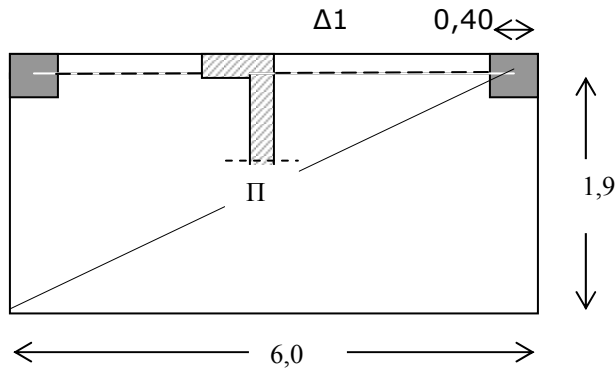
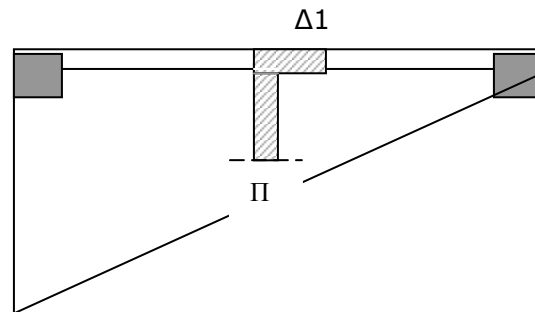


## 12 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Ζητείται ο σχεδιασμός της πλάκας Π1 πάχους 15 cm και της δοκού Δ1 διαστάσεων 25/55 στον ξυλότυπο στο Σχ. 1 και 2.  
 Φορτία πλάκας:  $q_k = 2 \text{ kN/m}^2$ ,  $g_{k,επ} = 1,0 \text{ kN/m}^2$ .  
 Η δοκός φέρει τοίχο ύψους 2,0 m με  $g_T = 2,0 \text{ kN/m}^2$ . Υλικά: C20/25, S500



Σχ. 1 Ξυλότυπος Α



Σχ. 2 Ξυλότυπος Β

### Α. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΛΑΚΑΣ

#### 1. Λειτουργικός έλεγχος πάχους h πλάκας

$$d \geq l_0/30 = 2,4 \cdot 1,9 / 30 = 0,15 \text{ m}$$

$$h \geq 0,15 + 0,02 = 0,17 \text{ m} \Rightarrow \text{Πάχος ανεπαρκές από πλευράς βελών}$$

#### 2. Φορτία

$$g_{κλ,β} = 25 \times 0,15 = 3,8 \text{ kN/m}^2$$

$$g_k = \frac{1,0}{4,8} \text{ kN/m}^2$$

$$g_d = 1,35 \times 4,8 = 6,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_d = \frac{3,0}{9,5} \text{ kN/m}^2$$

#### 3. Στατική Επίλυση

$$\max M_{\Pi 1} = 9,5 \cdot 1,9^2 / 2 = 18 \text{ kNm}$$

#### 4. Εύρεση Κύριου Οπλισμού $A_{s1}$ – Στατικός έλεγχος πάχους h

##### ➤ Γεωμετρικά και Τεχνολογικά Χαρακτηριστικά

$$b = 1,0 \text{ [m]}, \quad d = h - c - \Phi/2 = h - 0,02 \text{ [m]} \text{ (για τιμή της επικάλυψης } c = 0,015 \text{ m)} \Rightarrow$$

$$d = 0,15 - 0,02 = 0,13 \text{ m}$$

$$C20 \Rightarrow f_{cd} = 20 \cdot 10^3 / 1,50 = 13,3 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \quad S500 \Rightarrow f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

##### ➤ Υπολογισμός Οπλισμού για $M_{sd} = 18,0 \text{ kNm}$

$$(1^*) \text{ και } (2^*) \Rightarrow 18,0 = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0,13 - 0,4 \cdot 48 A_{s1}) \Rightarrow$$

$$A_{s1} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \mathbf{\Phi 8/13} \text{ (3,83 cm}^2\text{)}$$

##### ➤ Δευτερεύων οπλισμός

$$\text{Διανομές: } 0,2 \cdot 3,83 = 0,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8/30 \text{ (1,6 cm}^2\text{)}$$

$$\text{Οπλισμός ελεύθερων άκρων: } \Phi 8/30$$

## B. ΚΑΜΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΣΧ. 1

### 1. Φορτία

$$\begin{aligned} g_{\text{κι.β}} &= 25 \cdot 1,0 \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 3,7 \text{ kN/m} \\ g_{\text{κτοιχου}} &= 4,0 \\ g_{\text{κ.πλάκας}} &= 4,8 \cdot 1,9 = 9,1 \\ g_k &= 16,8 \text{ kN/m} \\ q_{\text{κπλάκας}} &= 2,0 \cdot 1,9 = 3,8 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_d &= 1,35 \cdot 16,8 = 22,7 \text{ kN/m} \\ q_d &= 1,50 \cdot 3,8 = 5,7 \text{ kN/m} \\ \rho_d &= 28,4 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

### 2. Στατική Επίλυση:

$$\max M_{\Delta 1} = 28,4 \cdot 6,0^2 / 8 = 128 \text{ kNm}$$

### 3. Εύρεση Οπλισμού $A_{s1}$ – Στατικός Έλεγχος h

➤ Γεωμετρικά και Τεχνολογικά Χαρακτηριστικά

$M = +128 \text{ kNm}$ , θλιβόμενη ζώνη άνω => Η δοκός είναι **αντεστραμμένη**. Η πλάκα δεν συμμετέχει γιατί δεν είναι στο θλιβόμενο πέλαμα της δοκού. Πλάτος θλιβόμενης ζώνης δοκού:  $b = b_w = 0,25 \text{ m}$

$$d = h - d_1 = 0,55 - 0,05 = 0,50 \text{ m} \quad d_1 = c - \Phi_{\text{σuv}} - \Phi/2 = 3 - 1 - 2/2 = 5 \text{ cm}$$

➤ Εφαρμογή Βασικών Σχέσεων Σχεδιασμού (χωρίς να ληφθεί υπόψη ο θλιβόμενος Οπλισμός)

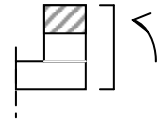
$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0,68b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (1) \quad M_{sd} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0,4x) \quad (2) \quad \epsilon_{s1} / 3,5\% = (d - x) / x \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,68 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 13 \cdot 3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 192A_{s1} \quad (1a)$$

$$(2) \Rightarrow 128 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,50 - 0,4 \cdot 192A_{s1}) \Rightarrow$$

$$A_{s1} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \mathbf{6\Phi 12} \quad (A_{s1} = 6,6 \text{ cm}^2). \text{ Τίθεται } A_{s2} = \mathbf{3\Phi 12} \quad (A_{s2} = 3,3 \text{ cm}^2)$$

$$(1a) \Rightarrow x = 192 \cdot 6,6 \cdot 10^{-4} = 0,13 \text{ m} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5\% \cdot (0,50 - 0,13) / 0,13 = 10\% \Rightarrow h \text{ δεκτό}$$



## Γ. ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΣΧ. 1

### 1. Στατική επίλυση:

Στη στήριξη:  $V_{sd} = 28,4 \cdot 6,0/2 = 85,2 \text{ kN}$

Στην παρειά:  $V_{sd}' = 85,2 - 0,40/2 \cdot 28,4 = 79,4 \text{ kN}$

Σε απόσταση d από την παρειά:  $V_{sd}'' = 85,2 - (0,40/2 + 0,50) \cdot 28,4 = 69 \text{ kN}$

### 2. Έλεγχος Επάρκειας Διατομής

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,9 \cdot 0,50 > 448 \text{ kN} \Rightarrow \text{διατομή δεκτή}$$
$$v = (0,7 - f_{ck}/200) = 0,6$$

### 3. Εύρεση Συνδετήρων

Λόγω συνύπαρξης στρέψης είναι:  $V_{cd} = 0, V_{sd}''' = V_{Rd3} = 69 \text{ kN} \Rightarrow$

$$V_{wd} = V_{Rd3} - V_{cd} = 69 \text{ kN} \text{ Επιλέγονται δίμητοι συνδετήρες}$$

$$2A_{sw}'/s = 69 / (0,9 \cdot 0,5 \cdot 435 \cdot 10^3) = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 3,5 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (1)$$

## Δ. ΣΤΡΕΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ

### 1. Στρεπτικό Φορτίο και Στατική Επίλυση

Το στρεπτικό φορτίο είναι η  $M_{sd}$  της πλάκας στη θέση του κ.β. άξονα της δοκού

$$m_T = 9,5 \cdot (1,9 + 0,25/2) = 19,2 \text{ kNm/m} \quad T_{sd} = m_T \cdot L/2 = 19,2 \cdot 6,0/2 = 57,6 \text{ kNm}$$

### 2. Στοιχεία διατομής

$$t = \max\{2 \cdot 3,0 \cdot (0,25 \cdot 0,55) / [2 \cdot (0,25 + 0,55)]\} = 0,09 \text{ m}$$
$$A_k = (0,25 - 0,09) \cdot (0,55 - 0,09) = 0,07 \text{ m}^2$$

### 3. Εύρεση Οπλισμού Συνδετήρων

Συνδετήρες για στρέψη :  $A_{sw}/s = 57,6 / (2 \cdot 0,07 \cdot 435 \cdot 10^3) = 9,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = \underline{9,5 \text{ cm}^2/\text{m}}$

Συνολικοί συνδετήρες από διάτμηση και στρέψη):

$$A_{sw}/s = 3,5/2 + 9,5 = 11,3 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (1) \Rightarrow \underline{\Phi 12/10}$$

(Επιλέγεται διάμετρος  $\Phi 8 \Rightarrow A_s' = \pi \cdot 8^2 / 4 = 0,5 \text{ cm}^2$

(1)  $\Rightarrow 0,5/s = 11,3 \Rightarrow s = 0,5/11,3 = 0,04 \text{ m}$  πολύ μικρό.

Επιλέγεται διάμετρος  $\Phi 12 \Rightarrow A_s' = \pi \cdot 12^2 / 4 = 1,13 \text{ cm}^2 \Rightarrow (1) \Rightarrow 1,13/s = 11,3 \Rightarrow s = 0,10 \text{ m}$ ).

### 4. Εύρεση Διαμήκους Οπλισμού

Διαμήκης στρέψης:  $A_l = 57,6 [2 \cdot (0,25 + 0,55)] / (2 \cdot 0,07 \cdot 435 \cdot 10^3) = 15,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 15,0 \text{ cm}^2$

Αριθμός ράβδων για να είναι ισοκατανεμημένοι στην περίμετρο: 6

Εμβαδόν μιας ράβδου:  $15,0/6 = 2,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 18$

Ενοποίηση Διαμήκους Κάμψης και Στρέψης

Στο κάτω πέλμα: (από κάμψη)  $6,6 +$  (από στρέψη)  $15/3 = 11,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{6\Phi 16}$

Στο πάνω πέλμα: (από κάμψη)  $3,3 +$  (από στρέψη)  $15/3 = 8,0 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{4\Phi 16}$

Στο μέσον του ύψους: (από στρέψη)  $\underline{2\Phi 18}$

### 4. Έλεγχος Επάρκειας Διατομής

$T_{Rd1} = v \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t = 0,4 \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot 0,07 \cdot 0,09 = 33,5 < 54 = T_{sd} \Rightarrow$  η διατομή δεν είναι δεκτή

$v = 0,7 \cdot (0,7 - f_{ck}/200) = 0,7 \cdot (0,7 - 20/200) = 0,4$

## E. ΚΑΜΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΣΧ. 2

Τα φορτία και τα εντατικά μεγέθη είναι ίδια μ' αυτά της δοκού στο Σχ. 1. Η δοκός διαφέρει από τη δοκό στο Σχ. 1 μόνον ως προς το πλάτος της θλιβόμενης ζώνης. Επειδή η πλάκα είναι προς το θλιβόμενο πέλμα της δοκού συμμετέχει στην ανάληψη των φορτίων της δοκού.

### 4. Εύρεση Οπλισμού $A_s$ – Στατικός Έλεγχος h

$M_{sd} = +128 \text{ kNm}$ , θλιβόμενη ζώνη άνω  $\Rightarrow$

$b = b_{\text{eff}} = 0,25 + 6,0/10 = 0,85 \text{ m}$   $d = 0,50 \text{ m}$

➤ Χωρίς να ληφθεί υπόψη η θλιβόμενη οπλισμός

(1)  $\Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,68 \cdot 0,85 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 57 A_s$  (1a)

(2)  $\Rightarrow 128 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,50 - 0,4 \cdot 57 A_s) \Rightarrow$

$A_{s1} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \underline{6\Phi 12}$  ( $A_{s1} = 6,6 \text{ cm}^2$ ). Τίθεται  $A_{s2} = \underline{3\Phi 12}$  ( $A_{s2} = 3,3 \text{ cm}^2$ )

(1a)  $\Rightarrow x = 57 \cdot 6,6 \cdot 10^{-4} = 0,04 \text{ m} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5 \cdot (0,50 - 0,04) / 0,04 = 40\% < 68\% \Rightarrow d$  δεκτό

(Με βάση την προηγούμενη διάταξη του κανονισμού να μην υπερβληθεί το 20%ο:

Υπολογίζεται το  $\min A_s$

για  $\epsilon_c = 3,5\%$  και  $\epsilon_s = 20\%$   $\Rightarrow x = 3,5 / (3,5 + 20) \cdot d = 0,125d \Rightarrow z = d - 0,4 \cdot 0,125d = 0,95d \Rightarrow$

$A_s = 128 / (0,95 \cdot 0,50 \cdot 435 \cdot 10^3) = 6,2 \cdot 10^{-4} = 6,2 \text{ cm}^2$

ή, για να είναι καλοσχεδιασμένο σε κατάσταση λειτουργίας για  $\epsilon_c = 3,5\%$  και  $\epsilon_s = 10\%$   $\Rightarrow$

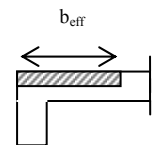
$x = 3,5 / (3,5 + 10) \cdot d = 0,25d \Rightarrow z = d - 0,4 \cdot 0,25d = 0,9d \Rightarrow$

$A_s = 128 / (0,9 \cdot 0,50 \cdot 435 \cdot 10^3) = 6,5 \cdot 10^{-4} = 6,5 \text{ cm}^2$

➤ Λαμβάνοντας υπόψη θλιβόμενο οπλισμό  $A_{s2} = A_{s1} / 3 = 0,33 A_{s1}$

(1)  $A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 = 0,67 \cdot 0,95 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 0,33 A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 18 A_{s1}$  (1a)

(2)  $120 = 0,67 \cdot 0,95 \cdot 18 A_{s1} \cdot 13,3 \cdot 10^3 (0,50 - 0,4 \cdot 18 A_{s1}) + 0,33 A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 (0,50 - 0,05)$



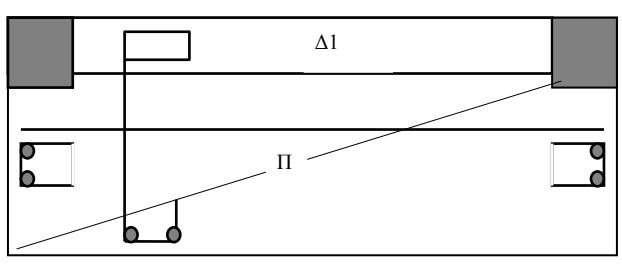
$\Rightarrow A_{s1} = 9,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,5 \text{ cm}^2$

(1a)  $\Rightarrow x = 18 \cdot 9,5 \cdot 10^{-4} = 0,02 \text{ m}$  (4)  $\Rightarrow \epsilon_{s2} = 3,5\%$   $(0,02-0,05)/0,02 = - 1,3\%$  ο  $A_{s2}$  εφελκύεται (λόγω του μεγάλου πλάτους της θλιβόμενης ζώνης το  $x$  προκύπτει μικρό και ο  $A_{s2}$  είναι κάτω από την ουδέτερη γραμμή) και αντί να θλιβεται εφελκύεται.

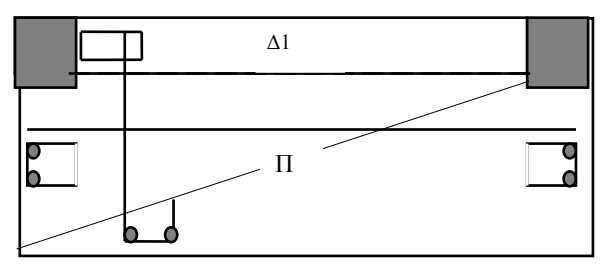
**Z. ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΣΤΡΕΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΣΧ. 2**

Ισχύουν τα ίδια με τη δοκό στο Σχ. 1.

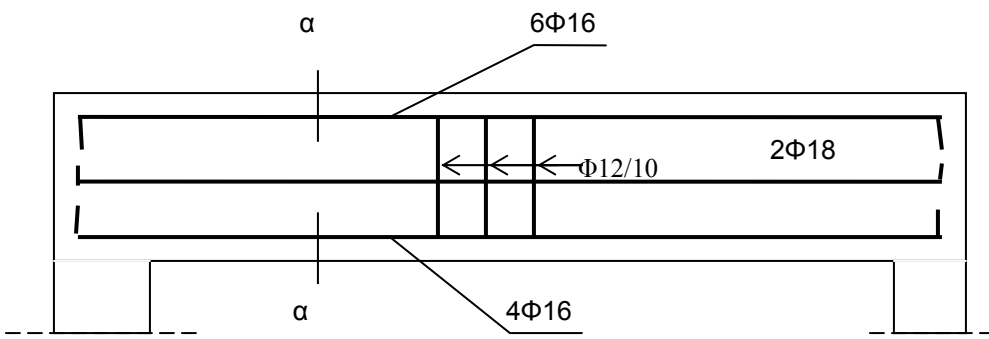
**ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΠΛΙΣΜΩΝ**



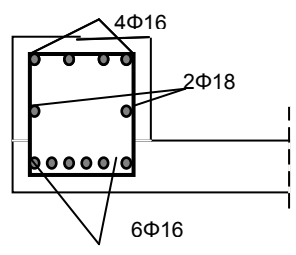
Ξυλότυπος 1



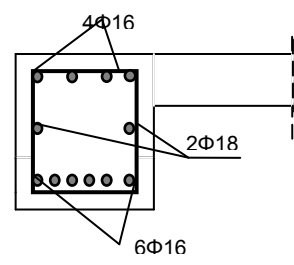
Ξυλότυπος 2



Μηκοτομή δοκού Δ1

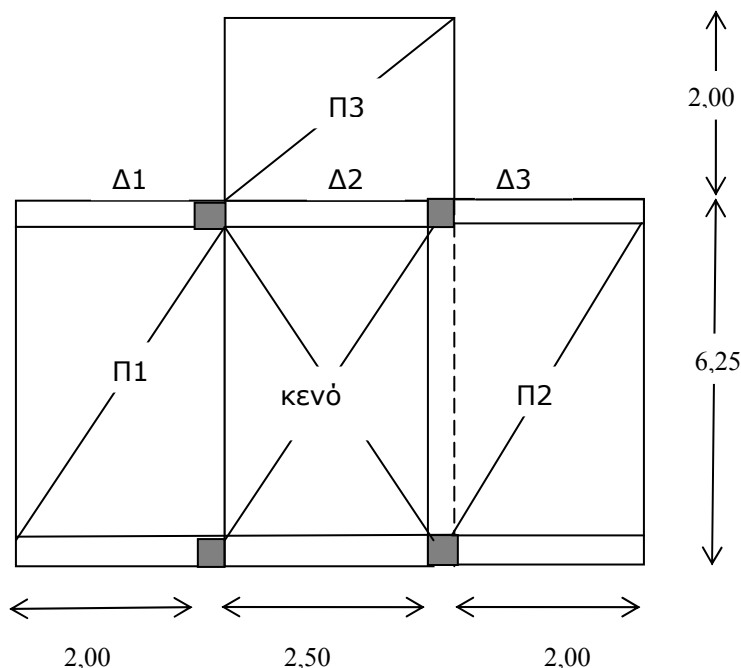


Εγκάρσια τομή α-α δοκού Δ1 Σχ.1



Εγκάρσια τομή α-α δοκού Δ1 Σχ.2

- 2 Στο σχήμα δίνεται ο ξυλότυπος μικρού κτίσματος αποτελούμενος από πλάκες πάχους 20 cm, δοκούς 25/60 και υποστυλώματα 30/30. Τα φορτία των πλακών είναι:  $g_{επ,k}=1.00\text{kN/m}^2$ ,  $q_k=5.00\text{kN/m}^2$ . Υλικά C20/25, S500s. Επικάλυψη οπλισμού 3 cm.  
Ζητείται ο υπολογισμός και η σχεδίαση του οπλισμού των πλακών και των δοκών.



### Α.ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΑΚΩΝ

#### 1. Φορτία

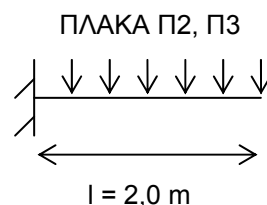
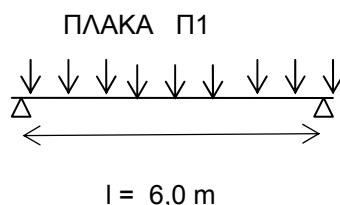
$$g_{κλ,β} = 25 \cdot 0,20 = 5,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{κεν.} = \frac{1,0}{1}$$

$$g_k = 6,0 \ll \quad \rho_d = 1,35 \cdot 6,0 + 1,5 \cdot 5,0 = 15,6 \text{ kN/m}^2$$

#### 2. Στατική Επίλυση

Στατικά συστήματα:

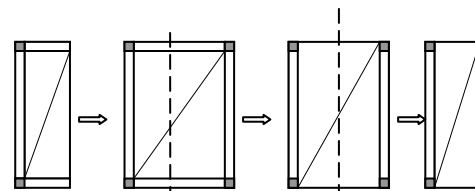


Η πλάκα Π2 είναι τριέριστη. Αντιστοιχεί στο μισό μιας στενόμακρης τεταέριστης πλάκας η οποία μπορεί να ισοδυναμηθεί με μια διέριστη και η τριέριστη με μισή διέριστη, δηλ. πρόβολο.

Κρίσιμες διατομές: Π1: μέσον ανοίγματος  
Π2, Π3: παρειά στήριξης

Τιμές ροπών:

$$\max M_{\Pi 1} = 15,6 \cdot 6,0^2 / 8 = 70,2 \text{ kN/m}, \quad \min M_{\Pi 2} = \min M_{\Pi 3} = 15,6 \cdot 2,0^2 / 2 = 31,2 \text{ kN/m}$$



### 1. Εύρεση Κύριου Οπλισμού $A_s$ – Στατικός Έλεγχος $h$

➤ Στοιχεία Διατομών:

$$b = 1.0 \text{ m}, \quad d = h - c - \Phi/2 = 20 - 3 - 1,0/2 = 16 \text{ cm} = 0.16 \text{ m},$$
$$S500 \Rightarrow f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1.15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

➤ Υπολογισμός Κύριου Οπλισμού

$$A_s = M_{sd} / (z \cdot f_{sd}) = M_{sd} / (0,9d \cdot f_{sd}) = M_{sd} / (0,9 \cdot 0,16 \cdot 435 \cdot 10^3) = M_{sd} / (6,6 \cdot 10^4) \text{ m}^2$$

Πλάκα Π1:  $M_{sd} = 70,2 \text{ kNm}$

$$A_s = 70,2 \cdot 10^{-4} / 6,6 = 11,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 11,8 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{\Phi 12/8}$$

Πλάκα Π2 Π3:  $M_{sd} = 31,2 \text{ kNm}$

$$A_s = 31,2 \cdot 10^{-4} / 6,6 = 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{\Phi 8/10}$$

➤ Υπολογισμός Δευτερεύοντα Οπλισμού

Οπλισμός διανομών: Π1:  $0,2 \cdot 11,8 = 2,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8/20$

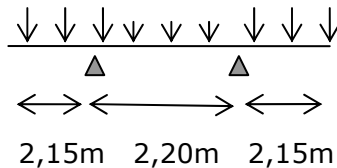
Π2, Π3:  $0,2 \cdot 5,1 = 1,0 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8/30$

Οπλισμός απόσχισης Π2:  $0,5 \cdot 5,1 = 2,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8/20$

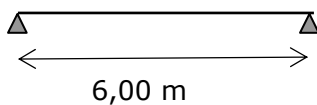
### B. ΚΑΜΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΩΝ Δ1-Δ2-Δ3 ΚΑΙ Δ4

#### 1. Στατικό Σύστημα:

**Δ1-Δ2-Δ3**



**Δ4**



#### 2. Φορτία: $g_{d,i,\beta} = 25 \cdot 0,25 \cdot (0,60 - 0,20) = 2,5 \text{ kN/m}^2$

Από πλάκα δοκοί Δ1, Δ3:  $\rho_{d, \text{πλάκας}} = 15,6 \cdot 6,0/2 = 46,8$

Από πλάκα δοκός Δ2:  $g_{d, \text{πλάκας}} = 15,6 \cdot 2,0 = 31,2$

Συνολικό φορτίο: **Δ1, Δ3:**  $\rho_d = 2,5 + 46,8 = \mathbf{49,3 \text{ kN/m}^2}$

**Δ2**  $\rho_d = 2,5 + 31,2 = \mathbf{33,7 \text{ kN/m}^2}$

#### 2. Στατική Επίλυση:

➤ Δοκός Δ1-Δ2-Δ3

Λόγω του μικρού μήκους και φορτίου της Δ2, η καμπτική ροπή της αναμένεται αρνητική στο άνοιγμά της, οπότε κρίσιμες διατομές είναι αυτές της στήριξης (διατομές με τη μεγαλύτερη αρνητική ροπή). Γι' αυτό, αρκεί ο υπολογισμός της καμπτικής ροπής μόνον των πρόβολων δοκών Δ1 και Δ2 στην παρειά της στήριξης (κρίσιμη διατομή).

$$\max M_{\Delta 1} = \max M_{\Delta 3} = 49,3 \cdot 2,0^2 / 2 = 98,6 \text{ kNm}$$

➤ Δοκός Δ4

$$\text{Κρίσιμη διατομή στο μέσον του ανοίγματος: } \max M_{\Delta 4} = 33,7 \cdot 6,0^2 / 8 = 153 \text{ kNm}$$

### 3. Εύρεση Οπλισμού $A_s$ – Στατικός Έλεγχος $h$

➤ Στοιχεία Κρίσιμων Διατομών:

$$d = h - d_1 = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m} \quad d_1 = c - \Phi_{\text{συν}} - \Phi/2 = 3 - 1 - 2/2 = 5 \text{ cm}$$

➤ Υπολογισμός Οπλισμού:

Δοκός Δ1-Δ2-Δ3  $A_{s1} = 98,6 / (435 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 0,55) = 4,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 4,6 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  **4 Φ12**  
Τίθεται  $A_{s2} \Rightarrow$  **2Φ12**

Δοκός Δ4  $A_{s1} = 153 / (435 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 0,55) = 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  **5 Φ14**  
Τίθεται  $A_{s2} \Rightarrow$  **3Φ14**

**Γ. ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΩΝ Δ1-Δ2-Δ3 ΚΑΙ Δ4**

$V_{sd}^{\Delta1, \text{παρ}} = V_{sd}^{\Delta3, \text{παρ}} = 49,3 \cdot 2,0 = 98,6 \text{ kN}$ ,  
 $V_{sd}^{\Delta1-\Delta2} = V_{sd}^{\Delta2-\Delta3} = 33,7 \cdot 2,20 / 2 - (98,6 - 98,6) / 2,2 = 37,0 \text{ kN}$ .

Ο σχεδιασμός γίνεται με την μεγαλύτερη τιμή  $V_{sd}^{\Delta1, \text{παρ}} = 98,6 \text{ kN}$   
 $V_{sd}$  σ' απόσταση  $d$  από την παρειά =  $49,3 (2,0 - 0,55) = 71,5 \text{ kN}$

Έλεγχος Επάρκειας Διατομής:

$V_{Rd2} = 0,5 \cdot (0,7 - 20/200) \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,9 \cdot 0,55 = 494 \text{ kN} > 98,6 \text{ kN}$

Υπολογισμός Συνδετήρων:

$V_{cd} = \tau_d \cdot b_w \cdot d = 1,0 / 1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 91,7 \text{ kN} > V_{sd}$  για Δ1 και Δ3.  
Για τη δοκό Δ2 λόγω συνύπαρξης στρέψης τίθεται  $V_{cd} = 0$ .

Για τις δοκούς **Δ1 και Δ3** τίθεται ο ελάχιστος οπλισμός **Φ8/20**

Για τη δοκό **Δ2:**

$A_{sw}/s = 71,5 / (0,9 \cdot 0,55 \cdot 435 \cdot 10^3) = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 =$  **3,3 cm<sup>2</sup>**

**Δ. ΣΤΡΕΠΤΙΚΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ Δ1-Δ2-Δ3**

**1. Στρεπτικό Φορτίο και Στατική Επίλυση**

Στρεπτική επιπόνηση αναπτύσσεται μόνο στην δοκό Δ2.

Το στρεπτικό φορτίο είναι η  $M_{sd}$  της πλάκας στη θέση του κ.β. άξονα της δοκού Δ2:  
 $m_T = 15,6 \cdot (1,9 + 0,25/2) = 31,6 \text{ kNm/m}$   $T_{sd} = m_T \cdot L/2 = 31,6 \cdot 2,2/2 = 34,8 \text{ kNm}$

**2. Στοιχεία διατομής**

$t = \max\{2,3 \cdot 0 \cdot (0,25 \cdot 0,60) / [2 \cdot (0,25 + 0,60)]\} = 0,09 \text{ m}$   
 $A_k = (0,25 - 0,09) \cdot (0,60 - 0,09) = 0,08 \text{ m}^2$

**3. Εύρεση Οπλισμού Συνδετήρων**

Συνδετήρες για στρέψη :  $A_{sw}/s = 34,8 / (2 \cdot 0,08 \cdot 435 \cdot 10^3) = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} =$  **5,6 cm<sup>2</sup>/m**

Συνολικοί συνδετήρες από διάτμηση και στρέψη):

$A_{sw}/s = 3,3/2 + 5,6 = 7,2 \text{ cm}^2 / \text{m}$  (1)  $\Rightarrow$  **Φ8/8**

(Επιλέγεται διάμετρος Φ8  $\Rightarrow A_s' = \pi \cdot 8^2 / 4 = 0,5 \text{ cm}^2$

(1)  $\Rightarrow 0,5/s = 11,3 \Rightarrow s = 0,5/7,1 = 0,08 \text{ m}$ )

**4. Εύρεση Διαμήκους Οπλισμού**

Διαμήκης στρέψης:  $A_l = 34,8 [2 \cdot (0,25 + 0,60)] / (2 \cdot 0,08 \cdot 435 \cdot 10^3) = 9,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,1 \text{ cm}^2$

Αριθμός ράβδων για να είναι ισοκατανεμημένοι στην περίμετρο: 6

Εμβαδόν μιας ράβδου:  $9,1/6 = 1,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  **Φ14**

Ενοποίηση Διαμήκους Κάμψης και Στρέψης

Στο κάτω πέλμα: (από κάμψη)  $4,4 +$  (από στρέψη)  $9,1/3 = 7,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  **7Φ12**

Στο πάνω πέλμα: (από κάμψη)  $2,2 +$  (από στρέψη)  $9,1/3 = 5,2 \text{ cm}^2 \Rightarrow$  **5Φ12**

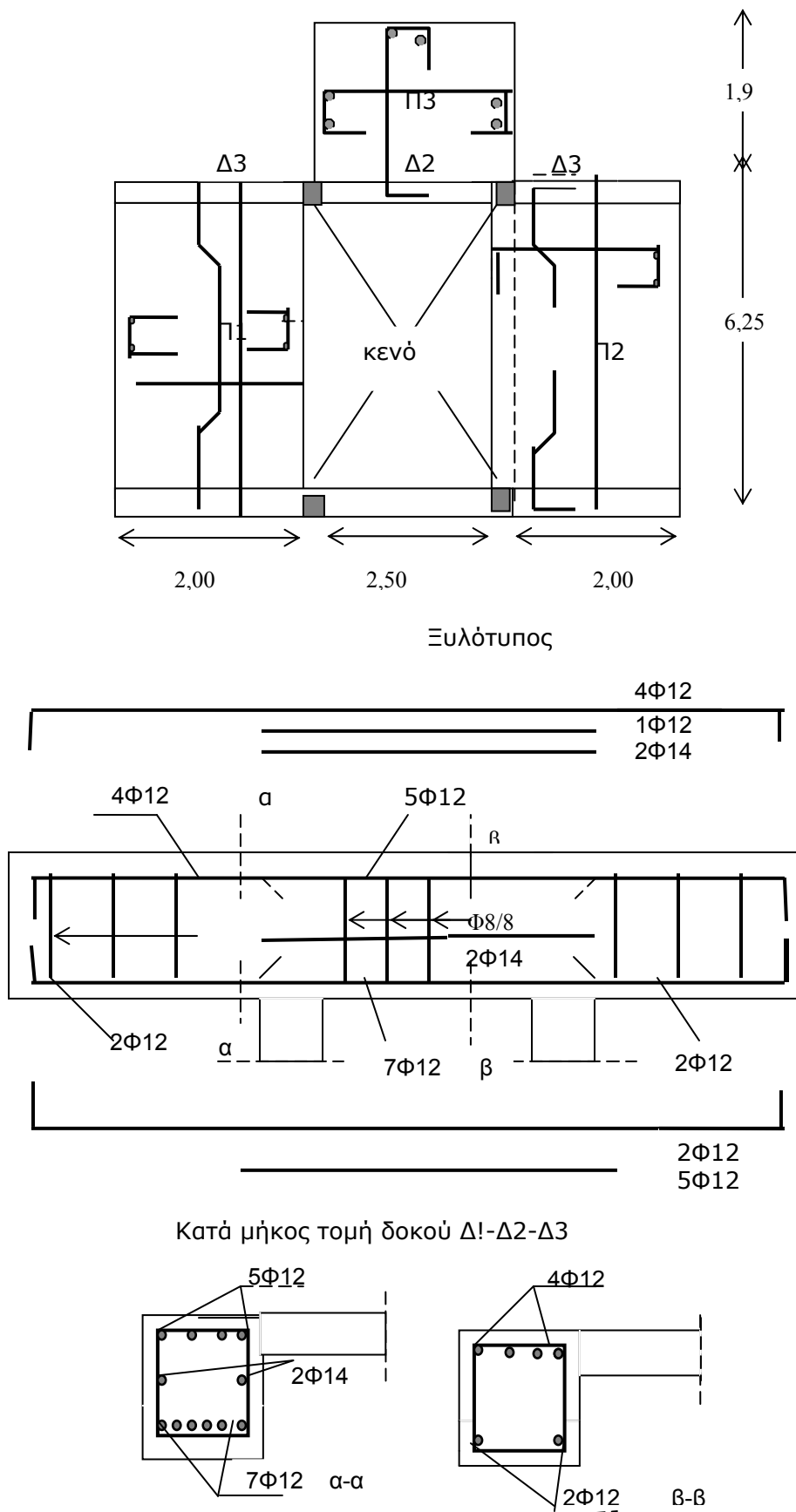
Στο μέσον του ύψους: (από στρέψη) **2Φ14**

### 5. Έλεγχος Επάρκειας Διατομής

$$T_{Rd1} = v \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t = 0,4 \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot 0,08 \cdot 0,09 = 35 < 54 = T_{sd} \Rightarrow \text{η διατομή δεν είναι δεκτή}$$

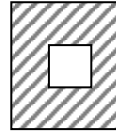
$$v = 0,7 \cdot (0,7 - f_{ck}/200) = 0,7 \cdot (0,7 - 20/200) = 0,4$$

### ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ





3. Αμφιέριστη δοκός διαστάσεων 40/55, ανοίγματος 6m με διαμήκη οπλισμό,  $A_{s1}$ , αποτελούμενον από πέντε ράβδους  $\Phi 16$  και εγκάρσιο οπλισμό,  $A_{sw}$ , αποτελούμενον από τετράμητους συνδετήρες  $\Phi 10/12$  στηρίζεται σε υποστυλώματα ύψους 4,0 m με διαστάσεις 40/40, διαμήκη οπλισμό και 4 $\Phi 16$ . Ο εγκάρσιος οπλισμός είναι επαρκής.



Για τη διέλευση σωληνώσεων η δοκός και τα υποστυλώματα φέρουν στο κέντρο της διατομής τους οπή διαστάσεων 15/15 (βλ. σχήμα).  
Υλικά: C20, S500.

Ζητούνται:

- (Α) Η μέγιστη τιμή του ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου που μπορεί να φέρει η δοκός.  
(Β) Κατά πόσον το μέγιστο αυτό φορτίο μπορούν να το αντέξουν τα υποστυλώματα.  
(Γ) Το μέγιστο σεισμικό φορτίο  $H$  που μπορούν να αντέξουν τα υποστυλώματα όταν η δοκός φέρει το μέγιστο φορτίο της.  
(Δ) Όταν η δοκός είναι αφόρτιστη τα υποστυλώματα αντέχουν μεγαλύτερο ή μικρότερο σεισμικό φορτίο και γιατί;

### A. 1 Έλεγχος σε Κάμψη της Δοκού

Γεωμετρικά και Τεχνολογικά Στοιχεία

$$A_{s1} = 5 \cdot 2,0 = 10,0 \text{ cm}^2 = 10,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 0,55 - 0,05 = 0,50 \text{ m}$$

$$b = 0,40 \text{ m (ακραίο πλάτος διαμήκους θλιπτήρα)}$$

$$b_w = (0,40 - 0,15) = 0,25 \text{ m (πλάτος κορμού)}$$

$$C20 \Rightarrow f_{cd} = 20 \cdot 10^3 / 1,50 = 13,3 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \quad S500 \Rightarrow f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$\epsilon_y = 435 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 2,2 \text{ ‰}$$

Ισοδυναμία Αξονικών:

$$435 \cdot 10^3 \cdot 10,0 \cdot 10^{-4} = 0,68 \cdot 0,40 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow$$

$$x = 0,08 \text{ m} < (0,55 - 0,15) / 2 = 0,20 \text{ m} (\Rightarrow \text{ορθά ελήφθη ότι θλίβεται η διατομή σε όλο το πλάτος})$$

Καμπτική Αντοχή:

$$M_{Rdu} = 435 \cdot 10^3 \cdot 10,0 \cdot 10^{-4} \cdot (0,50 - 0,4 \cdot 0,08) = 205 \text{ kNm}$$

Ισοδυναμία Ροπών:

$$M_{Rdu} = \max M_{sd} \Rightarrow \max \rho_d \cdot 6,0^2 / 8 = 205 \text{ kNm} \Rightarrow \max \rho_d = 45,6 \text{ kN/m}$$

### 2. Έλεγχος σε Διάτμηση της Δοκού

Τέμνουσα που αναλαμβάνεται από τους συνδετήρες:

$$V_{wd} = 4 \cdot 0,8 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 0,50 / 0,12 = 522 \text{ kN}$$

Τέμνουσα που αναλαμβάνεται από το διατμητικά άοπλο σκυρόδεμα:

$$V_{cd} = 1,0 / 1,5 \cdot 10^3 \cdot (0,40 - 0,15) \cdot 0,50 = 83 \text{ kN}$$

Διατμητικές αντοχές  $V_{Rd3}$  και  $V_{Rd2}$

$$V_{Rd3} = 83 + 522 = 605 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot (0,40 - 0,15) \cdot 0,9 \cdot 0,50 = 448 \text{ kN}$$

$$(v = 0,7 - 20/200 = 0,60)$$

Ισοδυναμία τεμνουσών

$$V_{Rd3} = \max V_{sd} \Rightarrow 605 = V_{sd} - \Delta x \cdot \rho_d = \rho_d \cdot 6,0 / 2 - (0,40 / 2 + 0,50) \cdot \rho_d \Rightarrow \max \rho_d = 298 \text{ kN}$$

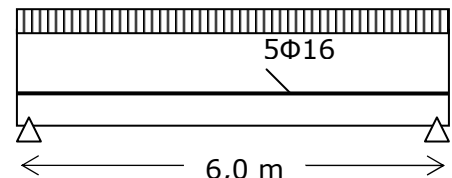
$$V_{Rd2} = \max V_{sd'} \Rightarrow 448 = V_{sd'} = \rho_d \cdot 6,0 / 2 - 0,40 / 2 \cdot \rho_d \Rightarrow$$

$$\max \rho_d = 160 \text{ kN}$$

### 3. Μέγιστο Φορτίο Δοκού:

=>

$$\max \rho_d = 45,6 \text{ kN}$$



**B. 1. Θλιπτικό Φορτίο Υποστυλωμάτων:**

Κάθε υποστυλώμα θα φέρει θλιπτικό φορτίο ίσο με το βάρος του και το μισό φορτίο της δοκού.  
 $N_{sd} = 25 \cdot (0,40 - 0,15) \cdot (0,40 - 0,15) \cdot 4,0 + 45,6 \cdot 6,0 / 2 = 143 \text{ kN}$ .

**2. Θλιπτική Αντοχή Υποστυλωμάτων**

$$N_{Rdu} = (0,40 \cdot 0,40 - 0,15 \cdot 0,15) \cdot 0,85 \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 400 \cdot 10^3 = 1863 \text{ kN}$$

**3. Ανίσωση Ασφαλείας Υποστυλωμάτων Έναντι Θλιπτικής Επιπόνησης**

Για να είναι ασφαλές το υποστυλώμα πρέπει:  $N_{sd} < N_{Rdu}$  Ισχύει.

Τα υποστυλώματα αντέχουν το φορτίο της δοκού.

**Γ. 1. Εντοπισμός ακραίων παραμορφώσεων αστοχίας**

Η δρώσα θλιπτική δύναμη είναι μικρό ποσοστό της θλιπτικής αντοχής των υποστυλωμάτων.

$$\text{Είναι: } N_{sd} / N_{Rdu} = 143 / 1863 = 0,08$$

Επειδή το ποσοστό αυτό είναι μικρότερο από το 35% η εντατική κατάσταση των υποστυλωμάτων αντιστοιχεί (βλ. διάγραμμα αλληλεπίδρασης  $N_{sd}$  και  $M_{sd}$ ) σε ακραίες παραμορφώσεις αστοχίας  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$  και  $\epsilon_{s1} > \epsilon_y = 2,2\text{‰}$

Οι τιμές των  $\epsilon_s$  προκύπτουν από τις σχέσεις (παραδοχή επιπεδότητας διατομής)

$$\epsilon_{s1} / 3,5\text{‰} = (d-x)/x \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5\text{‰} \cdot (0,35-x)/x \quad (1)$$

$$\epsilon_{s2} / 3,5\text{‰} = (x-d_1)/x \Rightarrow \epsilon_{s2} = 3,5\text{‰} \cdot (x-0,05)/x \quad (2) \Rightarrow \sigma_{sd2} = 2 \cdot 10^5 \cdot 3,5\text{‰} \cdot (x-0,05)/x \quad [\text{MPa}]$$

Η τιμή του  $x$  προκύπτει από την ισοδυναμία των αξονικών:

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} = 0,68bx f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} - A_{s1} \cdot f_{sd1} \quad (a) \Rightarrow$$

$$143 \text{ kN} = 0,68 \cdot 0,40x \cdot 13,3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 3,5\text{‰} \cdot (x-0,05)/x - 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow x = 0,06 \text{ cm} < (0,4 - 0,15) / 2 = 0,125 \text{ cm} \Rightarrow \text{ορθά ελήφθη } b = 0,40$$

$$(2) \Rightarrow \epsilon_{s2} = 3,5\text{‰} \cdot (x-0,05)/x = 3,5\text{‰} \cdot (0,06-0,05)/0,06 = 0,6\text{‰} < \epsilon_y, \sigma_{sd2} = -240 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$(1) \Rightarrow \epsilon_{s1} / 3,5\text{‰} = (d-x)/x \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5\text{‰} \cdot (0,35-0,06)/0,06 = 17\text{‰} > \epsilon_y$$

$$\text{Επιβεβαίωση: } F_{cd} = 0,68 \cdot 0,40 \cdot 0,06 \cdot 13,3 \cdot 10^3 = 217 \text{ kN}$$

$$F_{sd2} = 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^3 = 96 \text{ kN}$$

$$F_{sd1} = 2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 = 174 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} = 217 + 96 - 174 = 140 \text{ kN} = N_{sd}$$

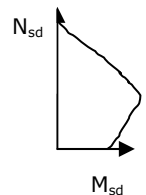
**2. Υπολογισμός Καμπτικής ροπής**

$$M_{Rdu} = F_{cd} \cdot (h/2 - 0,4x) + F_{sd2} \cdot (h/2 - d_2) + F_{sd1} \cdot (h/2 - d_1) = 217 \cdot (0,20 - 0,4 \cdot 0,06) + 96 \cdot (0,20 - 0,05) + 174 \cdot (0,20 - 0,05) = 38,2 + 14,4 + 26,1 = 78,7 \text{ kNm}$$

**3. Υπολογισμός Σεισμικής Δύναμης**

$$M_{Rdu} = M_{sd} = H \cdot l / 2 \Rightarrow 78,7 = H \cdot 4,0 / 2 \Rightarrow H = 39,3 \text{ kN}$$

**Δ.** Όπως φαίνεται από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης, μειούμενης της  $N_{sd}$  κάτω από το 35% της  $N_{Rdu}$  μειώνεται και η καμπτική αντοχή  $M_{Rdu}$ .



4. Στο σχήμα δίνεται ο ξυλότυπος μικρού μονώροφου κτίσματος. Το πάχος της πλάκας είναι 20cm, οι διαστάσεις των δοκών 30/60 και των υποστυλωμάτων 30/30. Οπλισμός υποστυλωμάτων 4Φ16. Φορτία πλάκας  $g_{επ,k}=1.00\text{kN/m}^2$ ,  $q_k=2.00\text{kN/m}^2$ .

Υλικά: C20/25, S500s.

**Ζητούνται:**

**1. Για την πλάκα Π:**

- (α) Να υπολογιστεί και να σχεδιασθεί ο οπλισμός,
- (β) Να ελεγχθεί η καταλληλότητα του πάχους,  $h=20\text{cm}$ , της πλάκας σε κατάσταση λειτουργικότητας και αστοχίας.

**2. Για τις δοκούς Δ1 και Δ3:**

- (α) Να εντοπιστούν και αιτιολογηθούν οι διαφορές στον τύπο επιπόνησης των δύο δοκών.
- (β) Να υπολογιστούν τα φορτία και τα εντατικά μεγέθη των δύο δοκών.
- (γ) Να εντοπιστούν και αιτιολογηθούν οι διαφορές στη διαμόρφωση του εγκάρσιου και διαμήκους οπλισμού των δύο δοκών.

**3. Για την δοκό Δ1:**

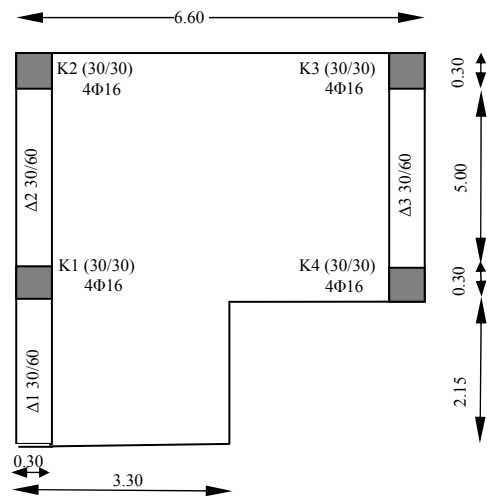
- (α) Να υπολογιστούν και να σχεδιαστούν, σε κατά μήκος και εγκάρσια τομή, οι οπλισμοί της δοκού.
- (β) Να ελεγχθεί η καταλληλότητα του ύψους,  $h=60\text{cm}$ , της δοκού.
- (γ) Να σχεδιαστούν σε κατά μήκος τομή της δοκού οι ρωγμές που θα εμφανιστούν αν υπερβληθεί η αντοχή της δοκού για κάθε τύπο επιπόνησής της εντοπίζοντας τη θέση και τη μορφολογία των ρωγμών

**4 Για τη δοκό Δ3:**

- (α) Αν κατά την επιπόνηση της δοκού, εμφανιστεί καμπτική ρωγμή στο μέσον της δοκού που να εκτείνεται 37cm καθύψως, να εκτιμηθεί το βάθος της θλιβόμενης ζώνης στη θέση αυτή και για την επιπόνηση αυτή (θεωρώντας μηδενική την εφελκυστική αντοχή του σκυρ/τος).
- (β) Να εκτιμηθεί κατά πόσον η ρωγμή του προηγούμενου ερωτήματος αντιστοιχεί σε καμπτική αστοχία της δοκού, λαμβάνοντας υπόψη ότι, κατά την αστοχία της δοκού, οι ακραίες παραμορφώσεις στη θέση της ρωγμής είναι  $\epsilon_c=-0.0035$  και  $\epsilon_{s1}=0.015$ .

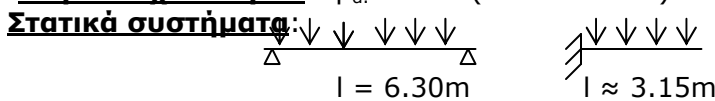
**5. Για το υποσύλωμα K1:**

- (α) Να υπολογιστεί προσεγγιστικά το αξονικό φορτίο του υποστυλώματος.
- (β) Να συγκριθεί, αιτιολογημένα αλλά όχι ποσοτικά, η καμπτική αντοχή του υποστυλώματος με αυτήν μιας δοκού ίδιων διαστάσεων (30/30 cm) και ίδιου οπλισμού ( $A_{s1}=A_{s2}=2\Phi 16$ ).



**1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΑΚΑΣ**

1(α) **Φορτίο σχεδιασμού:**  $\rho_d = 1.35(25 \times 0.20 + 1.0) + 1.5 \times 2.0 = 11.1 \text{ kN/m}^2$



**Κρίσιμες διατομές:** στο αμφιέρειστο τμήμα: στο μέσον  
στο πρόβολο τμήμα: στην παρειά της δοκού σ' απόσταση 3,0 m από το ελεύθερο άκρο.

**Καμπτική ροπή στις κρίσιμες διατομές:**

$$M_{sd} = \rho_d \cdot l^2 / 8 = 11.1 \times 6.3^2 / 8 = 54,3 \text{ kNm} \text{ στο αμφιέρειστο τμήμα}$$

$$M_{sd} = \rho_d \cdot l^2 / 2 = 11.1 \times 3,0^2 / 2 = 49,9 \text{ kNm στο πρόβολο τμήμα}$$

## ΕΥΡΕΣΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

### Γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία:

$$b = 1.0 \text{ m}, \quad d = h - c - \Phi / 2 = h - 0.02 \text{ [m]} \text{ (για τιμή της επικάλυψης } c = 0.015 \text{ m)} \Rightarrow$$

$$d = 0.20 - 0.02 = 0.18 \text{ m}$$

$$C20/25 \Rightarrow f_{cd} = 20 \cdot 10^3 / 1.50 = 13.3 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$S500 \Rightarrow f_{sd} = 500 \times 10^3 / 1.15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$\varepsilon_y = 435 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^6 = 2.2 \text{ ‰}$$

### Εφαρμογή Βασικών Σχέσεων Σχεδιασμού (Ισοδυναμίας αξονικών και ροπών)

$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0.68 b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 A_{s1} = 0.68 \cdot 1.0 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 48 A_{s1} \quad (1)$$

$$M_{sd} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0.4x) \quad (2) \Rightarrow M_{sd} = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0.18 - 0.4x) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{s1} / 3.5 \text{ ‰} = (d - x) / x \quad (3) \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 3.5 \text{ ‰} \cdot (0.18 - x) / x \quad (3)$$

### Υπολογισμός Οπλισμού για αμφιέρειστο τμήμα $M_{sd} = 54,3 \text{ kNm}$

$$(1) \text{ και } (2) \Rightarrow 54,3 = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0.18 - 0.4 \cdot 48 A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 7,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \text{Φ8/7}$$

$$(1) \Rightarrow x = 48 A_{s1} = 48 \cdot 7,7 \cdot 10^{-4} = 0,04 \text{ m}$$

$$(3) \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 0,0035 \cdot (0.18 - 0,04) / 0,04 = 0,0035 \cdot (0,18 - 0,04) / 0,04 = 12 \text{ ‰} > \varepsilon_y$$

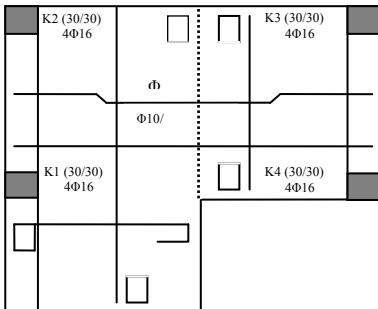
### Υπολογισμός Οπλισμού για πρόβολο τμήμα $M_{sd} = 49,9 \text{ kNm}$

$$(1) \text{ και } (2) \Rightarrow 49,9 = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0.18 - 0.4 \cdot 48 A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \text{Φ8/8}$$

$$(1) \Rightarrow x = 48 A_{s1} = 0,04 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,0035 \cdot (0.18 - 0,04) / 0,04 = 0,0035 \cdot (0,18 - 0,04) / 0,04 = 12 \text{ ‰} > \varepsilon_y$$

## ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ



### 1 (β) Λειτουργικός έλεγχος της καταλληλότητας του πάχους h της πλάκας

Για περιορισμό των βελών για τα φορτία λειτουργίας πρέπει να ισχύει η σχέση (α):

$$d \geq \max l_0 / 30 \quad (a)$$

$$\text{Είναι } d = 0,18 \text{ m}, \quad \max l_0 = \max \{1.0 \times 6.30, 2,4 \times 3,15\} = 7,5 \text{ m}$$

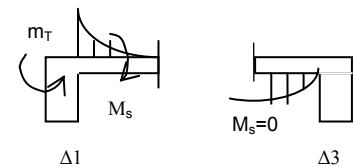
Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (α) προκύπτει ότι το πάχος της πλάκας είναι **ανεπαρκές**

### Έλεγχος καταλληλότητας σε κατάσταση αστοχίας

Για να είναι κατάλληλο το πάχος πρέπει να ισχύει:  $68 \text{ ‰} \geq \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_y = 2,2 \text{ ‰}$  Και για το αμφιέρειστο και για το πρόβολο τμήμα της πλάκας οι τιμές του  $\varepsilon_{s1}$  που υπολογίστηκαν στο ερώτημα 1(α) πληρούν τη σχέση αυτή. Άρα το πάχος είναι κατάλληλο.

### 2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΟΚΩΝ Δ1 ΚΑΙ Δ3

**2(α)** Και οι δύο δοκοί υπόκεινται σε κάμψη και διάτμηση. Η δοκός Δ1 υπόκειται επιπλέον και σε στρέψη. Η ανάπτυξη του στρεπτικού φορτίου είναι, όπως φαίνεται στο σχήμα, αναγκαία για την ισορροπία των ροπών στον κόμβο δοκού Δ1 και πλάκας, αλλά όχι στον κόμβο δοκού Δ3 και πλάκας. [Στην δοκό Δ3 εμφανίζονται στρεπτικές παραμορφώσεις (έμμεση στρέψη) αλλά όχι στρεπτική επιπόνηση].



**2(β) Καμποδιατημητικά φορτία δοκών:** Οι δοκοί φέρουν το ίδιο βάρος τους και το φορτίο από την πλάκα που τους αντιστοιχεί. Στη δοκό Δ1 αντιστοιχεί το φορτίο του πρόβολου τμήματος, στη δοκό Δ3 το φορτίο του μισού αμφιέριστου τμήματος.

Ίδιο βάρος δοκών:  $g_{d,β} = 1,35 \cdot 25 \cdot 0,30 \cdot (0,60 - 0,20) = 4,0 \text{ kN/m}$

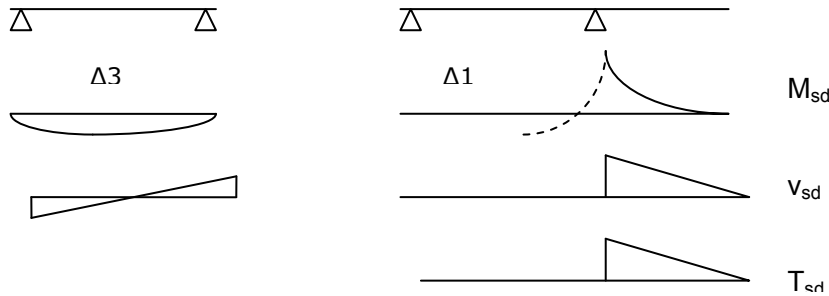
Φορτίο Δ1 από πλάκα:  $\rho_{d,πλ.} = 11,1 \cdot 3,30 = 36,6 \text{ kN/m}$

Φορτίο Δ3 από πλάκα:  $\rho_{d,πλ.} = 11,1 \cdot 6,60/2 = 36,6 \text{ kN/m}$

Συνολικό φορτίο και για την Δ1 και για την Δ3:  $\rho_d = 4,0 + 36,6 = 40,6 \text{ kN/m}$

**Στρεπτικό φορτίο δοκού Δ1:**  $m_T = \rho_{d,πλ.} \cdot l^2/2 = 11,1 \cdot 3,15^2/2 \cdot 1,0 = 55,0 \text{ kNm/m}$

**Εντατικά μεγέθη** Στο σχήμα δίνονται τα στατικά συστήματα και τα διαγράμματα καμπτικής ροπής  $M_{sd}$ , τέμνουσας  $V_{sd}$  και στρεπτικής ροπής  $T_{sd}$  για τις δύο δοκούς.



Η τιμή της  $M_{sd}$  στην παρειά της στήριξης (κρίσιμης διατομής) της Δ1 είναι:  
 $M_{sd} = 40,6 \cdot 2,15^2/2 = 93,5 \text{ kNm}$

Η τιμή της  $M_{sd}$  στο μέσον της Δ3 είναι  $M_{sd} = 40,6 \cdot 5,3^2/8 = 141 \text{ kNm}$

Η τιμή της  $V_{sd}$  στην παρειά της στήριξης της Δ1 είναι  $V_{sd} = 40,6 \cdot 2,15 = 87,5 \text{ kN}$

Η τιμή της  $V_{sd}$  στη στήριξη της Δ3 είναι  $V_{sd} = 40,6 \cdot 5,3/2 = 107,5 \text{ kN}$

Η τιμή της  $T_{sd}$  στην παρειά της στήριξης της Δ1 είναι  $T_{sd} = m_T \cdot l = 55,0 \cdot 2,15 = 118 \text{ kNm}$

### 2(γ) Διαφορές στη διαμόρφωση του διαμήκου οπλισμού:

Στη δοκό Δ3 ο διαμήκους οπλισμός διατάσσεται ισοκατανεμημένος στα πέλματα της δοκού (γιατί οι καμπτικές ρωγμές είναι διαμπερείς με μεγάλο άνοιγμα στα πέλματα) ενώ στη δοκό Δ1 εκτός από τον καμπτικό οπλισμό στα πέλματα της δοκού διατάσσεται και στρεπτικός διαμήκους οπλισμός ισοκατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής της δοκού (γιατί οι στρεπτικές ρωγμές είναι επιφανειακές με σταθερό άνοιγμα)

### Διαφορές στη διαμόρφωση του εγκάρσιου οπλισμού

Και στις δύο δοκούς ο εγκάρσιος οπλισμός αποτελείται από κλειστούς συνδετήρες αλλά στη δοκό Δ1 λόγω της συνύπαρξης της στρεπτικής επιπόνησης οι συνδετήρες έχουν μόνο δύο σκέλη (δεν μπορεί να είναι τετράτητοι καθώς η στρεπτική ρωγμή είναι επιφανειακή και δεν επιπονούνται τα εσωτερικά σκέλη των συνδετήρων). Επειδή η στρεπτική ρωγμή έχει σταθερό άνοιγμα σε όλη την περίμετρο της δοκού οι συνδετήρες επιπονούνται το ίδιο παντού και πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην αγκύρωσή τους.

## 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΟΚΟΥ Δ1

### 3(α) ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

Από το 2(β) προέκυψε  $M_{sd} = -93,5 \text{ kNm}$

**Γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία :** θλιβόμενη ζώνη κάτω =>  $b = b_w = 0,30 \text{ m}$

$d = h - d_1 = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}$  ( $d_1 = c - \Phi_{\text{συν}} - \Phi/2 = 3 - 1 - 2/2 = 5 \text{ cm}$ )

C20/25 =>  $f_{cd} = 20 \cdot 10^3 / 1,50 = 13,3 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$

S500 =>  $f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$

$\epsilon_y = 435 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^6 = 2,2 \%$

### Εφαρμογή Βασικών Σχέσεων Σχεδιασμού (Ισοδυναμίας αξονικών και ροπών)

Χωρίς να ληφθεί υπόψη ο θλιβόμενος οπλισμός

$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0,68b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 A_{s1} = 0,68 \cdot 0,30 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 164 A_{s1} \quad (1)$$

$$M_{sd} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0,4x) \quad (2) \Rightarrow 93,5 = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 164 A_{s1}) \quad (2)$$

$[\varepsilon_{s1}/3,5\% = (d-x)/x \quad (3) \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 3,5\% \cdot (0,55-x)/x$  η σχέση αυτή δεν έχει ιδιαίτερη αξία καθώς η συνύπαρξη του θλιβόμενου οπλισμού δεν επηρεάζει αισθητά την καμπτική αντοχή (σχέσεις 1 και 2) αλλά επηρεάζει σημαντικά την τιμή της  $\varepsilon_{s1}$  (σχέση 3) ]

$$(1) \text{ και } (2) \Rightarrow 93,5 = 435 \cdot 10^3 A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 164 A_{s1}) \Rightarrow$$

$$(2) A_{s1} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \mathbf{4\Phi 12} \text{ άνω}$$

$$\text{Διατάσσεται θλιβόμενος οπλισμός κάτω } A_{s2} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \mathbf{2\Phi 12}$$

### ή Εφαρμογή Βασικών Σχέσεων λαμβάνοντας υπόψη θλιβόμενο οπλισμό $A_{s2} = 0,50A_{s1}$

$$(1). 435 \cdot 10^3 A_{s1} = 0,68 \cdot 0,30 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 0,50A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 80A_{s1} \quad (1a)$$

$$(2) 93,5 = 0,68 \cdot 0,30 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 80 A_{s1}) + 0,50A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 (0,55 - 0,05)$$

(1) και (2) =>

$$93,5 = 0,68 \cdot 0,30 \cdot 80A_{s1} \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 80 A_{s1}) + 0,50A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 (0,55 - 0,05)$$

$$\Rightarrow A_{s1} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 3,0 \text{ cm}^2 \text{ και } A_{s2} = 0,5 \cdot 3,0 = 1,5 \text{ cm}^2$$

$$(1a) \Rightarrow x = 80 \cdot 3,0 \cdot 10^{-4} = 0,025 \text{ m}$$

$$\varepsilon_{s2} = 3,5\% (0,025 - 0,05)/0,025 = 3\% > \varepsilon_y = 2,2\%$$

$$\varepsilon_{s1} = 3,5\% (0,55 - 0,025)/0,025 = 70\% > \varepsilon_y = 2,2\%$$

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

Από το 2(β) προέκυψε  $V_{sd} = 87,5 \text{ kN}$  στην παρειά της στήριξης.

Η  $V_{sd}$  σε απόσταση  $d$  από την παρειά είναι  $V_{sd}'' = 87,5 - 40,6 \cdot 0,55 = 63 \text{ kN}$

Λόγω συνύπαρξης στρέψης τίθεται  $V_{cd} = 0$

$$V_{sd}'' = V_{Rd3} = V_{wd} = \frac{0,9d}{s} A_{sw} f_{ywd} = 63 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$A_{sw}/s = 63 / (0,9 \cdot 0,55 \cdot 435 \cdot 10^3) = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = 5,2 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΡΕΠΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

Από το 2(β) προέκυψε  $T_{sd} = 118 \text{ kNm}$

### Στοιχεία διατομής

$$t = (30 \cdot 60) / [2 \cdot (30 + 60)] = 0,10 \text{ m} \quad A_k = (0,30 - 0,10) \cdot (0,60 - 0,10) = 0,10 \text{ m}^2$$

Σχέσεις υπολογισμού (για γωνία κλίσης ρωγμών  $\theta = 45^\circ$ )

Συνδετήρες:

$$A_{sw} / s = \frac{T_{sd} [\text{kNm}]}{2 \cdot A_k [\text{m}^2] \cdot f_{wd} [\text{kN/m}^2]} = 118 / (2 \cdot 0,10 \cdot 435 \cdot 10^3) = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{m} = \mathbf{12,5 \text{ cm}^2 / \text{m}}$$

Διαμήκης:

$$A_l = \frac{T_{sd} [\text{kNm}] \cdot u}{2 \cdot A_k [\text{m}^2] \cdot f_{sd} [\text{kN/m}^2]} = 118 [2 \cdot (0,30 + 0,60)] / (2 \cdot 0,10 \cdot 435 \cdot 10^3) = 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 22,5 \text{ cm}^2$$

Αριθμός ράβδων για να είναι ισοκατανεμημένοι στην περίμετρο: 6 Επειδή, όμως οι ράβδοι δεν πρέπει να απέχουν μεταξύ τους περισσότερο από 25 cm τοποθετούνται 12 ράβδοι.

$$\text{Εμβαδόν μιας ράβδου } 22,5/12 = 1,90 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathbf{\Phi 16}$$

### Ενοποίηση εγκάρσιου οπλισμού

Συνολικοί συνδετήρες από διάτμηση και στρέψη:

$$A_{sw}/s = 5,2/2 + 12,5 = 15,1 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad (1) \Rightarrow \mathbf{\Phi 12/8}$$

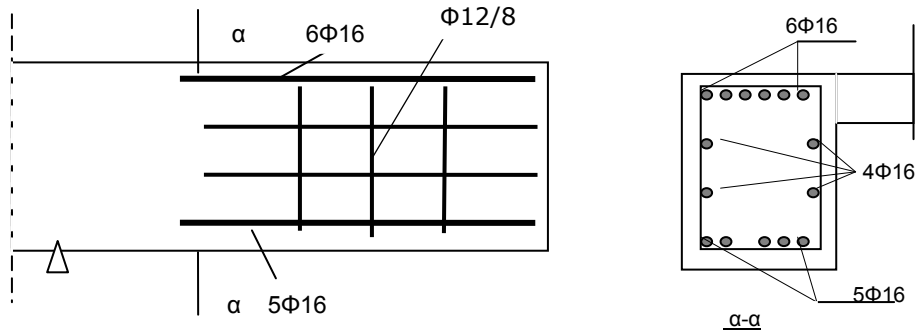
### **Ενοποίηση διαμήκους οπλισμού**

Στο **πάνω** πέλμα: (από κάμψη) 4,3 + (από στρέψη) 22,5/3 = 11,8 cm<sup>2</sup> => **6Φ16**

Στο **κάτω** πέλμα: (από κάμψη) 2,2 + (από στρέψη) 22,5/3 = 9,7 cm<sup>2</sup> => **5Φ16**

Στα **τρίτα του ύψους** δεξιά και αριστερά (από στρέψη) => **2Φ16+2Φ16**

Η διάταξη του οπλισμού φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



### **3(β) ΈΛΕΓΧΟΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ**

Έλεγχος σε διάτμηση: Πρέπει να ισχύει:  $V_{sd} < V_{Rd2}$  (επάρκεια λοξού θλιπτήρα)

Από το 2(β) προέκυψε τένουσα στην παρειά της στήριξης  $V_{sd} = 87,5$  kN

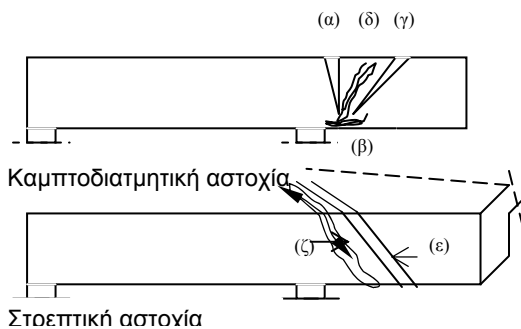
$V_{Rd2} = 0,5 \cdot [0,7 - f_{ck}/200] \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 0,30 \cdot 0,9 \cdot 0,55 = 593$  kN > 78 kN  
=> η διατομή επαρκεί.

Έλεγχος σε στρέψη: Πρέπει να ισχύει:  $T_{sd} < T_{Rd1}$  (επάρκεια λοξού θλιπτήρα)

$T_{Rd1} = 0,7 \cdot (0,7 - f_{ck}/200) \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t = 0,7 \cdot 0,4 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 0,10 \cdot 0,10 = 37,2$  kN <  $T_{sd} = 118$  kN => Η διατομή δεν επαρκεί.

### **3(γ) Η ΘΕΣΗ ΚΑΙ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ Δ1**

φαίνεται στα παρακάτω σχήματα για κάθε τύπο επιπόνησης:



Καμπτική ρωγμή (α): Κάθετη στο διαμήκη ελκυστήρα στην παρειά της στήριξης, διαμπερής, με μειούμενο άνοιγμα καθ ύψος

Καμπτική ρωγμή (β): Παράλληλη με το διαμήκη θλιπτήρα υπό μορφή σύνθλιψης του σκυροδέματος. Αντιστοιχεί σε αστοχία της θλιβόμενης ζώνης

Διατμητική ρωγμή (γ): Λοξή με διεύθυνση προς τη στήριξη (διεύθυνση λοξού θλιπτήρα), διαμπερής σε απόσταση d από την παρειά της στήριξης (σύμφωνα με τον κανονισμό). Αντιστοιχεί σε αστοχία του λοξού ελκυστήρα του σκυροδέματος.

Διατμητική ρωγμή (δ): Λοξή με διεύθυνση προς τη στήριξη (διεύθυνση λοξού θλιπτήρα) υπό μορφή σύνθλιψης του σκυροδέματος. Αντιστοιχεί σε αστοχία του λοξού θλιπτήρα του σκυροδέματος.

Στρεπτική ρωγμή (ε): Σπειροειδής επιφανειακή ρωγμή (με κλίση προς τη στήριξη από τη μεριά της πλάκας) με σταθερό άνοιγμα σε όλη τη διαδρομή της.

Αντιστοιχεί σε αστοχία του σπειροειδούς ελκυστήρα.

Στρεπτική ρωγμή ( $\zeta$ ): Σπειροειδής υπό μορφή επιφανειακής σύνθλιψης του σκυροδέματος παράλληλη με τη ρωγμή ( $\epsilon$ ). Αντιστοιχεί σε αστοχία του σπειροειδούς θλιπτήρα.

**4(a)** Αφού είναι μηδενική η εφελκυστική αντοχή η ρωγμή εκτείνεται μέχρι τον ουδέτερο άξονα.  
Άρα είναι  $x = d - 0,37 \text{ m} = 0,55 - 0,37 = 0,18 \text{ m}$ .

**4(β)** Λόγω της παραδοχής για επιπεδότητα των διατομών το διάγραμμα παραμορφώσεων καθ ύψος της διατομής είναι γραμμικό.

$$\text{Άρα } x = \epsilon_c \cdot d / (\epsilon_c + \epsilon_{s1}) = 3,5 \cdot 0,55 / (3,5 + 15) = 0,15 \text{ m} < 0,18 \text{ m}.$$

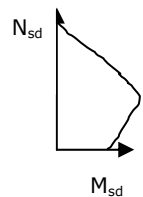
Άρα η ρωγμή στο 4(a) δεν αντιστοιχεί σε αστοχία της δοκού αφού έχει περιθώριο να επεκταθεί και άλλο.

**5(a)** Το υποσύλωμα K1 δέχεται το ένα τέταρτο του φορτίου του αμφιέρειστου τμήματος της πλάκας και όλο το φορτίο του πρόβολου τμήματος της πλάκας.

$$\text{Είναι } N_{sd} = 11,1 \cdot [(6,60 \cdot 5,60) / 4 + 3,30 \cdot 2,15] = 169 \text{ kN}.$$

**5(β)** Στο υποσύλωμα συνυπάρχει με την καμπτική αντοχή και αξονική δύναμη, ενώ στη δοκό η αξονική δύναμη είναι μηδενική. Στο σχήμα φαίνεται η μεταβολή της καμπτικής αντοχής συναρτήσει της τιμής της αξονικής (διάγραμμα αλληλεπίδρασης ροπής και αξονικής).

Για μικρές τιμές της αξονικής η αντοχή του υποστυλώματος είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν της αντίστοιχης δοκού, ενώ για μεγάλες τιμές μπορεί η αντοχή του να είναι μικρότερη. (Συνήθως τα υποστυλώματα για λόγους πλαστιμότητας διαστασιολογούνται με μεγάλες διαστάσεις και η αξονική είναι μικρό ποσοστό της αξονικής του αντοχής και άρα η καμπτική αντοχή τους είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν αντίστοιχης δοκού).



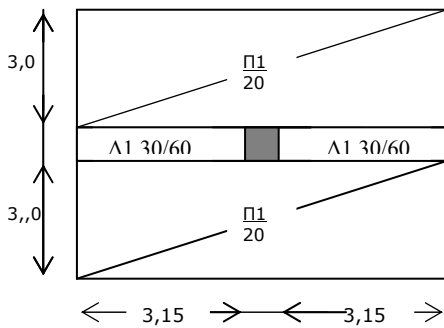
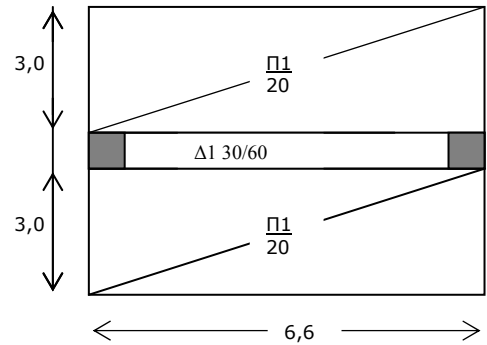


5. Στα σχήματα δίνονται τρεις διαφορετικοί τύποι διαμόρφωσης του φέροντα οργανισμού βατών στεγάστρων βιομηχανικού χώρου. Ο κάθε τύπος στεγάστρου ανταποκρίνεται σε διαφορετικές λειτουργικές απαιτήσεις των στεγαζόμενων χώρων.

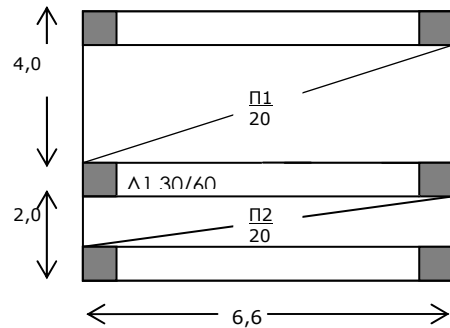
Για το ενδεχόμενο εορταστικών εκδηλώσεων στον υπερκείμενο (αδιαχώρητο) χώρο των στεγάστρων έχει ληφθεί υπόψη κινητό φορτίο πλακών:

$$q=2 \text{ kN/m}^2$$

ΣΤΕΓΑΣΤΡΟ Α



ΣΤΕΓΑΣΤΡΟ Β



ΣΤΕΓΑΣΤΡΟ Γ

Για λόγους τυποποίησης υιοθετείται ίδια διαστασιολόγηση και για τους τρεις τύπους στεγάστρων ως εξής:

**Π1: h=20 cm**

**A<sub>s1</sub>=> Φ10/10**

**Π2: h=20 cm**

**A<sub>s1</sub>=> Φ10/10,**

**Δ1: b/h=20/60 cm A<sub>s1</sub>=> 4Φ12, A<sub>s2</sub>=> 2Φ12, A<sub>sw</sub>=> Φ8/10**

**Υποστυλώματα: b/h=30/30 cm A<sub>s</sub>=> 4Φ14**

Στην πλάκα των στεγάστρων Α και στη θέση της δοκού Δ1 τοποθετείται (αβαρές) διαχωριστικό κιγκλιδωμά.

Ζητούνται:

1. (α) Σκαριφήματα οπλισμού πλακών στεγάστρων Α και Β.  
(β) Ποιοτική αξιολόγηση (χωρίς υπολογισμούς) των τριών τύπων στεγάστρων από πλευράς στατικής επάρκειας (εντοπισμός του τύπου με το μεγαλύτερο περιθώριο ασφάλειας)
2. Κατά τη διάρκεια εορταστικής εκδήλωσης στον υπερκείμενο χώρο των πλακών των στεγάστρων παρατηρήθηκαν ρωγμές στις πλάκες και την δοκό Δ1 των στεγάστρων, όπως αυτές απεικονίζονται στα παρακάτω σκαριφήματα.  
Εντοπίστε τον τύπο και τις αιτίες των αστοχιών αυτών.

Από επιτόπια έρευνα προέκυψαν οι παρακάτω αποκλίσεις μεταξύ κατασκευής και μελέτης:

**Στέγαστρα Α**

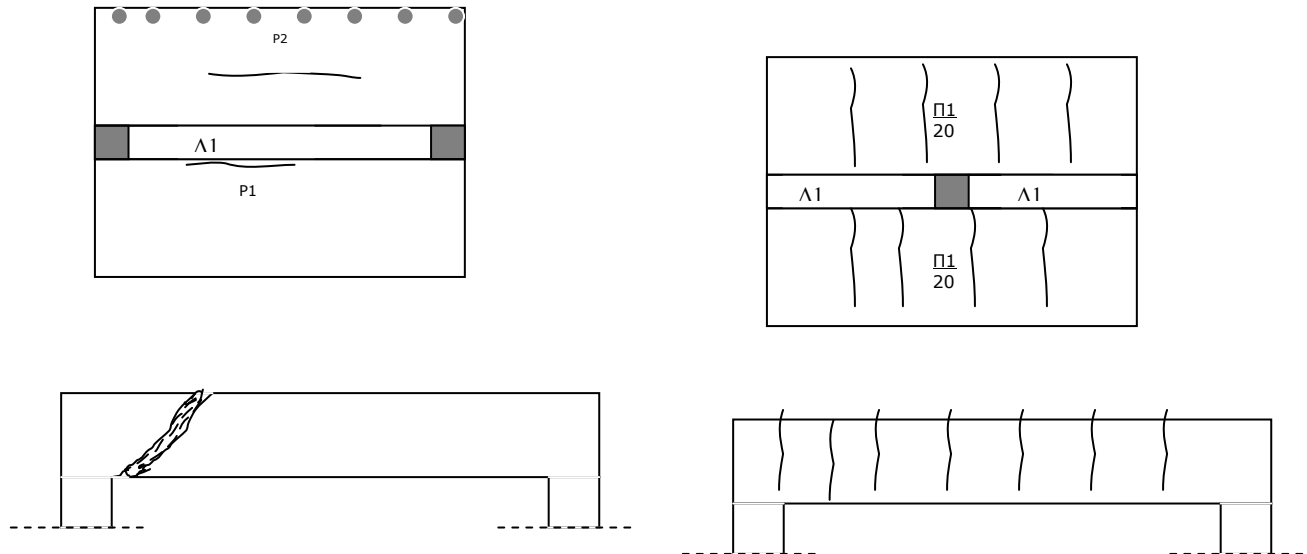
α) Το ένα ελεύθερο άκρον της πλάκας είχε υποστηριχθεί με κορμούς δένδρων, όπως φαίνεται στο σχήμα.

β) Ο κύριος οπλισμός της πλάκας βρέθηκε σε βάθος 8 cm από την επάνω επιφάνειά της.

γ) Οι δίμητοι συνδετήρες Φ8/20 της δοκού Δ1 με τετράμητους συνδετήρες Φ8/40.

### **Στέγαστρα Β**

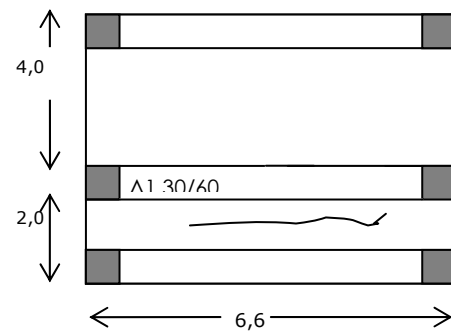
Απουσία οπλισμού διανομής στην πλάκα.



### **Στέγαστρα Α**

3. Μετά από ισχυρή σεισμική επιπόνηση τα υποστυλώματα των στεγαστρων Β εμφάνισαν εκτεταμένες βλάβες οι οποίες ήταν πιο έντονες στην περίπτωση των ιδιαίτερα φορτισμένων στεγαστρων. Τα στεγαστρα λόγω αλλαγής χρήσεως του βιομηχανικού χώρου είχαν μετατραπεί σε υπερυψωμένους αποθηκευτικούς χώρους. Μικρότερης έκτασης βλάβες εμφάνισαν και τα αφόρτιστα στεγαστρα, ενώ τα στεγαστρα με σχετικά μικρό φορτίο συμπεριφέρθηκαν καλύτερα απ' αυτά. Στα υποστυλώματα των στεγαστρων Β και Γ δεν παρατηρήθηκαν αστοχίες, ούτε στα ιδιαίτερα φορτισμένα, ούτε στα αφόρτιστα υποστυλώματα.

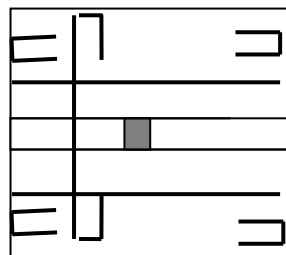
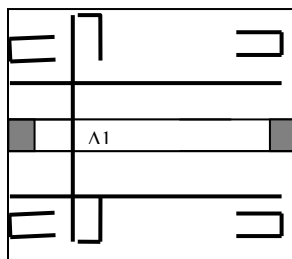
### **Στέγαστρα Β**



### **Στέγαστρα Γ**

Αιτιολογείστε τις παραπάνω διαφοροποιήσεις στη σεισμική συμπεριφορά των υποστυλωμάτων.

- 1.(α) Τα σκαριφήματα των οπλισμών της πλάκας δίνονται στα παρακάτω σχήματα. Το στατικό σύστημα των πλακών και στα δύο στεγαστρα είναι αμφίπλευρος πρόβολος. (Στήριξη της δοκού αποτελεί η δοκός η οποία έχει παραμείνει στην ίδια θέση και στα δύο στεγαστρα).



**(β)** Επειδή και στα τρία στέγαστρα όλοι οι φορείς τους έχουν τις ίδιες διαστάσεις και οπλισμό έχουν τις ίδιες αντοχές. Ασφαλέστεροι θα είναι οι φορείς των στεγάστρων που δέχονται τη μικρότερη επιπόνηση. Εξετάζονται ξεχωριστά πλάκες, δοκοί και υποστυλώματα:

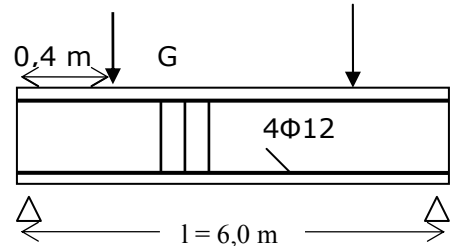
**Πλάκες:** Οι πλάκες στα στέγαστρα Α και Β είναι το ίδιο σφαιλεις αφού έχουν το ίδιο στατικό σύστημα και το ίδιο άνοιγμα και άρα την ίδια επιπόνηση. Οι πλάκες στα στέγαστρα Γ αν είναι κατάλληλα οπλισμένες (βλ. ερώτημα 2) έχουν μεγαλύτερη ασφάλεια γιατί δέχονται μικρότερη επιπόνηση. Οι πρόβολοι πλάκες στα στέγαστρα Α και Β ισοδυναμούν από πλευράς καμπτικής επιπόνησης με αμφιέριστες πλάκες ανοίγματος  $2 \times 3,15 = 6,0$  m. Οι πλάκες στα στέγαστρα Γ είναι φορείς δύο κατά πολύ μικρότερων ανοιγμάτων.

**Δοκοί** Οι δοκοί στα στέγαστρα Α και Β είναι το ίδιο ασφαλεις καθώς δέχονται το ίδιο φορτίο από τις πλάκες (το συνολικό φορτίο τους). Το στατικό σύστημα της Δ1 στα στέγαστρα Α είναι αμφίπλευρος πρόβολος ανοίγματος 3,15 m ο οποίος είναι ισοδύναμος στατικά με αμφιέριστη δοκό ανοίγματος 6,30 m που είναι το στατικό σύστημα των δοκών Δ1 στα στέγαστρα Β. Στα στέγαστρα Γ, οι δοκοί έχουν το ίδιο στατικό σύστημα με αυτές στα στέγαστρα Β αλλά δέχονται μικρότερο φορτίο από τις πλάκες και, γι αυτό επιπονούνται λιγότερο και, άρα, είναι πιο ασφαλεις.

**Υποστυλώματα:** Αφού όλα τα υποστυλώματα έχουν τις ίδιες διαστάσεις και τον ίδιο οπλισμό έχουν την ίδια αξονική αντοχή. Και τα τρία στέγαστρα έχουν την ίδια έκταση και τις ίδιες διαστάσεις των φορέων τους και γι αυτό δέχονται το ίδιο συνολικό φορτίο. Τα υποστυλώματα στα στέγαστρα Α φέρουν όλο αυτό το φορτίο, στα στέγαστρα Β φέρουν το μισό και στα στέγαστρα Γ ακόμη μικρότερο φορτίο (αφού το αναλαμβάνουν ακόμη περισσότερα υποστυλώματα). Άρα πιο ασφαλή από πλευράς αξονικής επιπόνησης είναι τα υποστυλώματα Γ, μετά τα Β και τα λιγότερο ασφαλή τα στέγαστρα Α'. Η ασφάλειά τους από πλευράς καμπτικής ικανότητας (ανάληψης σεισμικής επιπόνησης) σχολιάζεται στο ερώτημα 3.

2. **Στέγαστρα Α:** Η ρωγή στο μέσον του ανοίγματος του ενός προβόλου της πλάκας οφείλεται στην τοποθέτηση των κορμών οι οποίοι λειτούργησαν ως στήριξη και άλλαξαν το στατικό σύστημα της πλάκας σε μονοπροέχουσα με συνέπεια το εφελκυστικό πέγμα στο ένα άνοιγμα να μετατεθεί στην κάτω πλευρά στην οποία δεν υπήρχε οπλισμός. Η ρωγή στη δοκό Δ1 οφείλεται σε αστοχία του λοξού σπειροειδούς θλιπτήρα που αναπτύσσεται λόγω της στρεπτικής επιπόνησης της δοκού η οποία δε φαίνεται να έχει ληφθεί υπόψη στο σχεδιασμό. Με βάση τη διεύθυνσή της θα μπορούσε να αφ

6. Αμφιέριστη δοκός διαστάσεων 30/55 και ανοίγματος 6m με διαμήκη οπλισμό,  $A_{s1}$ , αποτελούμενο από πέντε ευθύγραμμες ράβδους  $\Phi 16$  μήκους 5,95 m και εγκάρσιο οπλισμό δίτητων συνδετήρων  $\Phi 10/12$  επιπονείται με συγκεντρωμένα φορτία G σε απόσταση 0,40 m από τα άκρα της δοκού, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ίδιο βάρος της δοκού να αμεληθεί. Υλικά: C20/25, S500.



Ζητούνται:

1. Η μέγιστη τιμή των φορτίων G που μπορεί ν' αντέξει η δοκός.
2. Τα ποιοτικά διαγράμματα κατά μήκος της δοκού (ζητείται μόνον η μορφή, όχι τιμές)
  - (α) της καμπτικής αντοχής  $M_{Rdu}$ ,
  - (β) των διατμητικών αντοχών  $V_{Rd2}$  και  $V_{Rd3}$  και
  - (γ) των στρεπτικών αντοχών  $T_{Rd1}$ ,  $T_{Rd2}$  και  $T_{Rd3}$ .
3. (α) Να προταθεί νέα διαμόρφωση του εφελκόμενου διαμήκου οπλισμού (ο οποίος θα παραμείνει 5Φ16) ώστε να αυξηθεί η μέγιστη τιμή των φορτίων G της δοκού.  
 (β) Νέα διαμόρφωση του θλιβόμενου διαμήκου οπλισμού θα επηρεάσει σημαντικά τη μέγιστη τιμή των φορτίων G και γιατί;  
 (γ) Να εντοπιστούν ενδεχόμενες αλλαγές λόγω της νέας διαμόρφωσης του διαμήκου οπλισμού στη μορφή των διαγραμμάτων του ερωτήματος 2.  
 (δ) Να εντοπιστούν ενδεχόμενες αλλαγές στα διαγράμματα του ερωτήματος (2), όταν στη δοκό αντί των φορτίων G δρα ομοιόμορφο καταναμεμένο φορτίο q.

### 1. Έλεγχος σε κάμψη $\max M_{sd} = M_{Rdu}$

Γεωμετρικά και Τεχνολογικά Στοιχεία

$$A_{s1} = 5 \cdot 2,0 = 10,0 \text{ cm}^2 = 10,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}, \quad b = 0,30 \text{ m}$$

$$C20 \Rightarrow f_{cd} = 20 \cdot 10^3 / 1,50 = 13,3 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \quad S500 \Rightarrow f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$\epsilon_y = 435 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 2,2 \text{ ‰}$$

Εύρεση τάσης διαμήκου οπλισμού

Η κρίσιμη διατομή είναι κοντά στο άκρον των διαμήκων ράβδων και δεν μπορούν οι ράβδοι να αναπτύξουν τη μέγιστη τάση τους  $f_{sd}$  αφού το μήκος των ράβδων από το άκρον τους μέχρι τη κρίσιμη διατομή του φορέα που είναι 40 cm είναι μικρότερο από το απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης το οποίο είναι:

$$l_b = \Phi / 4 \cdot f_{sd} / f_{bd} = 1,6 / 4 \cdot 435 / 2,0 = 87 \text{ cm.}$$

Η μέγιστη τάση που μπορούν να αναπτύξουν οι ράβδοι στην κρίσιμη διατομή του φορέα είναι:

$$\sigma_{sd} \cdot \pi \Phi^2 / 4 = f_{bd} \cdot l \cdot \pi \Phi \Rightarrow \sigma_{sd} = 4 f_{bd} \cdot l / \Phi \leq f_{sd} \quad (\text{a})$$

$$\sigma_{sd} = 4 \cdot 2,0 \cdot 10^3 \cdot 0,40 / 0,016 = 200 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

Υπολογισμός καμπτικής αντοχής  $M_{Rdu}$

$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot \sigma_{cd} \quad (1) \Rightarrow$$

$$200 \cdot 10^3 \cdot 10,0 \cdot 10^{-4} = 0,68 \cdot 0,30 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 0,07 \text{ m} \quad (1^*)$$

$$M_{Rdu} = A_{s1} \cdot \sigma_{sd} \cdot (d - 0,4x) \quad (2) \Rightarrow$$

$$M_{Rdu} = 200 \cdot 10^3 \cdot 10,0 \cdot 10^{-4} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 0,07) = 104 \text{ kNm} \quad (2^*)$$

$$\epsilon_{s1} / 3,5 \text{ ‰} = (d - x) / x \quad (3) \Rightarrow$$

$$\epsilon_{s1} = 3,5 \text{ ‰} \cdot (0,55 - 0,07) / 0,07 = 24 \text{ ‰} < 68 \text{ ‰} \quad (3^*)$$

Ανίσωση Ασφαλείας

$$M_{sd} \leq M_{Rdu} \Rightarrow \rho_d \cdot 6,0^2 / 8 \leq 104 \text{ kNm} \Rightarrow \text{‰}$$

$$\rho_d = 23,1 \text{ kN/m}$$

## 2. Έλεγχος σε Διάτμηση της Δοκού

Τέμνουσα που αναλαμβάνεται από τους συνδετήρες:

$$V_{wd} = 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 0,55 / 0,12 = 179 \text{ kN}$$

Τέμνουσα που αναλαμβάνεται από το διατμητικά όπλο σκυρόδεμα:

$$V_{cd} = 1,0 / 1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,30 \cdot 0,55 = 110 \text{ kN}$$

Διατμητικές αντοχές  $V_{Rd3}$  και  $V_{Rd2}$

$$V_{Rd3} = 110 + 179 = 289 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 13,3 \cdot 10^3 \cdot 0,30 \cdot 0,9 \cdot 0,55 = 592 \text{ kN}$$

( $v = 0,7 - 20/200 = 0,60$ )

Ανίσωση Ασφαλείας

$$V_{Rd3} \geq V_{sd} \Rightarrow 289 = V_{sd} - \Delta x \cdot \rho_d = \rho_d \cdot 6,0/2 - (0,40/2 + 0,55) \cdot \rho_d \Rightarrow \max \rho_d = 128 \text{ kN/m}$$

$$V_{Rd2} \geq \max V_{sd} \Rightarrow 592 = V_{sd} = \rho_d \cdot 6,0/2 - 0,40/2 \cdot \rho_d \Rightarrow \max \rho_d = 211 \text{ kN/m}$$

**Μέγιστο Φορτίο Δοκού:**

=>

**$\max \rho_d = 23,1 \text{ kN/m}$**

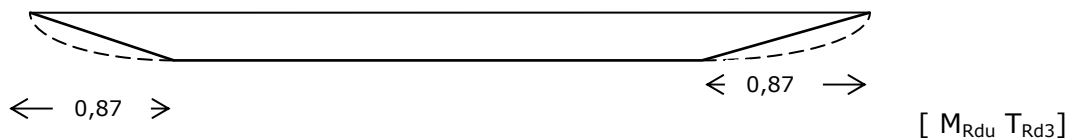
### 2. (α) Διάγραμμα της καμπτικής αντοχής $M_{Rdu}$ κατά μήκος της δοκού

Είναι:  $M_{Rdu} = A_{s1} \cdot \sigma_{sd} \cdot (d - 0,4x)$  Το  $A_{s1}$  παραμένει σταθερό. Θεωρώντας και το  $x$  σταθερό κατά μήκος της δοκού η καμπτική αντοχή προκύπτει ανάλογη της τάσης του οπλισμού  $\sigma_{sd}$ .

Η τάση του οπλισμού δίνεται από τη σχέση  $\sigma_{sd} = 4f_{bd} \cdot l / \Phi \leq f_{sd}$  (α)

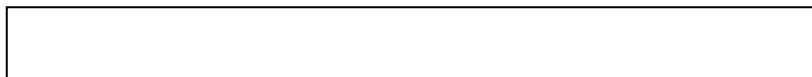
Για να αναπτυχθεί η μέγιστη τάση  $f_{sd}$  η απαιτούμενη απόσταση από το άκρον των ράβδων υπολογίστηκε στο ερώτημα 1 ίση με  $l_b = 0,87 \text{ m}$ .

Άρα το ζητούμενο διάγραμμα είναι η γραφική παράσταση της σχέσης (α) κατά μήκος του φορέα και δίνεται στο σχήμα.



### (α) Διάγραμμα $V_{Rd2}$ , $V_{Rd3}$ και $T_{Rd1}$ , $T_{Rd2}$ και $T_{Rd3}$ κατά μήκος της δοκού.

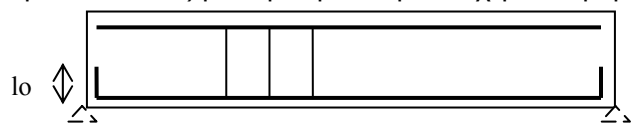
Όλα τα γεωμετρικά και τεχνολογικά μεγέθη που διαμορφώνουν τις παραπάνω αντοχές εξαιρουμένης της  $T_{Rd3}$  είναι σταθερά. Γι αυτό, η τιμή των αντοχών αυτών στις διατομές κατά μήκος του φορέα παραμένει σταθερή και τα διαγράμματα έχουν τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα:



[  $V_{Rd2}$   $V_{Rd3}$   $T_{Rd1}$   $T_{Rd2}$  ]

Η στρεπτική αντοχή  $T_{Rd3}$  είναι ανάλογη της  $\sigma_{sd}$  του διαμήκους οπλισμού και, γι αυτό η μορφή του διαγράμματος θα είναι αυτή της  $M_{Rdu}$ .

- (β) Για να αυξηθεί η μέγιστη τιμή των φορτίων  $G$  πρέπει να αυξηθεί η καμπτική αντοχή του φορέα στη θέση αυτή και, γι αυτό, πρέπει να αυξηθεί η μέγιστη τάση  $\sigma_{sd}$  του διαμήκους οπλισμού που μπορεί να αναπτυχθεί στη θέση αυτή. Για να συμβεί αυτό πρέπει να αυξηθεί η απόσταση της κρίσιμης διατομής από το άκρον των ράβδων και άρα οι ράβδοι πρέπει να διαμορφωθούν όπως φαίνεται στο σχήμα.



**(γ)** Λόγω της νέας διαμόρφωσης του οπλισμού, το διαθέσιμο μήκος αγκύρωσης σε μια θέση του φορέα σε απόσταση  $l$  από το άκρον του είναι:  $l+l_0$ .

Λόγω της πρόσθετης συγκεντρωμένης δύναμης τριβής που αναπτύσσεται στη θέση κάμψης των ράβδων το απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης είναι 30% μικρότερο:

Είναι:  $(l+l_0) = 0,7 \cdot \Phi / 4 \cdot \sigma_{sd} / f_{bd} \Rightarrow \sigma_{sd} = 4 f_{bd} \cdot 0,7 (l+l_0) / \Phi \leq f_{sd} (\beta)$

Τα διαγράμματα της  $M_{Rdu}$  και  $T_{Rd3}$  είναι ανάλογα της  $\sigma_{sd}$  και τα διαγράμμάτα τους θα έχουν τη μορφή του διαγράμματος της σχέσης ( $\beta$ ) κατά μήκος του φορέα, όπως φαίνεται στο σχήμα:



**(γ)** Η παρουσία του θλιβόμενου οπλισμού δεν επηρεάζει σημαντικά την καμπτική αντοχή του φορέα (γι αυτό και δεν ελήφθη υπόψη στον υπολογισμό της καμπτικής αντοχής), καθώς η απόσταση της θλιπτικής του δύναμης  $F_{sd2}$  από την θλιπτική δύναμη  $F_{cd}$  του θλιβόμενου σκυροδέματος είναι σχεδόν μηδενική. Γι αυτό και η μειωμένη τάση του δεν επηρεάζει την καμπτική αντοχή και άρα και την μέγιστη τιμή των φορτίων  $G$ .

**(δ)** Η αντοχή του φορέα σε μια θέση του είναι ανεξάρτητη της φόρτισής του και γι αυτό δεν αλλάζουν τα διαγράμματα στο ερώτημα 2 και 3. Αυτό που αλλάζει με τη φόρτιση είναι η φέρουσα ικανότητα του φορέα γιατί αλλάζει η θέση της κρίσιμης διατομής. Στην περίπτωση του ομοιόμορφου φορτίου η κρίσιμη διατομή σε κάμψη είναι στο μέσον του φορέα, όπου η αντοχή του είναι μεγαλύτερη απ' ότι στις θέσεις των συγκεντρωμένων φορτίων.