} \quad (\alpha^*)$$

$$M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2 = M_{Rd} = F_{cd} \cdot z_c + F_{sd2} \cdot z_2 - F_{sd1} \cdot z_1 \quad (\beta^*)$$



Σχ. 1 Διαγράμματα παραμορφώσεων και εσωτερικών δυνάμεων για κάμψη και αξονική

Οι σχέσεις (α) και (β) είναι συναρτήσεις των παραμορφώσεων, καθώς τόσο οι δυνάμεις F όσο και οι αποστάσεις z είναι συναρτήσεις των ϵ_c , ϵ_s και του x [$x = d \cdot \epsilon_c / (\epsilon_s + \epsilon_c)$].

Θέτοντας στη σχέση (β*)

$$e_2 = I_o^2 / 10 \cdot 1/r = (I_o^2 / 10) \cdot (\epsilon_c + \epsilon_{s1}) / d \quad (\gamma)$$

και οι σχέσεις (α*) και (β*) προκύπτουν, επίσης, συναρτήσεις των ϵ_c και ϵ_s .

4.1.3 Γραφικός Έλεγχος Ισοδυναμίας Εξωτερικών και Εσωτερικών Ροπών

Επειδή η σχέση (β*) προκύπτει μεγάλου βαθμού ως προς την ϵ_c , η επίλυση της ανίσωσης ασφαλείας γίνεται, συνήθως, γραφικά ή με τη βοήθεια πινάκων.

Κανονικά θα έπρεπε να γίνει σε κοινό σύστημα αξόνων η γραφική παράσταση της M_{Rd} και της

$M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2$ συναρτήσει των παραμορφώσεων ϵ_c και ϵ_{s1} . Αν τα δύο διαγράμματα ετέμοντο, η σχέση (β^*) θα συναλήθευε για τις τιμές των ϵ_c και ϵ_{s1} του σημείου τομής.

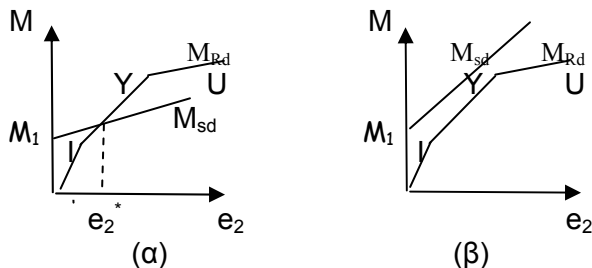
Επειδή, όμως, τα μεγέθη είναι τρία M , ϵ_c και ϵ_{s1} το σύστημα αναφοράς θα έπρεπε να είναι τριαξονικό. Για να αναχθεί το διάγραμμα σε δύο άξονες χρησιμοποιείται ένας μετασχηματιστής. Οι δύο παραμορφώσεις ϵ_c και ϵ_{s1} εκφράζονται σ' ένα συνδυαστικό μέγεθος των δύο παραμορφώσεων. Ως τέτοιο μέγεθος επιλέγεται:

- το βέλος e_2 του φορέα, ή
- η καμπυλότητα $1/r$

καθώς και στις δύο περιπτώσεις το ένα διάγραμμα, αυτό των εξωτερικών ροπών, είναι ευθεία γραμμή, αφού, όπως φαίνεται από τη σχέση (δ), η M_{sd} είναι γραμμική συνάρτηση τόσο του e_2 , όσο και του $1/r$.

$$\diamond M_{sd} = M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2 = M_{sd1} + N_{sd} \cdot (l_0^2 / 10) \cdot 1/r \quad (\delta)$$

Στο Σχ. 2(α) δίνεται η γραφική παράσταση της ανίσωσης ασφαλείας φορέα που είναι ασφαλής και στο Σχ. 2(β) φορέα που δεν είναι ασφαλής.



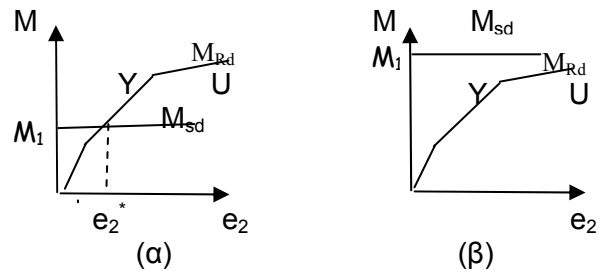
Σχ 2. Γραφική λύση για λυγισμό
(α) φορέας ασφαλής
(β) φορέα όχι ασφαλής

Στο Σχ. 2(α), αμέσως μετά την επιβολή της επιπόνησης M_{sd} ο φορέας αντιδρά καμπτόμενος με αυξανόμενο βέλος e_2 μέχρι κάποιας τιμής e_2^* και σταματά.

Η τιμή e_2^* αντιστοιχεί σε παραμόρφωση του φορέα που προκαλεί M_{Rd} ίση με M_{sd} .

Στο Σχ. 2(β) ο φορέας δεν είναι ασφαλής, συνεχίζει καμπτόμενος μέχρι θραύσεως. Δεν υπάρχει καμία θέση του φορέα, κανένα βέλος e_2 . ή καμπυλότητα $1/r$, για την οποία η αναπτυσσόμενη M_{Rd} να ισούται με την επιβαλλόμενη M_{sd} .

Τα αντίστοιχα διαγράμματα για την καμπτοθλιπτική επιπόνηση δίνονται στο Σχ. 3.



Σχ 3 Γραφική λύση για καμπτοθλιπτική επιπόνηση
(α) φορέας ασφαλής
(β) φορέας όχι ασφαλής

4.1.4 Η Ροπή Διαρροής (αντί της Ροπής Αστοχία) Οριακό Κρίσιμο μέγεθος

Όπως προκύπτει από τα Σχ. 2 και 3:

- Στην καμπτοθλιπτική επιπόνηση ο έλεγχος ισοδυναμίας των ροπών ανάγεται στην ανίσωση ασφαλείας:

$$\diamond M_{sd1} \leq M_U \quad (\alpha)$$

- Στο λυγισμό ο έλεγχος ισοδυναμίας των ροπών ανάγεται στην ανίσωση ασφαλείας:

$$\diamond M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2 \leq M_Y \quad (\beta)$$

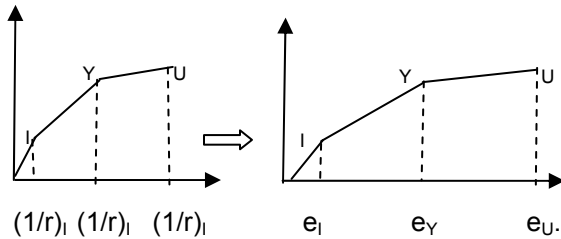
Δηλ. η μέγιστη τιμή της δρώσας ροπής στην περίπτωση του λυγισμού δεν είναι η ροπή αστοχίας M_U αλλά η ροπή διαρροής M_Y .

4.2 Διαδοχικά Βήματα Γραφικής Λύσης

Ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

4.2.1 Συντάσσεται το Διάγραμμα $[M_{Rd} - e_2]$

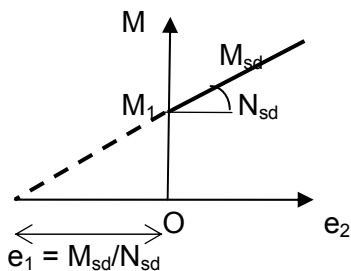
Συντάσσεται πρώτα το διάγραμμα $[M_{Rd} - 1/r]$ σύμφωνα με το κεφ. 2.3.3 και μετά μετατρέπεται σε διάγραμμα $[M_{Rd} - e_2]$ πολλαπλασιάζοντας τις τιμές $(1/r)_I$, $(1/r)_Y$ και $(1/r)_U$ επί το συντελεστή $I_o^2 / 10$ (βλ. κεφ. 2.4) για να προκύψουν οι τιμές e_I , e_Y και e_U .



Σχ. 4 Μετατροπή διαγράμματος $[M_{Rd} - 1/r]$ σε διάγραμμα $[M_{Rd} - e_2]$

4.2.1 Συντάσσεται το Διάγραμμα $[M_{sd} - e_2]$

Το διάγραμμα $M_{sd} = M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2$ είναι ευθεία γραμμή με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:



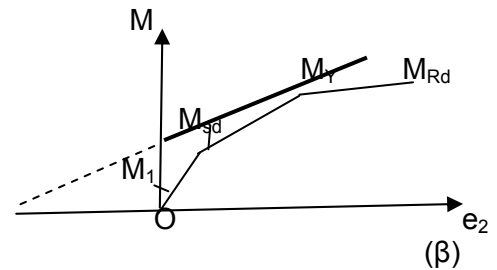
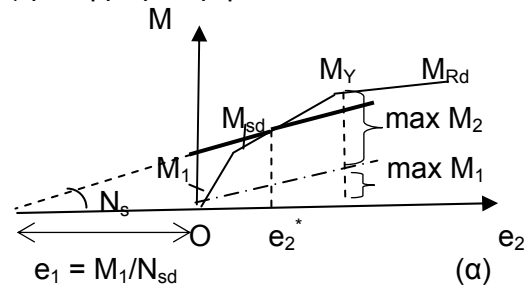
Σχ. 5 Διάγραμμα $[M_{sd} - e_2]$

- κλίση με τον άξονα των αποκλίσεων e_2 ίση με την N_{sd} .
- τέμνει τον άξονα των M σε στάθμη ίση με M_{sd1}
- τέμνει τον άξονα των e_2 σε απόσταση από την αρχή των αξόνων ίση με την εκκεντρότητα $e_1 = M_{sd} / N_{sd}$

4.2.3 Ελέγχεται αν τέμνονται τα Δύο Διάγραμμα

Τα δύο διαγράμματα συντάσσονται στο ίδιο σύστημα αξόνων και κατά πόσον τέμνονται ελέγχεται οπτικά. Τα δύο διαγράμματα στο Σχ. 6 αντιστοιχούν σε δύο φορείς με ίδια ροπή M_1 αλλά διαφορετική N_{sd} και, γι' αυτό, και διαφορετική αρχική εκκεντρότητα e_1 .

Ασφαλής είναι ο φορέας με τα διαγράμματα στο Σχ. 6(α) με τη μικρότερη N_{sd} .



Σχ. 6 Γραφικός έλεγχος ισοδυναμίας ροπών φορέα (α) ασφαλής (β) μη ασφαλής

4.2.4 Γραφική Διερεύνηση της Λύσης

Στο Σχ. 7(α) φαίνεται η μέγιστη αρχική εκκεντρότητα και στο Σχ. 7(β) η μέγιστη αξονική που πρέπει να έχει ο φορέας με το διάγραμμα στο Σχ. 5(β) για να είναι ασφαλής.

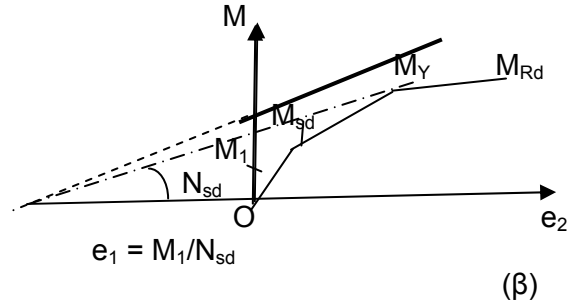
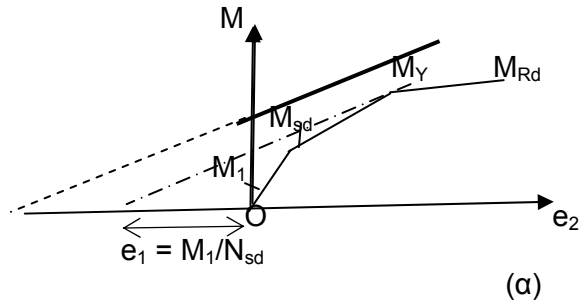
4.2.5 Πινακοποίηση της Λύσης

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα στο Σχ. 6(α) είναι:

$$\max M_1 + \max M_2 = M_Y, \quad M_1 = N_{sd} \cdot e_1 \quad \Rightarrow$$

$$\max (N_{sd} \cdot e_1) = M_Y - \max M_2 \quad (1)$$

Η σχέση (1) αποτελεί τη βάση της πινακοποίησης του ελέγχου σε λυγισμό.



Σχ. 7 Γραφικός προσδιορισμός $\max e_1$ και $\max N_{sd}$ του φορέα στο Σχ. 6(β) για να είναι ασφαλής

5. ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΣΕ ΛΥΓΙΣΜΟ

Ισχύει για Φορείς με Σταθερή Συμμετρική Διατομή

5.1 Αμελώντας την Επιρροή του Ερπυσμού

Ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. **Υπολογίζεται η Καμπυλότητα $1/r$** στην κρίσιμη διατομή του φορέα βάσει της απλοποιημένης εμπειρικής σχέσης (1) που δίνεται στον Ευρωκώδικα 2:

$$1/r = K_1 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,45d) \quad (1)$$

Το $\varepsilon_{yd} / (0,45d)$ αντιστοιχεί στην $1/r$ όταν η παραμόρφωση του εφελκόμενου χάλυβα έχει φθάσει την παραμόρφωση διαροής ε_{yd} ($\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$). Προκύπτει θέτοντας $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$ και $\varepsilon_c = \varepsilon_{yd}$ στη σχέση $1/r = (\varepsilon_c + \varepsilon_s) / d$

Επειδή, εν γένει, είναι $\varepsilon_s \neq \varepsilon_{yd}$ τίθεται ο διορθωτικός συντελεστής K_1 .

Τιμή του Διορθωτικού Συντελεστή K_1

Από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης, προκύπτει ότι η παραμόρφωση του εφελκόμενου χάλυβα φθάνει την

παραμόρφωση διαροής ε_{yd} όταν η αξονική δύναμη είναι ίση περίπου με την τιμή N_{bal} (σημείο B στο Σχ. 1) και προσεγγιστικά ισχύει:

$$N_{bal} = 0,4N_{Rdu} \text{ (για S500) ή}$$

$$N_{bal} = 0,35N_{Rdu} \text{ (για S400)}$$

όπου $N_{Rdu} = 0,85 f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot (A_{s1} + A_{s2})$

Επειδή η N_{sd} είναι, εν γένει, διαφορετική από την N_{bal} η παραμόρφωση ε_{s1} θα είναι διαφορετική από την ε_{yd} .

Προσεγγιστικά:

- ❖ αν $N_{sd} < N_{bal}$ είναι $\varepsilon_{s1} < \varepsilon_{yd}$

Τίθεται $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd}$ οπότε $K_1 = 1$ (είναι δυσμενέστερο, αφού δίνει μεγαλύτερη $1/r$)

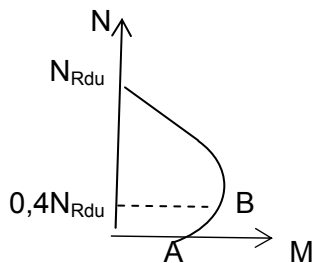
- ❖ αν $N_{sd} > N_{bal}$ είναι $\varepsilon_{s1} > \varepsilon_{yd}$

Η παραμόρφωση ε_{s1} μπορεί να θεωρηθεί ίση με $K_1 \cdot \varepsilon_{yd}$, όπου ο συντελεστής K_1 δίνεται από τη σχέση:

$$K_1 = (N_{Rdu} - N_{sd}) / (N_{Rdu} - N_{bal}) \leq 1$$

2. Υπολογίζεται η Απόκλιση e_2 από τη σχέση:

$$e_2 = (I_o^2 / 10) \cdot 1/r$$



Σχ. 10 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης M και N

Σχ. 1 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης

3. Υπολογίζεται η δρώσα ροπή M_{sd} από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_{sd1} + N_{sd} \cdot e_2$$

4. Επιλύεται ή ελέγχεται η Ανίσωση Ασφαλείας

$$M_{sd} \leq M_{RY}, \quad M_{RY}: \text{η ροπή διαρροής} \\ (\text{βλ. κεφ.2})$$

5.2 Λαμβάνοντας Υπόψη την Επιρροή του Ερπυσμού

Η επιρροή του ερπυσμού λαμβάνεται υπόψη πολλαπλασιάζοντας την απόκλιση e_2 με τον αυξητικό συντελεστή K_φ που δίνεται από τη σχέση:

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef}$$

όπου :

$$\varphi_{ef} = \varphi \cdot M_g / M_{sd1},$$

M_g : η ροπή των μόνιμων και των μακροχρόνια δρώντων κινητών

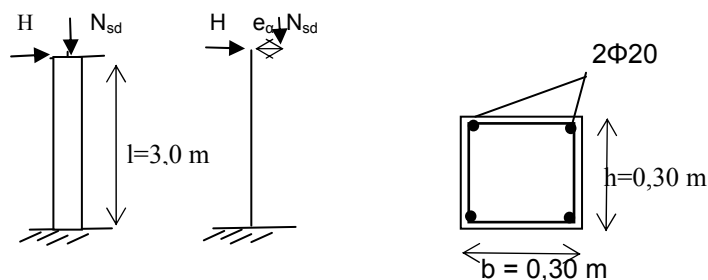
φ : ο συντελεστής ερπυσμού (προκύπτει από πίνακες ή νομογραφήματα)

$$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$$

λ : η λυγηρότητα

6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ- ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΛΥΓΙΣΜΟ

Έλεγχος σε λυγισμό γραφικά με βάση τις καμπυλότητες υποστυλώματος με γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία που δίνονται στο Σχ. 1



Υλικά:
C30/35, S500.

Φορτία:
 $N_g = 200 \text{ kN}$
 $N_q = 120 \text{ kN}$
 $H_g = 6,6 \text{ kN}$
 $H_q = 16,6 \text{ kN}$

$$d_1 = d_2 = 5 \text{ cm}$$

Σχ. 1 Γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία υποστυλώματος

1. Κρίσιμος Συνδυασμός Φορτίων

Είναι ο συνδυασμός για τον οποίο η πρόσθετη ροπή $\Delta M = N \cdot e_2$ είναι μεγαλύτερο ποσοστό της αρχικής ροπής $M = H \cdot l$, άρα ο συνδυασμός που δίνει τη μεγαλύτερη N_{sd} και τη μικρότερη M_{sd} .

Άρα ο έλεγχος θα γίνει με:

$$N_{sd} = 1,35 \cdot 200 + 1,5 \cdot 120 = 450 \text{ kN} \quad \text{και} \quad M_{sd} = H_{gd} \cdot l = 1,35 \cdot 6,6 \cdot 3,0 + 450 \cdot e_a = 15,0 \cdot 3,0 + 450 \cdot e_a$$

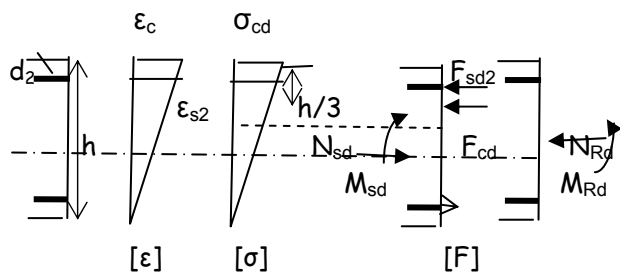
$$H \text{ αθέλητη εκκεντρότητα είναι: } e_a = \max \{0,02, 3,0 / (100 \cdot \sqrt{3,0})\} = 0,02 \text{ m}$$

Η ροπή 1^{ης} τάξεως στην κρίσιμη διατομή (στη βάση του υποστυλώματος) είναι:

$$M_1 = 15,0 \cdot 3,0 + 450 \cdot 0,02 = 45,0 + 9,0 = 54,0 \text{ kNm}$$

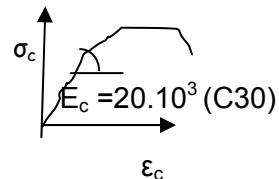
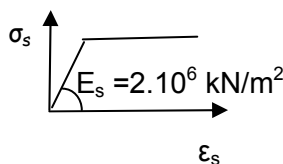
2. Σύνταξη Διαγράμματος [$M_R - 1/r$]

➤ Σημείο $M_1 - 1/r$ Έναρξης Ρηγμάτωσης (Μπορεί και να παραλειφθεί)



$$\varepsilon_{s2} / \varepsilon_c = (h - d_2) / h = (0,3 - 0,05) / 0,3 = 0,8 \quad (1)$$

$$A_{s1} = A_{s2} = 2,3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$



Σχ. 2 Διαγράμματα παραμορφώσεων, τάσεων και εσωτερικών δυνάμεων τη στιγμή της ρηγμάτωσης

Ισοδυναμία Αξονικών

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd} = > N_{sd} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot E_c \cdot \epsilon_c / 1,5 + A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} / 1,15 \Rightarrow$$

$$\epsilon_c = (1,5 N_{sd} - A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} / 1,15) / (0,5 \cdot b \cdot h \cdot E_c) = (1,5 \times 450 - 6,3 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^6 / 1,15) / (0,5 \times 0,3 \times 0,3 \times 20 \cdot 10^3) \Rightarrow$$

$$\epsilon_c = 0,5 \text{ ‰}$$

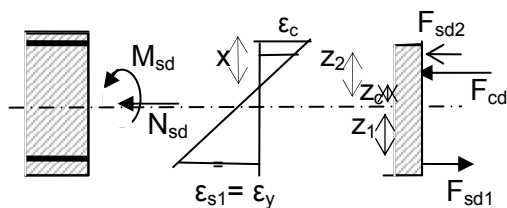
Ισοδυναμία Ροπών

$$M_l = M_{Rd} = F_{cd} \cdot (h/2 - h/3) + A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} (h/2 - d_2) = (\frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot E_c \cdot \epsilon_c / 1,5) \cdot (h/2 - h/3) + A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} (h/2 - d_2) \Rightarrow$$

$$\diamond M_l = 26 \text{ kNm}, \quad (1/r)_l = (\epsilon_c + 0)/h = 0,5 \cdot 10^{-3} / 0,3 = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

➤ Σημείο $M_y - 1/r$ Διαρροή Εφελκυσμένου Οπλισμού

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = (500 / 1,15) / (2 \cdot 10^6) = 2,1 \cdot 10^{-3},$$



$$\epsilon_{s2} / \epsilon_c = (x - d_2) / x$$

$$x = d \cdot \epsilon_c / (\epsilon_c + \epsilon_{sy})$$

Σχ. 7 Διαγράμματα παραμορφώσεων, τάσεων και εσωτερικών δυνάμεων για $\epsilon_{s1} = \epsilon_y$

$$\text{Έστω } \epsilon_c = 2,0 \text{ ‰} \Rightarrow x = 0,25 \times 2,0 / (2,0 + 2,1) = 0,14 \text{ m} \quad \epsilon_{s2} = 2,0 \times (0,14 - 0,05) / 0,14 = 1,5 \text{ ‰} < \epsilon_{yd}$$

$$F_{cd} = a \cdot b \cdot d \cdot 0,85 f_{cd} = 0,66 \times 0,3 \times 0,14 \times 0,85 \times 30 \cdot 10^3 / 1,15 = 450 \text{ kN}$$

$$F_{sd1} = A_{s1} \cdot f_{sd} = 6,3 \cdot 10^{-4} \times 500 / 1,15 = 220 \text{ kN}$$

$$F_{sd2} = A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2} / 1,15 = (6,3 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^6 \times 1,5 \cdot 10^{-3}) / 1,15 = 190 \text{ kN}$$

Έλεγχος Ισοδυναμίας Αξονικών:

$$F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} = 480 + 190 - 220 = 450 = N_{sd}$$

$$\diamond M_y = F_{cd} \cdot z_c + F_{sd2} \cdot z_2 - F_{sd1} \cdot z_1 = 480 \times (0,15 - 0,38 \times 0,14) + 190 \times (0,15 - 0,05) + 220 \times (0,15 - 0,05) = 94 \text{ kNm}$$

Η τιμή της $(1/r)_y$ προκύπτει από τη σχέση:

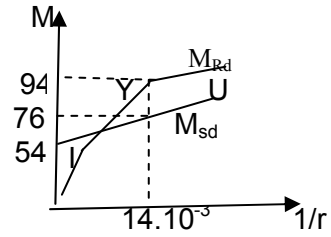
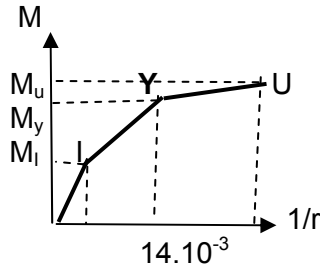
$$\diamond (1/r)_y = (\epsilon_c + \epsilon_{sy}) / d = (0,74 + 2,0) / 0,25 = 1,4 \cdot 10^{-3} \quad (\beta^*)$$

➤ Σημείο $M_u - 1/r$ Αστοχία διατομής (Θα μπορούσε να παραλειφθεί)

$\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$, και αναζητείται η αντίστοιχη ϵ_{s1} η οποία ικανοποιεί την ισοδυναμία των αξονικών. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με το παραπάνω σημείο. Προκύπτει:

$$\diamond M_u = 99,0 \text{ kNm} \quad (1/r)_u = 31 \cdot 10^{-3}$$

Με βάση τα παραπάνω σημεία σχεδιάζεται το διάγραμμα $[M_R - 1/r]$



2. Σύνταξη Διαγράμματος [M_s-e_2]

$M_{sd} = M_1 + M_2 = 54,0 + N_{sd} \cdot e_2$ Αντικαθιστώντας $e_2 = (l_0^2 / 10)$. $1/r = 6,0^2 / 10$ $1/r$ προκύπτει:

$M_{sd} = 54,0 + 450 \cdot 6,0^2 / 10 \cdot 1/r = 54 + 1620 \cdot 1/r \Rightarrow$ ευθεία γραμμή που τέμνει τον άξονα των M_{sd}

Για $1/r = 0 \Rightarrow M_{sd} = M_1 = 54 \text{ kNm}$

Για $1/r = (1/r)_y = 14 \cdot 10^{-3} \Rightarrow M_{sd} = M_1 + M_2 = 54 + 1620 \times 14 \cdot 10^{-3} = 54 + 22 = 76 \text{ kNm} < M_y = 94 \text{ kNm} \Rightarrow$ **Φορέας ασφαλής**

Για το φορέα προκύπτει επίσης:

$\max M_1 = M_y - M_2 = 94 - 22 = 72 \text{ kNm}$ $\max M_2 = M_y - M_1 = 94 - 54 = 40 \text{ kNm}$

$\max l_0 \leq \max M_2 = 1620 \cdot (1/r)_y$