

Ενότητα **Κ**

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΟΚΩΝ ΚΑΙ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ



1. ΜΟΡΦΕΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

1.1 Μορφές Σχεδιασμού

Οι βασικές παράμετροι του σχεδιασμού είναι: οι διαστάσεις της διατομής, η ποσότητα του οπλισμού και τα φορτία. Οι ποιότητες των υλικών για συνήθεις φορείς δεν έχουν μεγάλη περιοχή μεταβολής.

Διακρίνονται οι παρακάτω μορφές :

1. Σχεδιασμός I : Δίνονται τα φορτία και ζητείται ο οπλισμός
2. Σχεδιασμός II : Δίνονται τα φορτία και ζητούνται οι διαστάσεις της διατομής και ο οπλισμός
3. Έλεγχος I : Δίνεται ο οπλισμός και οι διαστάσεις της διατομής και ζητείται η φέρουσα ικανότητα του φορέα - το μέγιστο φορτίο
4. Έλεγχος II : Δίνεται ο οπλισμός , οι διαστάσεις της διατομής και το φορτίο και ζητείται αν ο φορέας είναι ασφαλής. Ανάγεται στην περίπτωση 3 (ελέγχεται αν το φορτίο είναι μικρότερο από το μέγιστο)

Η μορφή 1 αντιστοιχεί στην περίπτωση που οι διαστάσεις της διατομής είναι δεδομένες για αρχιτεκτονικούς, λειτουργικούς ή κατασκευαστικούς λόγους .

Η μορφή 2 είναι η συνήθης περίπτωση σχεδιασμού ενός φορέα

Η μορφή 3 αντιστοιχεί στην περίπτωση υπάρχοντος φορέα που εξετάζεται η δυνατότητα μεταβολής των φορτίων λόγω αλλαγής χρήσης κ.λ.π

Η μορφή 4 αναφέρεται στην περίπτωση υπάρχοντος φορέα που αμφισβητείται η ασφάλεια του

1.2 Στόχοι και Κριτήρια Ορθού Σχεδιασμού

Οι στόχοι και τα κριτήρια του σχεδιασμού των δοκών και υποστυλωμάτων είναι αυτοί που αναπτύσσονται και για το σχεδιασμό των πλακών.

1.3 Μεθοδολογία Σχεδιασμού

Ο σχεδιασμός σε κατάσταση αστοχίας βασίζεται στην επίλυση της ανίσωσης ασφαλείας.

Ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

- Εντοπίζονται οι τύποι επιπόνησης του φορέα (καμπτοδιατμητική, κ.λ.π)
- Εντοπίζεται ο δυσμενέστερος συνδυασμός των φορτίων και η κρίσιμη διατομή του φορέα για κάθε τύπο επιπόνησης
- Για κάθε επιπόνηση και κάθε κρίσιμη διατομή του φορέα:

1. Υπολογίζονται συναρτήσει των φορτίων οι μέγιστες τιμές των δράσεων: M_{sd}, V_{sd}, T_{sd}
2. Υπολογίζονται συναρτήσει των διαστάσεων της διατομής, της ποσότητας του οπλισμού και των αντοχών σκυροδέματος και οπλισμού οι αντοχές του φορέα: M_{Rd}, V_{Rd}, T_{Rd}
3. Εξισώνονται οι εκφράσεις των εξωτερικών και εσωτερικών μεγεθών:

$$M_{sd} = M_{Rd}, \quad V_{sd} = V_{Rd}, \quad T_{sd} = T_{Rd}$$

και επιλύονται ως προς το άγνωστο μέγεθος

Το άγνωστο μέγεθος μπορεί να είναι η (ελάχιστη) ποσότητα του οπλισμού A_s , οι (ελάχιστες) διαστάσεις, συνήθως το ύψος h (το πλάτος καθορίζεται από κατασκευαστικούς λόγους), το (μέγιστο) φορτίο q .

Για το συνολικό φορέα με τη συνολική επιπόνηση κρατούνται :

- Οπλισμός : οι επί μέρους τιμές για κάθε θέση και επιπόνηση
- ύψος : η μεγαλύτερη επί μέρους τιμή
- φορτίο : η μικρότερη επί μέρους τιμή

Στα επόμενα κεφάλαια υπολογίζονται οι αντοχές και οι δράσεις δοκών και υποστυλωμάτων και περιγράφονται τα διαδοχικά βήματα του υπολογισμού.

2. ΜΕΓΕΘΗ ΑΝΤΟΧΗΣ ΔΟΚΩΝ

ΒΛΕΠΕ ΚΑΙ ΕΝΟΤΗΤΑ Δ2, ΚΕΦ 2 ΚΑΙ 5

2.1 Διαφοροποιήσεις Δοκών και Πλακών

Οι δοκοί διαφοροποιούνται από τις πλάκες ως προς:

- τη μορφή και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής τους
- τη συνύπαρξη θλιβόμενου οπλισμού
- τον τύπο επιπόνησης τους. Ως γραμμικοί φορείς εκτός από την καμπτοδιατμητική επιπόνηση υπόκεινται και σε στρεπτική επιπόνηση.

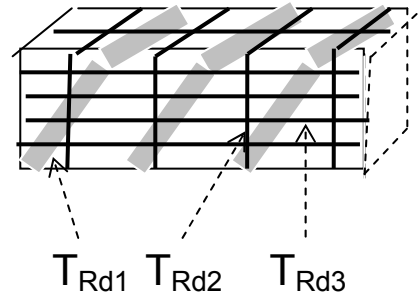
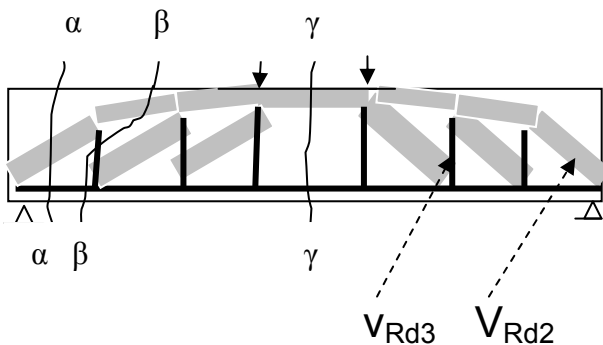
Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η διαφοροποίηση των μεγεθών αστοχίας τους λόγω των παραπάνω διαφοροποιήσεων.

2.2 Σχέσεις Υπολογισμού των Αντοχών των Δοκών (Βλ. Ενότητα Η)

Τα μεγέθη αστοχίας τους, τα αντίστοιχα στοιχεία της διατομής με τα οποία σχετίζονται και τα αντίστοιχα φυσικά προσομοιώματα του φορέα και οι τομές τους με βάση τις οποίες προέκυψαν συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

ΚΑΜΠΤΟΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΠΟΝΗΣΗ

ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΕΠΙΠΟΝΗΣΗ



| <u>ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ</u> ή <u>ΕΛΕΓΧΟΣ</u> | <u>ΚΑΜΨΗ</u> | <u>ΔΙΑΤΜΗΣΗ</u> | <u>ΣΤΡΕΨΗ</u> |
|---|--|---|---|
| Διατομής $b \cdot h$ | $\varepsilon_{s1} = 3.5\% \cdot (x-d)/x$ (3) | $V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d$, | $T_{Rd1} = v \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t$. |
| Εγκάρσιου Οπλισμού A_{sw} | - | $V_{Rd3} = 0,9 d \eta \cdot A_s / s \cdot f_{sd} + V_{cd}$ | $T_{Rd2} = 2 \cdot A_{sw} \cdot A_k \cdot f_{swd} / s$ |
| Διαμήκη Οπλισμού A_s | $A_{s1} \cdot f_{sd} = 0.67b \cdot x \cdot f_{cd}$ (1) $M_{Rdu} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0.4x)$ (2) | - | $T_{Rd3} = 2 \cdot A_s / s \cdot A_k \cdot f_{swl} / u$ |

3. ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΔΟΚΩΝ

3.1 ΔΟΚΟΙ, ΠΛΑΚΟΔΟΚΟΙ, ΨΕΥΤΟΔΟΚΟΙ

- **Δοκοί** ονομάζονται οι οριζόντιοι γραμμικοί φορείς, σε αντιδιαστολή με τους κατακόρυφους φορείς που ονομάζονται υποστυλώματα.

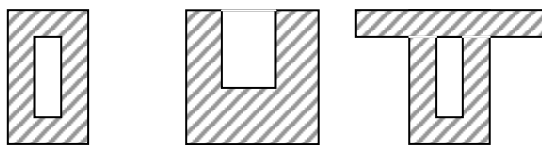
Οι δοκοί έχουν συνήθως ορθογωνική διατομή. Στην περίπτωση, όμως, ειδικών κατασκευών μπορούν να έχουν διαφορετικές διατομές, όπως αυτές που φαίνονται στο Σχ. 1.

- Δοκοί, επίσης, θεωρούνται και τα τμήματα του οριζόντιου επιπέδου φορέα των κατασκευών στις θέσεις όπου αυξάνεται σημαντικά το πάχος του.

Οι δοκοί αυτές θεωρούνται στηρίξεις για τα υπόλοιπα τμήματα, τα οποία αποτελούν τις πλάκες, καθώς, λόγω του αυξημένου πάχους τους, το βέλος τους είναι αμελητέο σε σύγκριση με αυτό των πλακών.

Για αντιδιαστολή με τις μεμονωμένες δοκούς οι δοκοί αυτές ονομάζονται, συνήθως, **πλακοδοκοί**.

Διακρίνονται πλακοδοκοί ταυ τ , όταν υπάρχει πλάκα εκατέρωθεν της δοκού και πλακοδοκοί γάμμα Γ , όταν υπάρχει πλάκα από τη μία, μόνον, πλευρά.



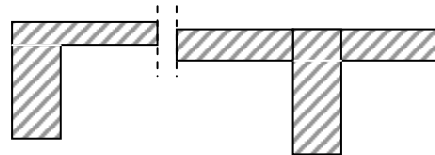
Σχ. 3.1 Μη συνήθεις εγκάρσιες διατομές δοκών

- ❖ Το ύψος των πλακοδοκών h πρέπει να είναι τουλάχιστον τρεις φορές μεγαλύτερο απ' αυτό της πλάκας, ώστε το βέλος τους, αντίστροφα ανάλογο της ροπής αδρανείας τους (που είναι ανάλογη του h^3), να είναι τουλάχιστον το $1/30$ του βέλους των πλακών.

Τμήμα με μικρή, μόνον, αύξηση του πάχους της πλάκας δεν μπορεί να θεωρηθεί ως στήριξη της,

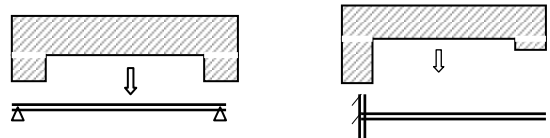
καθώς δεν είναι σημαντικά μειωμένο το βέλος του.

Για παράδειγμα, τμήμα με πάχος 25 ή 30εκ. σε μια πλάκα πάχους 20εκ. δεν αποτελεί δοκό. Τμήμα με ενδιάμεση αύξηση πάχους, π.χ. με πάχος 35 ή 40εκ. στην παραπάνω πλάκα αποτελεί υποχωρούσα στήριξη.



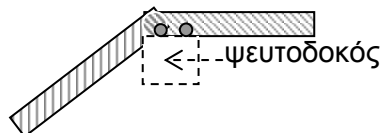
Σχ. 3.2 Πλακοδοκοί μορφής T και Γ

Για απλοποίηση στην περίπτωση αυτού του παραδείγματος μπορεί να γίνει διπλή επίλυση του φορέα (α) ως δοκού και (β) ως πλάκα και να διαστασιοποιηθεί ο φορέας με τα δυσμενέστερα αποτελέσματα των δύο λύσεων.



Σχ. 3.3 (α) Περίπτωση δοκού και (β) Περίπτωση ενισχυμένης ζώνης πλάκας

- ❖ Τοπική πύκνωση του οπλισμού της πλάκας, ή ενσωμάτωση σιδηροδοκού σε μια θέση της πλάκας ώστε να αποκατασταθεί λειτουργία δοκού στη θέση αυτή, γνωστή ως λύση **ψευδοδοκού** που υιοθετείται μερικές φορές σε σκάλες (θέσεις δύσκολης διαμόρφωσης του ξυλοτύπου) ή στα άκρα μεγάλων προβόλων δεν συνιστούν λύσεις, καθώς δεν αυξάνει διακριτά την ροπή αδρανείας της πλάκας και δεν μπορούν να υποκαταστήσουν τη διαμόρφωση δοκού.



Σχ. 3.4 Ψευδοδοκοί

3.2 ΣΥΝΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟ ΠΛΑΤΟΣ ΠΛΑΚΟΔΟΚΟΥ

3.2.1 Η Έννοια του Συνεργαζόμενου Πλάτους

Όπως φαίνεται στο Σχ. 5, όταν κάμπτεται η δοκός συμπαρασύρει σε κάμψη και την πλάκα μέχρι ένα πλάτος, το **συνεργαζόμενο πλάτος** b_{eff} .

Αφού για τα φορτία της δοκού εντείνεται και μέρος της πλάκας, το τμήμα αυτό εντάσσεται στη διατομή της (πλακο)δοκού.

Το πλάτος, λοιπόν, της πλακοδοκού στο πέλαμα της που συνδέεται με την πλάκα, το επάνω για συνήθεις δοκούς, το κάτω για αντεστραμμένες δοκούς, είναι μεγαλύτερο από το πλάτος b_w του κορμού της κατά το συνεργαζόμενο τμήμα της πλάκας.

3.2.2 Μεγέθη Επιρροής του Συνεργαζόμενου Πλάτους b_{eff}

Το τμήμα από την πλάκα που συμπαρασύρει με την κάμψη της η δοκός αυξάνει, προφανώς, όσο αυξάνει το βέλος της δοκού.

Το βέλος της δοκού είναι ανάλογο του μήκους l_o^3 και αντίστροφα ανάλογο της ροπής αδρανείας της η οποία σχετίζεται, κυρίως, με το ύψος h της δοκού.

❖ Άρα, το συνεργαζόμενο πλάτος b_{eff} εξαρτάται από:

- Το μήκος l_o της δοκού
- Το ύψος h της δοκού

3.2.3 Μέγιστη Τιμή Συνεργαζόμενου Πλάτους για Συνήθεις Πλακοδοκούς

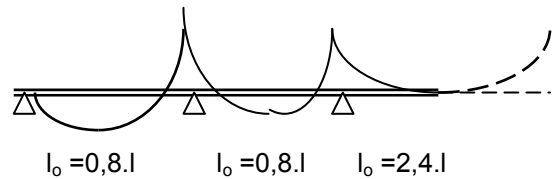
Από τα παραπάνω μεγέθη τη μεγαλύτερη επιρροή ασκεί το μήκος l_o .

Γι αυτό, για συνήθεις πλακοδοκούς, για τις οποίες η διακύμανση του ύψους τους δεν είναι σημαντική (το ύψος των δοκών των κοινών οικοδομικών έργων είναι 50-70 cm), το συνεργαζόμενο τμήμα της πλάκας θεωρείται ότι εξαρτάται μόνον από το l_o της δοκού

Από κάθε πλάκα εκατέρωθεν της δοκού το συνεργαζόμενο πλάτος είναι:

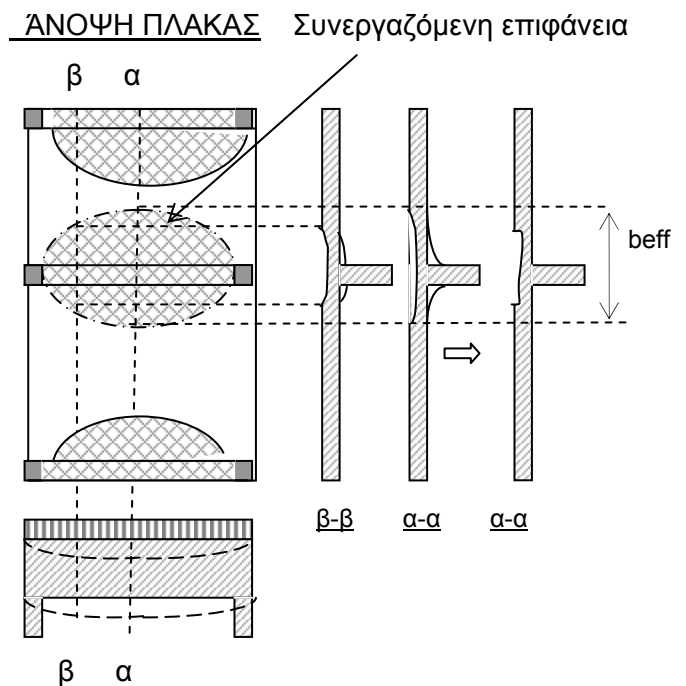
❖ $b_{eff} = l_o/10$,
όπου:

l_o : το μήκος της δοκού από μηδέν σε μηδέν ροπής (αυτό είναι το μήκος που σχετίζεται με το βέλος).

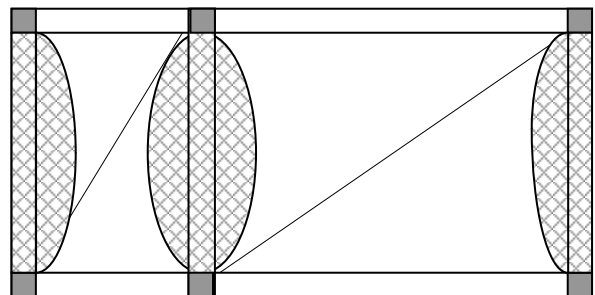


❖ Σημειώνεται ότι το τμήμα αυτό δεν σχετίζεται με το άνοιγμα της πλάκας.

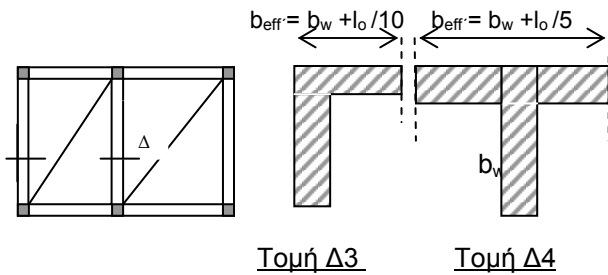
Όπως φαίνεται στο Σχ. 6 και από την πλάκα με το μικρό άνοιγμα και απ' αυτήν με το μεγάλο άνοιγμα το ίδιο τμήμα πλάκας θα συμπαρασυρθεί με την επιπόνηση της δοκού.



Σχ. 3.5 Η έννοια του συνεργαζόμενου πλάτους



Σχ. 3.6 Ίδιο b_{eff} δοκών ανεξάρτητα από το άνοιγμα των πλακών



Η συνολική τιμή του συνεργαζόμενου πλάτους είναι, όπως φαίνεται στο σχήμα:

- $b_{eff} = b_w + l_o / 10$,
Για δοκό με πλάκα από τη μία μόνον πλευρά της δοκού
- $b_{eff} = b_w + l_o / 5$
Για δοκό με πλάκα και από τις δύο πλευρές της δοκού

Προφανώς το πλάτος αυτό δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το υπαρκτό.

Αν η δοκός συνδέεται με πλάκα-πρόβολο με άνοιγμα, π.χ. 0,70 εκ., μικρότερο από το $l_o / 10$ της δοκού, το συνεργαζόμενο πλάτος της δοκού είναι $b_{eff} = b_w + l_o / 10 + 0,70$.

Στην περίπτωση μη συνήθων πλακοδοκών, με ασυνήθη ύψη και φορτία, προεντεταμένων κ.λ.π, απαιτείται ακριβέστερος προσδιορισμός του συνεργαζόμενου πλάτους.

Στην περίπτωση **συνεχούς δοκού** το b_{eff} προκύπτει διαφορετικό σε κάθε άνοιγμα (αφού, όπως φαίνεται στο σχήμα, είναι διαφορετικό το l_o των ανοιγμάτων της).

Απλοποιητικά, (για διευκόλυνση της στατικής επίλυσης) μπορεί να ληφθεί σ' όλα τα ανοίγματα

$$l_o = 0,7 l_o$$

εξαιρουμένων των **προβόλων** για τους οποίους τίθεται:

$$l_o = 2,4 \cdot l$$

Το συνολικό πλάτος μιας δοκού στο πέλμα της το συνεργαζόμενο με την πλάκα δίνεται από τον προσεγγιστικό τύπο:

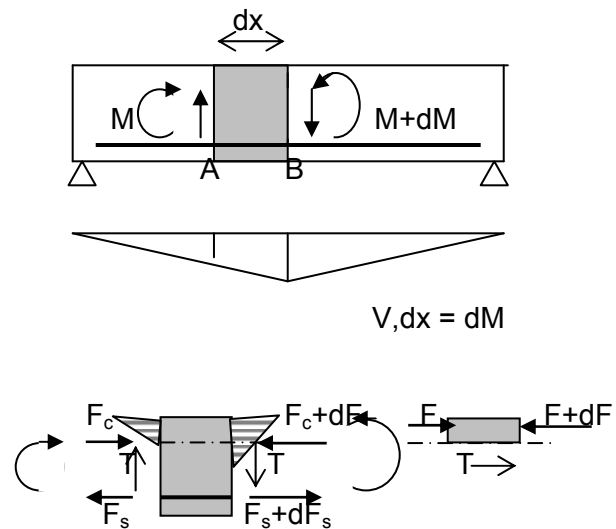
$$b_{eff} = b_w + l_o / 10 \text{ για πλακοδοκό } \Gamma$$

$$b_{eff} = b_w + l_o / 5 \text{ για πλακοδοκό } \text{T}$$

$$(b_{eff} = b_w + l_o / 10 + l_o / 10)$$

3.2.4 Αιτιολόγηση Προσεγγιστικής Τιμής

Όπως για την εξισορρόπηση της μεταβολής της τάσης κατά μήκος της ράβδου του οπλισμού αναπτύσσονται, όπως εντοπίστηκε στην Ενότητα Θ, διατμητικές τάσεις στην διεπιφάνεια σκυροδέματος και ράβδου, οι τάσεις συνάφειας τ_b , έτσι και για την εξισορρόπηση της μεταβολής της θλιπτικής τάσης (λόγω της μεταβολής της ροπής) κατά μήκος της θλιβόμενης ζώνης του φορέα αναπτύσσονται διαμήκεις διατμητικές τάσεις τ , όπως φαίνεται στο Σχ.7.



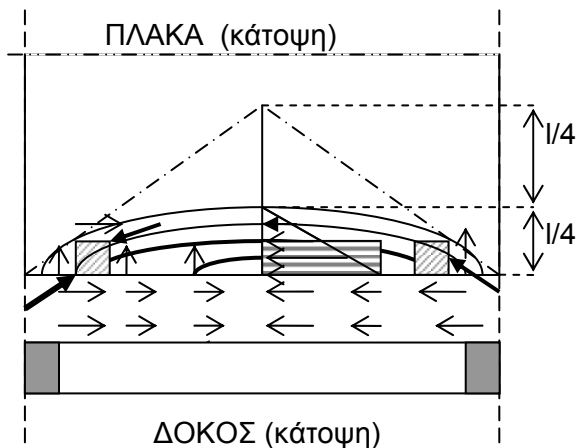
Σχ. 3.7 Εξισορρόπηση ορθών τάσεων σκυροδέματος και οπλισμού στις θέσεις μεταβλητής M (θέσεις τέμνουσας V) μέσω ανάπτυξης εγκάρσιων και διαμήκων διατμητικών τάσεων τ

Η φορά των τάσεων αυτών είναι κάθε φορά αυτή της μικρότερης F_c και, γι αυτό, η φορά τους είναι αντίθετη εκατέρωθεν της θέσης της μέγιστης ροπής.

Όπως οι τάσεις συνάφειας μεταφέρουν την ένταση από το σκυρόδεμα στη ράβδο του οπλισμού με την οποία έχουν συνάφεια, έτσι και οι παραπάνω οριζόντιες τ μεταφέρουν την ένταση στη γειτονική πλάκα με την οποία έχουν συνάφεια.

Έτσι, στην διεπιφάνεια δοκού και πλάκας αναπτύσσονται, όπως φαίνεται στο Σχ. 8,

διατμητικές τάσεις τ από τη δοκό στην πλάκα και από την πλάκα στη δοκό, όπως ακριβώς συμβαίνει και στην διεπιφάνεια ράβδου και σκυροδέματος.



Σχ. 3.8 Εντατική κατάσταση στη διεπιφάνεια δοκού-πλάκας

Η εντατική κατάσταση, λοιπόν, της πλάκας στην περιοχή κοντά στη δοκό, λόγω των φορτίων της δοκού, είναι αυτή της καθαρής διάτμησης, δηλ. αναπτύσσονται και διατμητικές τάσεις κάθετα στις προηγούμενες (θεώρημα Cauchy) και προκύπτουν κύριες θλιπτικές τάσεις με κλίση 45° ως προς την διεπιφάνεια δοκού και πλάκας.

Στο Σχ. 8 φαίνονται οι τροχιές αυτών των θλιπτικών τάσεων οι οποίες είναι καμπύλες με κλίση στην διεπιφάνεια 45° . Η επιρροή των τάσεων αυτών εκτείνεται μέχρι την ακρότατη τροχιά τάσεων, η οποία απέχει από το μέσον της δοκού, όπως φαίνεται στο Σχ. 8, περίπου $1/4$.

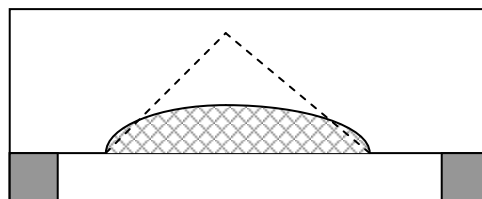
Με τον τρόπο αυτό αναπτύσσεται στην πλάκα θλιπτική ένταση στη γραμμοσκιασμένη επιφάνεια.

Η ένταση αυτή είναι πιά έντονη στη μεσοαία περιοχή γιατί σ αυτήν συμβάλλουν οι τροχιές από τις τάσεις που αναπτύσσονται κατά μήκος όλης της διεπιφάνειας. Στην ένταση της περιοχής κοντά στην πλάκα συμβάλλουν όλες οι τροχιές, ενώ σε πιο απομακρυσμένη περιοχή συμβάλλουν λιγότερες τροχιές και η έντασή της μειώνεται, περίπου τριγωνικά, όπως φαίνεται στο Σχ.8.

Απλοποιητικά, η τριγωνική αυτή κατανομή αντικαθίσταται με μια ισοδύναμη ορθογωνική κατανομή, όπως φαίνεται στο Σχ. 8 και το συνεργαζόμενο τμήμα της πλάκας προκύπτει ίσο με $1/8$.

Αν ληφθεί υπόψη ότι, όπως φαίνεται στο Σχ. 9, οι διατμητικές τάσεις τ δεν αναπτύσσονται στην περιοχή της διαμήκουσ θλιβόμενης ζώνης κοντά στις στηρίξεις, γιατί στην περιοχή αυτή δεν αναπτύσσεται διαμήκης θλιπτήρας (το πάνω πέλμα της δοκού παραμένει άτονο), το μήκος l της εντεινόμενης διεπιφάνειας είναι μικρότερο και, γι αυτό, το συνεργαζόμενο τμήμα προκύπτει, όπως φαίνεται στο Σχ.9, μικρότερο.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8 και 9, η τιμή του συνεργαζόμενου πλάτους μειώνεται προς τις θέσεις μειούμενης ροπής. Στις θέσεις μηδενικής ροπής ισούται με το πλάτος b_w του κορμού της.



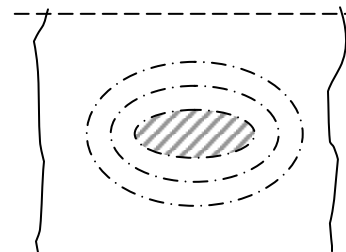
Σχ. 3.9 Ακριβέστερος υπολογισμός συνεργαζόμενου τμήματος πλάκας.

ΣΥΝΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟ ΠΛΑΤΟΣ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ

Για την πλάκα, η επιπόνηση της δοκού είναι ό,τι είναι για μια υδάτινη επιφάνεια, π.χ. δεξαμενή, ή λίμνη, η διατάραξη από τη βύθιση μιας πέτρας ή μιας επιπλέουσας σανίδας.

Η διατάραξη με τη μορφή κυματισμού θα περιοριστεί στην περιοχή κοντά στη σανίδα.

Η περιοχή αυτή θα είναι ίδια, ανεξάρτητη από την έκταση της δεξαμενής και θα είναι μεγαλύτερη για σανίδα μεγαλύτερου μήκους, κ.λ.π.



3.3 ΕΝΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΠΛΑΤΟΣ ΔΟΚΩΝ ΜΕ ΜΗ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

3.3.1 Το Ενεργό Πλάτος για την Καμπτική Επιπόνηση

Οι σχέσεις για τον υπολογισμό της καμπτικής αντοχής φορέων με ορθογωνική μορφή, όπως έχουν προκύψει στην Ενότητα Η, κεφ. 4, είναι οι παρακάτω:

- $A_{s1} \cdot f_{sd} = 0.67b \cdot x \cdot f_{cd}$ (1)
- $M_{Rdu} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0.4x)$ (2)
- $\varepsilon_{s1} / 3.5\% = (d - x) / x$ (3)

Η σχέση (1) εκφράζει την ισοδυναμία των αξονικών δυνάμεων F_{sd} του διαμήκους ελκυστήρα και F_{cd} του διαμήκους θλιπτήρα.

Το πλάτος b που τίθεται στη σχέση (1) είναι το πλάτος του θλιπτήρα, το πλάτος της θλιβόμενης ζώνης της δοκού.

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν:

- ❖ για όλες τις διατομές με ορθογωνική θλιβόμενη ζώνη, ανεξάρτητα από τη μορφή της διατομής στην εφελκυσόμενη περιοχή του φορέα,

Γι αυτό, οι σχέσεις (1), (2) και (3) ισχύουν και για μη ορθογωνικές δοκούς, όπως οι δοκοί (α), (β) και (γ) στο Σχ. 10, των οποίων η θλιβόμενη ζώνη είναι ορθογωνική.

- ♦ Η μορφή της διατομής και το πλάτος της διατομής στην εφελκυσόμενη περιοχή του φορέα δεν υπεισέρχονται στις σχέσεις, αφού δεν εντείνεται η περιοχή αυτή (υπάρχει το κενό της ρωγμής).

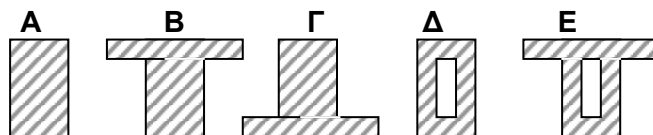
Σε συνεχείς δοκούς με τις παραπάνω μη ορθογωνικές διατομές (με περισσότερα του ενός πλάτη) το πλάτος b που υπεισέρχεται σε κάθε κρίσιμη διατομή ενδέχεται να είναι διαφορετικό, καθώς με την αλλαγή του πρόσημου της ροπής αλλάζει πέλαμα η θέση της θλιβόμενης ζώνης της δοκού, όπως φαίνεται στο Σχ. 11.

3.3.2 Το Ενεργό Πλάτος για Διατμητική και Στρεπτική Επιπόνηση

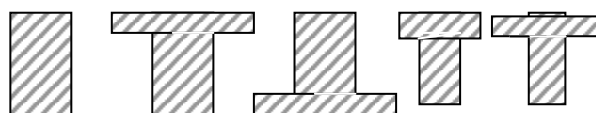
Το πλάτος υπεισέρχεται στη σχέση της V_{Rd2} και της T_{Rd1} που εκφράζουν την αντοχή των λοξών λιπτήρων για διατμητική και στρεπτική αντοχή, αντίστοιχα, και, γι αυτό, στις περιπτώσεις αυτές

το εντεινόμενο πλάτος είναι το πλάτος b_w του κορμού της δοκού.

Δυνατές Μορφές Διατομών Φορέων



Ισοδύναμες Διατομές για Καμπτοδιάτμηση



Ισοδύναμες Διατομές για Στρέψη

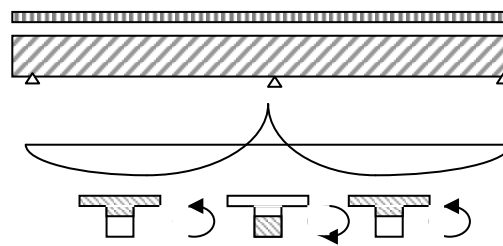


Σχ. 3.10 Ισοδύναμες διατομές δοκών

3.3.3 Ενεργή Διατομή Μη Συμπαγών Φορέων

Μή συμπαγείς δοκοί, όπως αυτές στο Σχ. 10 ισοδυναμούν :

- **Για καμπτική και διατμητική επιπόνηση:** με αντίστοιχες συμπαγείς δοκούς, αφού οι ορθές τάσεις σ είναι ίδιες σ' όλο το πλάτος της διατομής (μεταβαλλονται μόνον, καθ' ύψος της διατομής) και δεν μεταβάλλεται η τιμή τους με μετακίνηση των επιμέρους τμημάτων της διατομής κατά πλάτος.
- **Για στρεπτική επιπόνηση:** με κοίλες διατομές, όπως φαίνεται στο Σχ. 10. Οι διατμητικές τάσεις στην περίπτωση αυτή είναι διαφορετικές κατά πλάτος.



Σχ. 3.11 Αλλαγή ενεργού πλάτους κατά μήκος συνεχούς δοκού

4. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

ΒΛΕΠΕ ΚΑΙ ΕΝΟΤΗΤΑ Η, ΚΕΦ 8 ΚΑΙ 9

Όπως σχολιάστηκε στην Ενότητα Ε, κεφ. 6.2, σε όλες τις δοκούς διατάσσεται εκτός από εφελκυσμένος και θλιβόμενος οπλισμός.

Όπως σχολιάστηκε στην Ενότητα Η, κεφ. 9, στην περίπτωση φορέων με θλιβόμενο οπλισμό οι αντίστοιχες σχέσεις (1), (2) και (3) ισοδυναμίας αξονικών, ισοδυναμίας ροπών και επιπεδότητας των διατομών προκύπτουν από τις αντίστοιχες σχέσεις που προέκυψαν για φορείς χωρίς θλιβόμενο οπλισμό, προσθέτοντας στη σχέση (1) τη δύναμη $F_{sd2} = A_{s2} \cdot \sigma_{sd2}$ και στη σχέση (2) τη ροπή της $F_{sd2}(d-d_2)$ (ροπές ως προς τον άξονα

του εφελκυσμένου χάλυβα) και διατυπώνοντας τη συνθήκη επιπεδότητας της διατομής (και μετά την επιπόνηση, δηλ. ότι το διάγραμμα παραμορφώσεων είναι γραμμικό) με τη σχέση (4):

$$F_{sd1} = F_{cd} + F_{sd2} \quad (1^*) \Rightarrow$$
$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0.67b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \quad (1)$$

$$M_{Rdu} = F_{cd} \cdot (d-0.4x) + F_{sd2} \cdot (d-d_2) \quad (2^*) \Rightarrow$$
$$M_{Rdu} = 0.67b \cdot x \cdot f_{cd} (d-0.4x) + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot (d-d_2) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{s1} 3.5\% = (d-x)/x \quad (3)$$

$$\varepsilon_{s2}/3.5\% = (x-d_2)/x \quad (4)$$

4.1 ΜΟΡΦΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΒΗΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με αυτήν που περιγράφεται στην Ενότητα Ι για τις πλάκες. τις πλάκες.

➤ **Αν είναι γνωστός ο οπλισμός A_{s1} και A_{s2} και ζητείται η M_{Rdu} ,**

Από τη σχέση (1) προκύπτει η τιμή του x (θέτοντας κατ αρχήν ότι $\sigma_{sd2} = f_{sd}$, δηλ. ότι $\varepsilon_{s2} > \varepsilon_y$) και από τη σχέση (2) προκύπτει η τιμή της M_{Rdu} .

Από τις σχέσεις (3) και (4) αντικαθιστώντας την τιμή του x προκύπτει η τιμή των παραμορφώσεων ε_{s1} και ε_{s2} και ελέγχεται η πλαστικότητα του φορέα και η παραδοχή ότι ισχύει

$$\varepsilon_{s2} > \varepsilon_y.$$

Αν προκύψει $\varepsilon_{s2} < \varepsilon_y$ τότε τίθεται στην (1) και (2) $\sigma_{sd2} = E_s \cdot \varepsilon_{sd2}$ και επαναλαμβάνεται η διαδικασία.

➤ **Αν είναι γνωστή η M_{Rdu} και ζητείται ο οπλισμός A_{s1} και A_{s2}**

Το εμβαδόν A_{s2} τίθεται ως ποσοστό του A_{s1} , π.χ. $A_{s2} = A_{s1}/3$ (σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις).

Αντικαθιστώντας το A_{s2} με $A_{s1}/3$ στις σχέσεις (1) και (2) παραμένουν άγνωστοι μόνον το x και το A_{s1} .

Από την (1) προκύπτει το x συναρτήσει του A_{s1} . Αντικαθίσταται στην (2) από την οποία προκύπτει η τιμή του A_{s1} , και απ' αυτό και το A_{s2} .

Από την (1) προκύπτει η τιμή του x και από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτουν οι τιμές ε_{s1} και ε_{s2} .

Συντόμευση του Υπολογισμού

Από την (1*) προκύπτει: $F_{cd} = F_{sd1} - F_{sd2}$.

Θέτοντας στην (2*) αντί F_{cd} το $F_{sd1} - F_{sd2}$ η (2*) παίρνει τη μορφή:

$$M_{Rdu} = (F_{sd1} - F_{sd2}) \cdot (d-0.4x) + F_{sd2} \cdot (d-d_2)$$

και η ροπή αστοχίας του φορέα μπορεί να ειπωθεί ως το άθροισμα μιας ροπής M_{sd}^* του φορέα με εφελκυσμένο μόνον οπλισμό ίσο με $A_{s1}^* = A_{s1} - A_{s2}$ και μιας ροπής $\Delta M = A_{s2} \cdot f_{sd2} \cdot (d-d_2)$.

Θέτοντας $A_{s2} = A_{s1}/3$ η ροπή $M_{sd}^* = 2/3 M_{sd}$ και η ροπή $\Delta M = 1/3 M_{sd}$.

Με βάση το ΔM προκύπτει η τιμή του A_{s2} και με βάση το M_{sd}^* προκύπτει η τιμή του A_{s1}^* και απ αυτό του A_{s1} .

➤ **Αν υπάρχει απαίτηση για συγκεκριμένη τιμή του ε_{s1}**

Από τη σχέση (3) προκύπτει η τιμή του x . Αντικαθίσταται στις (1) και (2) οι οποίες λύνονται με άγνωστους A_{s1} και A_{s2} .

➤ **Απλοποίηση του Σχεδιασμού**

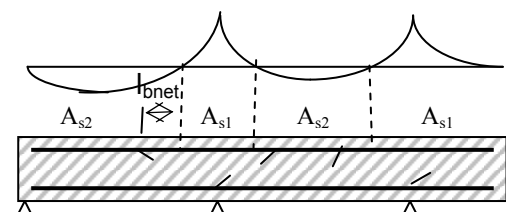
Όπως εντοπίστηκε στο κεφ. Η9:

❖ Για μή υπερωπλισμένους φορείς μπορεί να παραλείπεται η συμβολή του θλιβόμενου οπλισμού στην καμπτική αντοχή και να απλοποιείται ο σχεδιασμός.

5. ΔΙΑΤΑΞΗ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ - ΑΓΚΥΡΩΣΗ

5.1 Διάταξη Διαμήκους Οπλισμού

Ο καμπτικός οπλισμός διατάσσεται, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.



Σχ. 1 Διάταξη διαμήκους οπλισμού σε δοκό

- Στο άνοιγμα: ο διαμήκης οπλισμός που προέκυψε στη διατομή με τη μέγιστη ροπή εκτείνεται σ' όλο το άνοιγμα.
- Σε ενδιάμεση στήριξη: ο διαμήκης οπλισμός που προέκυψε με την αρνητική ροπή στην παρειά της στήριξης εκτείνεται σε μήκος $0,2l + l_{bnet}$ εκατέρωθεν των παρειών της στήριξης.

5.2 Έλεγχος της Αγκύρωσης του Οπλισμού στις Δοκούς

Ελέγχεται κατά πόσον:

$$l > l_{bnet} \quad (1)$$

l: διαθέσιμο μήκος από τη θέση ελέγχου μέχρι το πλησιέστερο άκρο της ράβδου

l_{bnet} : απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης στη θέση ελέγχου

Θέσεις ελέγχου- Τιμή l_{bnet}

Άνω Οπλισμός

Σ' απόσταση $0,2l$ από τη στήριξη (θέση μηδενισμού της ροπής με l_{bnet} της κρίσιμης διατομής.

Κάτω οπλισμός σε ακραίες στήριξεις:

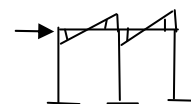
Στην εσωτερική παρειά της στήριξης με l_{bnet} που αντιστοιχεί σε $F_{sd} = V_{sd}$ στη στήριξη αυτή.

Κάτω οπλισμός σε ενδιάμεσες στήριξεις:

Σε απόσταση $0,2l$ από την εσωτερική παρειά της

στήριξης με l_{bnet} που αντιστοιχεί σε $F_{sd} = V_{sd}$ στη στήριξη αυτή.

Σε φορείς που αναμένεται λόγω σεισμού σημαντική θετική ροπή στις στήριξεις, στην παρειά της στήριξης με l_{bnet} της κρίσιμης διατομής.

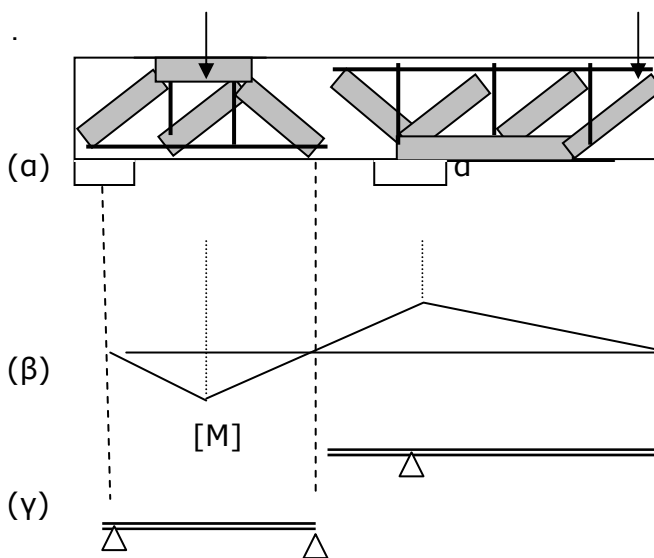


ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Οπλισμός άνω

Στις ενδιάμεσες στήριξεις ο φορέας ισοδυναμεί, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, με υψίκορμους προβόλους των οποίων η τάση παραμένει σταθερή μέχρι το άκρον τους.

Γι' αυτό, ο έλεγχος στη θέση αυτή γίνεται με το l_{bnet} της κρίσιμης διατομής.



Σχ.2 Φυσικό προσομοίωμα στις ενδιάμεσες στήριξεις

Οπλισμός κάτω

Στην Ενότητα Θ εντοπίστηκε ότι:

- για παραβολικό διάγραμμα ροπών που είναι συνήθως το διάγραμμα στα ανοίγματα των δοκών δεν αρκεί έλεγχος μόνο στην κρίσιμη διατομή.

Ο έλεγχος στη διατομή αυτή είναι περιτός για κανονικούς φορείς γιατί το διαθέσιμο μήκος l (από τη μέση μέχρι τη στήριξη είναι μεγαλύτερο από το απαιτούμενο l_{bnet}

Στο 1.1 εντοπίστηκε ότι:

- η δύναμη F_{sd} του ελκυστήρα στη στήριξη είναι ίση με την τέμνουσα V_{sd} . Για να ενταθεί ο διαμήκης οπλισμός με τη δύναμη αυτή πρέπει να διαθέτει το απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης. Γι' αυτό, απαιτείται πρόσθετος έλεγχος του μήκους αγκύρωσης στη θέση της στήριξης.

Στη θέση αυτή, αν η είναι ο αριθμός των ράβδων, η δύναμη της μίας ράβδου θα είναι

$F_{sd}/\eta = V_{sd}/\eta$ η οποία πρέπει να ισούται με τη συνισταμένη των τάσεων συνάφειας στο μήκος l_{bnet} .

$$l_{bnet} \pi \Phi \cdot f_b = F_{sd}/\eta = V_{sd}/\eta \Rightarrow$$

$$l_{bnet} = V_{sd}/(\eta \cdot \pi \Phi \cdot f_b)$$

Λόγω της ευνοϊκής δράσης των θλιπτικών τάσεων από την αντίδραση, η αντοχή συνάφειας είναι τοπικά αυξημένη κατά 1/3 περίπου, γι αυτό, τελικά είναι:

$$\ast \quad l_{bnet} = 0,7 V_{sd}/(\eta \cdot \pi \Phi \cdot f_b), \quad \eta : \text{αριθμός ράβδων.}$$

6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

6.1 Έλεγχος Δοκού

Ζητείται η M_{rd} δοκού με $b = 0,25 \text{ cm}$, $d = 0,50 \text{ cm}$, $A_{s1} = 10,0 \text{ cm}^2$, $A_{s2} = 2,0 \text{ cm}^2$ και υλικά C20, S500

$$(1) \Rightarrow 10,0 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 = 0,67 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 0,15 \text{ m} \quad (1\alpha)$$

$$(4) \Rightarrow \epsilon_{s2} = 3,5\% \text{ o } (0,15 - 0,05)/0,15 = 2,35\% \text{ o } > \epsilon_y = 2,2\% \text{ o } \Rightarrow \text{ύψος επαρκές}$$

$$(2) \Rightarrow M_{rd} = 0,67 \cdot 0,25 \cdot 0,15 \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 435 \cdot 10^3 (0,50 - 0,05) = \mathbf{190 \text{ kNm}}$$

6.2 Σχεδιασμός Δοκού

Ζητείται ο οπλισμός της παραπάνω δοκού για $M_{sd} = 120 \text{ kNm}$

➤ Χωρίς να ληφθεί υπόψη ο θλιβόμενος οπλισμός

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,67 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 90 A_{s1} \quad (1\alpha)$$

$$(2) \Rightarrow 120 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,50 - 0,4 \cdot 90 A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = \mathbf{9,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow \mathbf{5\Phi 16} \quad (A_{s1} = 10,0 \text{ cm}^2)$$

$$(1\alpha) \Rightarrow x = 90 \cdot 9,4 \cdot 10^{-4} = 0,08 \text{ m} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3,5 \cdot (0,50 - 0,08)/0,08 = 18\% \text{ o } \Rightarrow h \text{ δεκτό}$$

➤ Λαμβάνοντας υπόψη θλιβόμενο οπλισμό $A_{s2} = A_{s1}/3 = 0,33 A_{s1}$

$$(1) A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 = 0,67 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 + 0,33 A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 80 A_{s1} \quad (1\alpha)$$

$$(2) 120 = 0,67 \cdot 0,25 \cdot 80 A_{s1} \cdot 13,3 \cdot 10^3 (0,50 - 0,4 \cdot 80 A_{s1}) + 0,33 A_{s1} \cdot 435 \cdot 10^3 (0,50 - 0,05)$$

$$\Rightarrow \mathbf{A_{s1} = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 8,5 \text{ cm}^2} \text{ και } \mathbf{A_{s2} = 8,5/3 = 3,0 \text{ cm}^2}$$

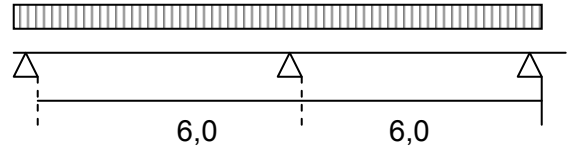
$$(1\alpha) \Rightarrow x = 80 \cdot 8,5 \cdot 10^{-4} = 0,07 \text{ m} \quad (4) \Rightarrow \epsilon_{s2} = 3,5\% \text{ o } (0,07 - 0,05)/0,07 = 20\% \text{ o } > \epsilon_y = 2,2\% \text{ o}$$

6.3 Σχεδιασμός Δοκού δύο Ανοιγμάτων

Ζητείται ο σχεδιασμός συνεχούς δοκού Δ1-Δ2 διαστάσεων 25/60, ανοίγματος $l = 6,0 \text{ m}$ με ροπή ανοίγματος και στήριξης 140 kNm . Υλικά : C20, S500.

Γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία

$$d = h - 0,05 = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}$$
$$f_{cd} = 16 \cdot 10^3 / 1,5 = 11,7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$
$$f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$



Ανοιγμα M_{Δ1} = 140 kNm,

$$b = b_{\text{eff}} = 0,25 + 0,8 \cdot 6,0 / 5 = 0,97 \text{ m}, \quad d = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,67 \cdot 0,97 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 25 A_s \quad (1a)$$

εστω $x < h_f = 0,15$

$$(2) \Rightarrow 140 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 25 A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \underline{4\Phi 16} \quad (8,0 \text{ cm}^2)$$

$$(1a) \Rightarrow x = 25 \cdot 8,0 \cdot 10^{-4} = 0,04 \text{ m} < h_f \Rightarrow$$

$$\varepsilon_{s1} = 3,5 \cdot (0,55 - 0,03) / 0,04 = 30\% > \varepsilon_y \Rightarrow h \text{ δεκτό}$$

Στήριξη M_{Δ1-Δ2} = 140 kNm. Στην παρειά της στήριξης είναι: M_{Δ1-Δ2} = 0,9 · 140 = 126 kNm.

$$b = 0,25, \quad d = 0,55$$

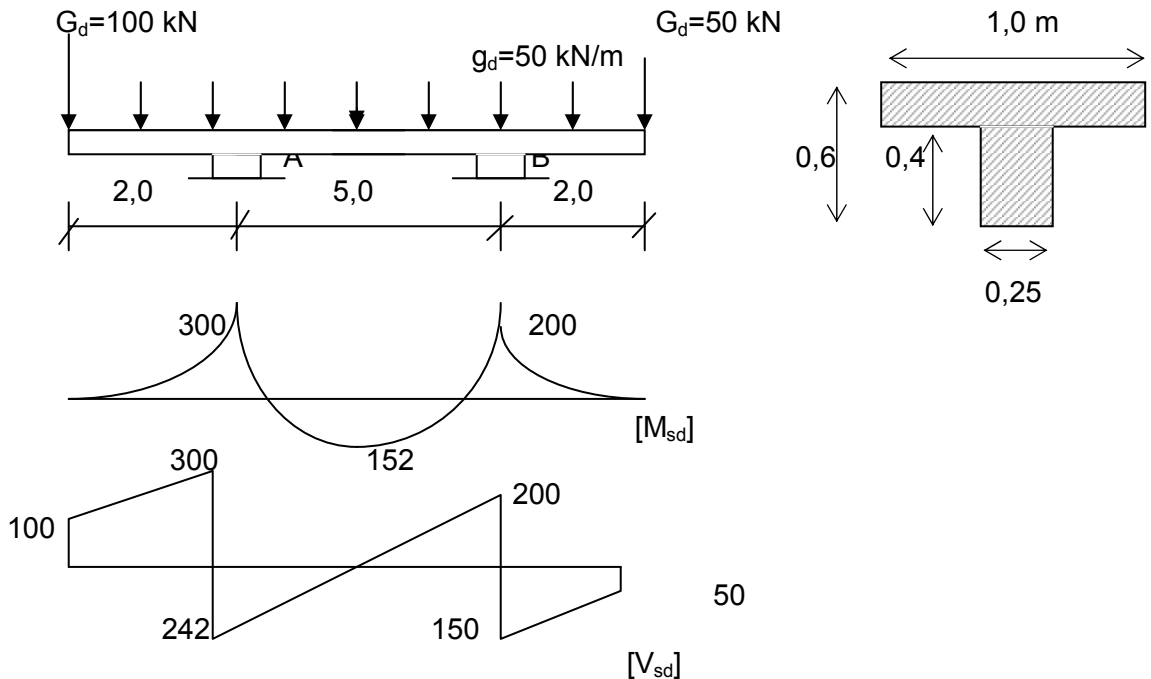
$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,67 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 13,3 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 60 A_s \quad (1a)$$

$$(2) \Rightarrow 126 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 60 A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \underline{4\Phi 16} \quad (8,0 \text{ cm}^2)$$

$$(1a) \Rightarrow x = 60 \cdot 8,0 \cdot 10^{-4} = 0,05 \text{ m} \Rightarrow \varepsilon_{s1} = 3,5 \cdot (0,55 - 0,05) / 0,05 = 17\% > \varepsilon_y \Rightarrow h \text{ δεκτό}$$

6.4 Σχεδιασμός Αμφιπρόεχουσας Δοκού με Πίνακες, Παραδοχή $z=0,9d$, Αναλυτικά

Στοιχεία δοκού: C16, S500



• **ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΥΨΟΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΕΣ**

$$d = h - 0,05 = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}$$

$$f_{cd} = 16 \cdot 10^3 / 1,5 = 10,7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{sd} = 500 \cdot 10^3 / 1,15 = 435 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

• **ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ**

$$M_A = 100 \cdot 2,0 + 50 \cdot 2,0^2 / 2 = 300 \text{ kNm}$$

$$M_B = 50 \cdot 2,0 + 50 \cdot 2,0^2 / 2 = 200 \text{ kNm}$$

$$M_{AB} = 50 \times 8,0^2 / 8 - (300 + 200) / 2 = 150 \text{ kNm}$$

$$V_{Aαρ.} = 100 + 50 \cdot 2,0 = 200 \text{ kN}$$

$$V_{Aδξ.} = 0,5 \cdot 50 \cdot 8,0 + (300 - 200) / 8,0 = 212,5 \text{ kN}$$

$$V_{Bαρ.} = 0,5 \cdot 50 \cdot 8,0 + (200 - 300) / 8,0 = 187,5 \text{ kN}$$

$$V_{Bδξ.} = 50 + 50 \cdot 2,0 = 150 \text{ kN}$$

Μέγιστη ροπή στο άνοιγμα στη θέση μηδενισμού της τέμνουσας σ απόσταση:

$$x = 212,5 / 50 = 4,25 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\max M_{AB} = (100 + 200) / 2 \cdot 2,0 + 212,5 \cdot 4,25 / 2 = 152,5 \text{ kNm}$$

• **ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ**

άνοιγμα AB : $M_{AB} = 152 \text{ kNm}$

παρεία στηριξης A : $M_A = -0,9 \times 300 = -270 \text{ kNm}$

παρεία στηριξης B : $M_B = -0,9 \times 200 = -180 \text{ kNm}$

❖ **ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΜΕ ΠΑΡΑΔΟΧΗ $z = 0,9 d$**

Τύπος υπολογισμού : $A_s [m^2] = \frac{M_{sd} [kNm]}{0,9 \cdot d [m] \cdot f_{sd} [MPa] \cdot 10^3}$

Άνοιγμα AB: $A_{s1} = 152 / (0,9 \cdot 0,55 \cdot 435 \cdot 1000) = 7,1 \cdot 10^{-4} m^2 = 7,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\Phi 16$

Στήριξη A: $A_s = 270 / (0,9 \cdot 0,55 \cdot 435 \cdot 1000) = 7,1 \cdot 10^{-4} m^2 = 19,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow 6\Phi 20$

Στήριξη Γ: $A_s = 180 / (0,9 \cdot 0,55 \cdot 435 \cdot 1000) = 7,1 \cdot 10^{-4} m^2 = 11,1 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4\Phi 20$

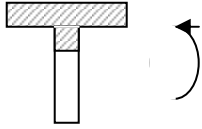
• **ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΜΕ ΠΙΝΑΚΕΣ**

Τύπος υπολογισμού : $\mu_{sd} = \frac{M_{sd} [kNm]}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,0012 \cdot M_{sd} / b$

$$A_s [cm^2] = \omega \cdot b [cm] \cdot d [cm] \cdot f_{cd} / f_{sd} = 1,69 \cdot \omega \cdot b$$

Άνοιγμα AB :

$$M = +152 \text{ kNm}$$



$$b = 1.00 \text{ m}$$

$$\mu_{sd} = 0,046$$

$$h_f/d = 10/55 = 0,18$$

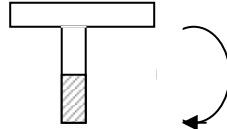
$$\left. \begin{aligned} b_{eff}/b_w &= 100/25 = 4 \\ \omega &= 42/1000 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$A_{s1} = 7,0 \text{ cm}^2$$

$$4\Phi 16 \text{ (} 8,04 \text{ cm}^2 \text{)}$$

Στήριξη Α

$$-270 \text{ kNm}$$



$$b = 0,25 \text{ m}$$

$$\mu_{sd} = 0,33$$



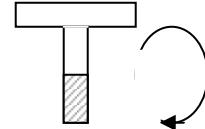
$$\omega = 0,46$$

$$A_{s1} = 19,2 \text{ cm}^2$$

$$\Phi 20 \text{ (} 18,8 \text{ cm}^2 \text{)}$$

Στήριξη Β

$$-180 \text{ kNm}$$



$$b = 0,25$$

$$\mu_{sd} = 0,22$$



$$\omega = 0,21$$

$$A_{s1} = 11,0 \text{ cm}^2$$

$$4\Phi 20 \text{ (} 12,5 \text{ cm}^2 \text{)}$$

• ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ

Τύποι υπολογισμού

$$A_{s1} \cdot f_{sd} = 0.67b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (1) \quad M_{sd} = M_{Rdu} = A_{s1} \cdot f_{sd} \cdot (d - 0.4x) \quad (2) \quad \epsilon_{s1}/3.5\% = (d-x)/x \quad (3)$$

Στήριξη Α: $M_{sd} = 270 \text{ kNm}$ $b = 0,25 \text{ m}$, $d = 0,55 \text{ m}$

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,68 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 60A_{s1} \quad (1a)$$

$$(2) \Rightarrow 270 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 60A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 19,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 19,2 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{6\Phi 20}} \text{ (} 18,8 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$(1a) \Rightarrow x = 60 \cdot 18,8 \cdot 10^{-4} = 0,11 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\epsilon_{s1} = 3.5 \cdot (0,55 - 0,11) / 0,11 = 13\% > \epsilon_{yd} \Rightarrow \mathbf{h \text{ δεκτό}}$$

Στήριξη Β: $M_{sd} = 180 \text{ kNm}$ $b = 0,25 \text{ m}$, $d = 0,55 \text{ m}$

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,68 \cdot 0,25 \cdot x \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 60A_{s1} \quad (1a)$$

$$(2) \Rightarrow 180 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 60A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 11,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 11,0 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{4\Phi 20}} \text{ (} 12,5 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$(1a) \Rightarrow x = 60 \cdot 12,5 \cdot 10^{-4} = 0,08 \text{ m} \Rightarrow \epsilon_{s1} = 3.5 \cdot (0,55 - 0,08) / 0,08 = 19\% \Rightarrow \mathbf{h \text{ δεκτό}}$$

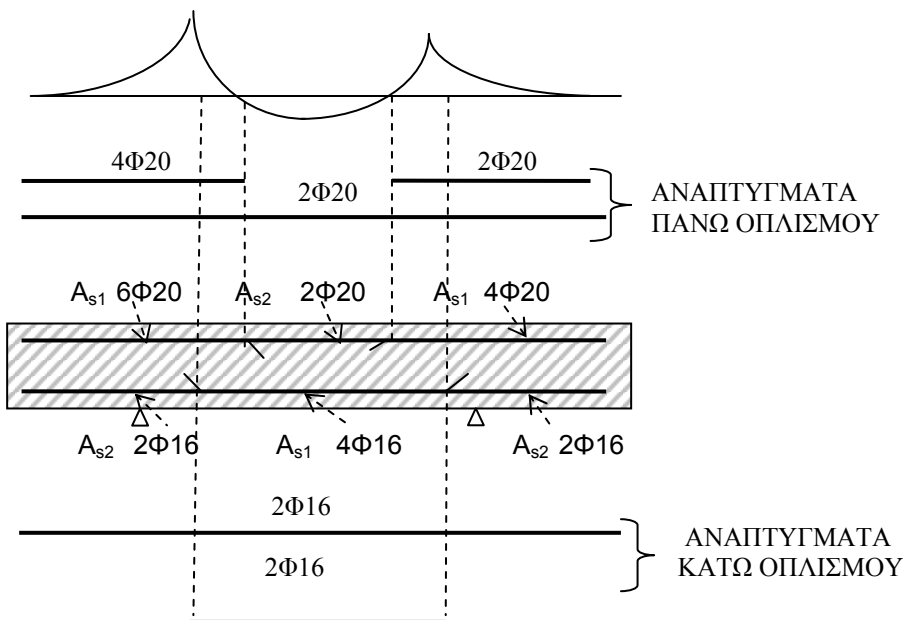
Άνοιγμα AB: $M_{sd} = 152 \text{ kNm}$ $b = 1,0 \text{ m}$, $d = 0,55 \text{ m}$

$$(1) \Rightarrow 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} = 0,68 \cdot 1,0 \cdot x \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10^3 \Rightarrow x = 25A_{s1} \quad (1a)$$

εστω $x < h_f = 0,20$

$$(2) \Rightarrow 152 = 435 \cdot 10^3 \cdot A_{s1} \cdot (0,55 - 0,4 \cdot 25A_{s1}) \Rightarrow A_{s1} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \underline{\underline{4\Phi 16}} \text{ (} 8,0 \text{ cm}^2 \text{)}$$

$$(1a) \Rightarrow x = 25 \cdot 8,0 \cdot 10^{-4} = 0,02 \text{ m} < h_f \Rightarrow$$



7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΔΙΑΤΜΗΣΗ

Οι δοκοί, σ' αντίθεση με τις συνήθεις πλάκες, σχεδιάζονται και ελέγχονται έναντι διατμητικής αστοχίας, γιατί:

- υπόκεινται σε μεγαλύτερη καμπτική ροπή από ό,τι οι πλάκες, και γι αυτό και σε μεγαλύτερη διατμητική επιπόνηση, μεγαλύτερη V_{sd} , και
- λόγω του σημαντικά μικρότερου πλάτους τους, η αναλαμβανόμενη V_{cd} από το άοπλο σκυρόδεμα είναι μειωμένη.

6.1 Σχέσεις Υπολογισμού

Στην περιοχή του φορέα με καπτοδιατμητική επιπόνηση στο ισοδύναμο δικτύωμα εκτός από τις διαμήκεις ράβδους αναπτύσσονται, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, και πρόσθετες λοξές ράβδοι, λοξοί θλιπτήρες και ελκυστήρες.

Λόγω αυτών των ενδιάμεσων ράβδων, οι εσωτερικές δυνάμεις προκύπτουν διαφορετικές ανάλογα με τη θέση της τομής.

Γι αυτό, προκύπτουν, όπως σχολιάστηκε στην Ενότητα Η, κεφ. 2 και 12, δύο εσωτερικές

τέμνουσες αστοχίας, η V_{R2} , (τομή α-α) και η V_{R3} (τομή β-β) με τις παρακάτω τιμές:

$$\diamond V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d \quad (1)$$

$$\text{όπου } v = 0,7 - f_{ck}/200 \text{ (MPa)}$$

$$\diamond V_{Rd3} = V_{Rdw} + V_{cd} = 0,9 d \cdot A_{sw}/s \cdot f_{sd} + V_{cd} \quad (2)$$

$$V_{cd} = \tau_{Rd} \cdot b_w \cdot d \quad (3)$$

| f_{ck} | 12 | 16 | 20 | 25 |
|-------------|------|------|------|------|
| τ_{Rd} | 0,18 | 0,22 | 0,26 | 0,30 |

όπου:

V_{Rdw} : η τέμνουσα που αναλαμβάνουν οι συνδετήρες

V_{cd} : η τέμνουσα που αναλαμβάνουν οι επικουρικοί μηχανισμοί

$0,9d/s$: ο αριθμός των συνδετήρων (τοποθετημένων σε απόσταση s) που τέμνει η τομή

Από τη σχέση (2) θέτοντας $V_{sd}' = V_{Rd3}$ προκύπτει:

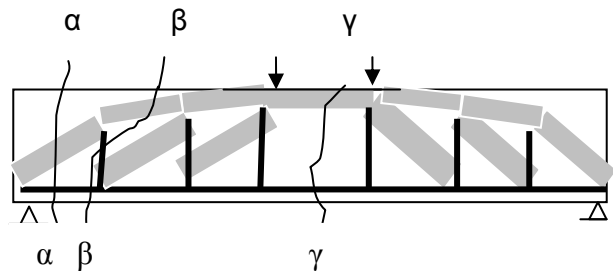
$$A_{sw}'/s \text{ [m}^2\text{/m]} = \frac{V_{sd}' \text{ [kN]} - V_{cd} \text{ [kN]}}{\eta \cdot 0,9 d \text{ [m]} \cdot f_{wd} \text{ [kN/m}^2\text{]}}$$

$b_w \cdot 0,9d = V_{sd}'' / 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$
 V_{sd}'' είναι η τέμνουσα στην παρειά της στήριξης

(η : αριθμός σκελών συνδετήρα)
 (A_s' : εμβαδόν ενός σκέλους)

V_{sd}' είναι η τέμνουσα σ' απόσταση d από την παρειά της στήριξης, γιατί αυτή είναι η κρίσιμη διατομή για την τέμνουσα (εκεί εμφανίζεται η διατμητική ρωγμή).

Από τη σχέση (2) θέτοντας $V_{sd}'' = V_{Rd2}$ προκύπτει:



8. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

8.1 Αριθμητική Εφαρμογή Α Υπολογίζονται οι τέμνουσες αστοχίας για δοκό με $b_w=0,25$ m, $d=0,55$ m, συνδετήρες $\Phi 10/15$ και υλικά C16, S220

$$V_{cd} = 0,22 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 45 \text{ kN}$$

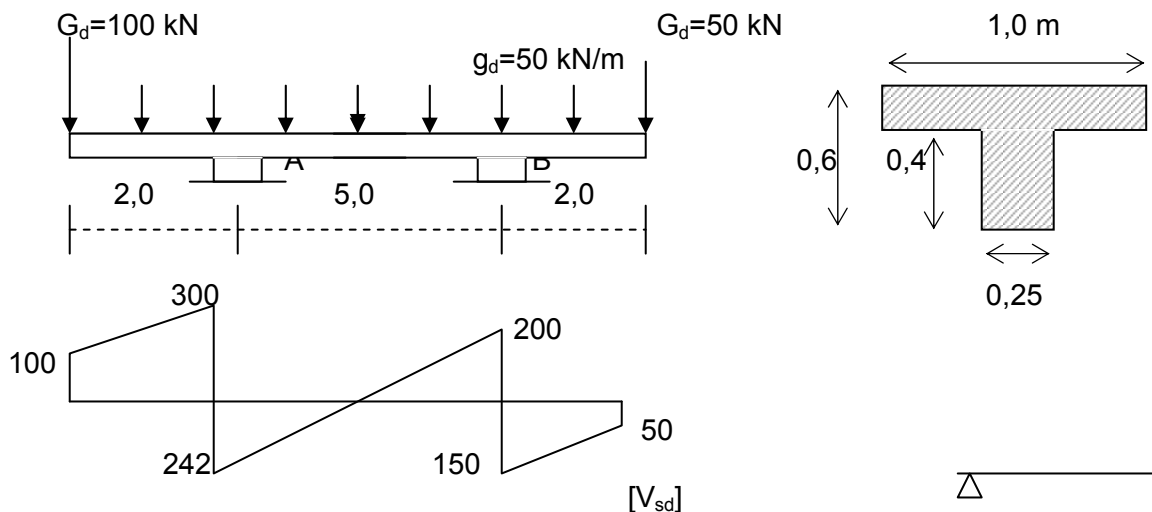
$$V_{wd} = 0,9 \cdot 0,55 \cdot (2 \cdot 0,80 \cdot 10^{-4}) / 0,15 \cdot 220 \cdot 10^3 / 1,15 = 130 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 45 + 130 = 175 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 16 \cdot 10^3 / 1,5 \cdot 0,9 \cdot 0,55 = 175 \text{ kN}$$

8.2 Αριθμητική Εφαρμογή Β

Υπολογίζεται ο απαιτούμενος διατμητικός οπλισμός για τη δοκό στο σχήμα. Υλικά: C16, S500



❖ ΕΥΡΕΣΗ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ

ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Απόσταση Δx εμφάνισης διατμητικής ρωγμής : $\Delta x = 0,20 + 0,55 = 0,75$ m

Διαφορά V_{sd} στο μήκος Δx :

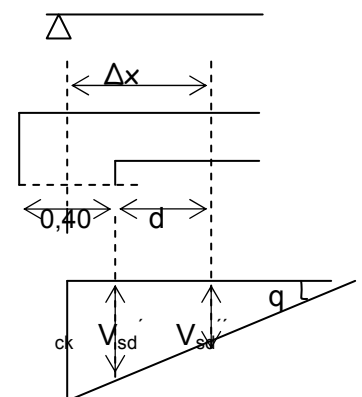
$$\Delta V = \Delta x \cdot q = 0,75 \cdot 50 = 37,5 \text{ kN}$$

Τέμνουσα σχεδιασμού για V_{Rd3}

$$V_{sd}'' = 212,5 - 37,5 = 175 \text{ kN}$$

Τέμνουσα σχεδιασμού για V_{Rd2}

$$V_{sd}' = 212,5 - 0,20 \cdot 50 = 202,5 \text{ kN}$$



ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ Συνδετήρες A_{sw}'/s [cm²/m] = $\frac{[V_{sd} \text{ [kN]} - V_{cd} \text{ [kN]}] \cdot 10}{\eta \cdot 0,9 \cdot d \text{ [m]} \cdot f_{wd} \text{ [kN/m}^2]}$

(η : αριθμός σκελών συνδετήρα A_{sw}' : εμβαδόν ενός σκέλους)

$V_{cd} = T_{Rd1} \cdot [\text{kN/m}^2] \cdot b_w \text{ [m]} \cdot d \text{ [m]} = 0,22 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 35 \text{ kN}$

Επιλέγονται διτμητοι συνδετηρες => $\eta = 2$

$A_{sw}'/s = (V_{sd}' - 45) / (2 \cdot 0,9 \cdot 0,55 \cdot 220 \cdot 10^3 / 1,15) = 6,9 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \Phi 8/8$

❖ **ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ** $V_{sd}' < V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d$

Τέμνουσα σχεδιασμού για V_{Rd2} $V_{sd}' = 212,5 - 0,20 \cdot 50 = 202,5 \text{ kN}$ $v = 0,7 - f_{ck} / 200 = 0,6$

$202,5 < 0,5 \cdot 0,6 \cdot 10,7 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,55 \Rightarrow$ διατομή αποδεκτή

9. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ-

ΒΛΕΠΕ ΚΑΙ ΕΝΟΤΗΤΑ Β, ΚΕΦ. 3 ΚΑΙ ΕΝΟΤΗΤΑ Η, ΚΕΦ. 13

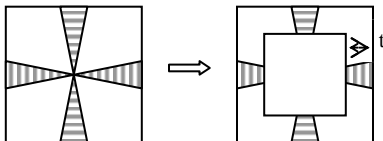
Επειδή οι διατμητικές τάσεις στην περίπτωση της στρεπτικής επιπόνησης είναι ανάλογες της απόστασης από το κέντρο στρέψης, η τιμή τους στο εσωτερικό της διατομής θεωρείται αμελητέα και η ολόσωμη διατομή του φορέα ισοδυναμείται, όπως φαίνεται στο σχήμα με μια κοίλη διατομή με πλάτος τοιχώματος ίσο με :

$t = \max \{ 2 \cdot c , A_c / u \}$

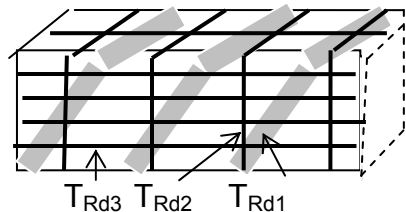
όπου: c : η επικάλυψη του οπλισμού

A_c : το εμβαδόν της διατομής φορέα

u : η περίμετρος της διατομής



Όπως σχολιάστηκε στην Ενότητα Η, κεφ. 13, προκύπτουν τρεις στρεπτικές αντοχές, αντίστοιχες στην αστοχία των τριών διαφορετικών ράβδων του φυσικού προσομοιώματος που φαίνεται στο σχήμα:



Αστοχία λοξού θλιπτήρα =>

$T_{Rd1} = v \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t \cdot \sin.2\theta$ (1)

Αστοχία εγκάισου ελκυστήρα, =>

$T_{Rd2} = 2 \cdot A_{sw} \cdot A_k \cdot f_{swd} \cdot \cot.\theta / s$ (2)

Αστοχία διαμήκους ελκυστήρα =>

$T_{Rd3} = 2 \cdot A_{sl} / s \cdot A_k \cdot f_{swl} \cdot \tan.\theta / u$ (3)

όπου:

θ : η κλίση της στρεπτικής ρωγμής εξαρτώμενη από το λόγο A_{sw} / A_k . Συνήθως τίθεται $\theta = 45^\circ$.

$$A_k = (b-t) \cdot (h-t),$$

Για την εύρεση του οπλισμού οι σχέσεις (2) και (3) μετασχηματίζονται:

Συνδετήρες :

$$A_{sw} / s [cm^2/m] = \frac{T_{sd} [kNm] \cdot 10^4}{2 \cdot A_k [m^2] \cdot f_{wd} [kN/m^2]}$$

Διαμήκης:

$$A_l [cm^2] = \frac{T_{sd} [kNm] \cdot 10^4 \cdot u}{2 \cdot A_k [m^2] \cdot f_{sd} [kN/m^2]}$$

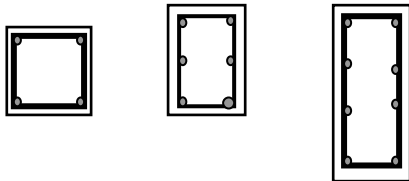
(για γωνία κλίσης ρωγμών $\theta=45^\circ$)

❖ Σημειώνεται ότι στη σχέση (2) A_{sw} είναι το εμβαδόν του ενός σκέλους του συνδετήρα.

❖ Σημειώνεται ότι στη σχέση (2) A_{sw} είναι το εμβαδόν του ενός σκέλους του συνδετήρα.

Οι συνδετήρες ενοποιούνται με τους συνδετήρες που προκύπτουν από έλεγχο σε διάτμηση.

Ο διαμήκης οπλισμός ισοκατανέμεται στην περίμετρο του στοιχείου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



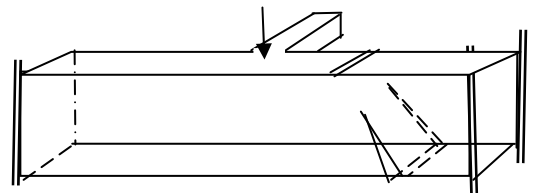
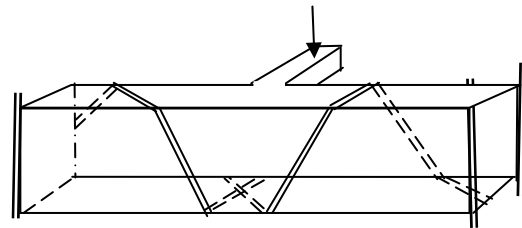
Τοποθετούνται τέσσερις ράβδοι, μία σε κάθε γωνία και τόσες ενδιάμεσες ράβδοι στις επιμήκεις πλευρές ώστε να προκύπτουν περίπου ίσες αποστάσεις των ράβδων στην περίμετρο. Έτσι, ανάλογα με το σχήμα της διατομής κρίνεται ότι πρέπει να τοποθετηθούν τέσσερις, έξι, οκτώ κ.λ.π διαμήκεις ράβδοι.

Διαιρώντας το A_l με το συνολικό αριθμό των ράβδων προκύπτει το εμβαδόν της μίας ράβδου και η διάμετρος της π.χ. 6Φ10.

Στην περίπτωση κάμψης και στρέψης οι ράβδοι στην κάτω και επάνω πλευρά της διατομής υπολογίζονται ενιαίες. Το εμβαδόν από τον έλεγχο σε στρέψη που αναλογεί στην κάτω

πλευρά και στην επάνω πλευρά της διατομής αθροίζεται με το αντίστοιχο εμβαδόν που προκύπτει από την κάμψη και μετά γίνεται η αναγωγή σε διάμετρο και αριθμό ράβδων.

- ❖ Στην περίπτωση που μαζί με τη στρέψη συνυπάρχει και καμπτική ροπή και τέμνουσα οι οπλισμοί από κάθε επιπόνηση προστίθενται, γιατί, όπως φαίνεται από τα αντίστοιχα φυσικά προσομοιώματα αθροίζεται η δύναμη των εγκάρσιων και διαμήκων ελκυστήρων από τις δύο επιπονήσεις.
- ❖ Επειδή, όπως φαίνεται στα σχήμα οι ρωγμές από τέμνουσα και στρέψη διασταυρώνονται από τη μία πλευρά του φορέα, στον υπολογισμό των συνδετήρων τίθεται $V_{cd}=0$ (λόγω της χιαστί ρωγμής αποδιοργανώνεται η περιοχή).



Η δύναμη των λοξών θλιπτήρων αθροίζεται από τη μία πλευρά (από την απέναντι διασταυρώνονται οι θλιπτήρες) και για αυτό γίνεται έλεγχος και για τη συνολική δύναμη του λοξού θλιπτήρα με τη μορφή:

$$❖ \quad V_{Rd2}/V_{sd} + T_{Rd1}/T_{sd} < 1.$$

10. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ

ΒΛΕΠΕ ΕΝΟΤΗΤΑ Δ2, ΚΕΦ. 3 ΚΑΙ 5 ΚΑΙ ΕΝΟΤΗΤΑ Η, ΚΕΦ. 11

Για το σχεδιασμό των υποστυλωμάτων ακολουθούνται, όπως και στην περίπτωση των δοκών, τα παρακάτω βήματα:

➤ Διαστασιολόγηση Υποστυλωμάτων

Για λόγους πλαστιμότητας τα υποστυλώματα διαστασιολογούνται ώστε $\epsilon_{s1} > \epsilon_y$.

Για να εξασφαλιστεί αυτό οι διαστάσεις τους επιλέγονται ώστε, όπως αναφέρθηκε στο 80.2, να ισχύει :

$$\diamond N_{sd} < 0,40 N_{Rdu} = 0,40 \cdot 0,85 b \cdot h \cdot f_{cd}$$

Άρα, το εμβαδόν του υποστυλώματος $b \cdot h$ προκύπτει από τη σχέση:

$$\diamond b \cdot h > N_{sd} / (0,40 \cdot 0,85 f_{cd})$$

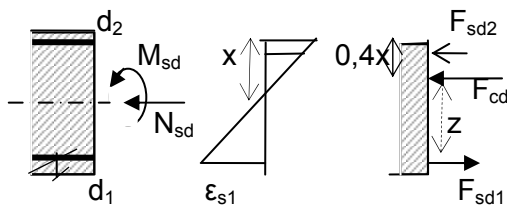
➤ Βασικές Σχέσεις Σχεδιασμού

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1 και σχολιάστηκε στο κεφ. Η11, οι σχέσεις ισοδυναμίας αξονικών και ροπών είναι:

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} \quad (1)$$

$$\Rightarrow F_{cd} = N_{sd} + F_{sd1} - F_{sd2} \quad (1^*)$$

$$M_{sd} + N_{sd} (h/2 - d_1) = F_{cd} \cdot (d - 0,4x) + F_{sd2} \cdot (d - d_2) \quad (2)$$



Σχ. 10.1 Διαγράμματα παραμορφώσεων και τάσεων για κάμψη και αξονική

❖ Επισήμανση:

Λόγω της συνύπαρξης της αξονικής δύναμης N_{sd} , η τιμή της καμπτικής ροπής δεν είναι ανεξάρτητη από τον άξονα αναφοράς της.

Για να ισχύει η ισοδυναμία εξωτερικών και εσωτερικών ροπών πρέπει και οι δύο ροπές να αναφέρονται στον ίδιο άξονα αναφοράς, ή

- Στον άξονα του εφελκόμενου οπλισμού, οπότε οι μοχλοβραχίονες των εσωτερικών μεγεθών είναι ίδιοι όπως αυτοί στην περίπτωση της καθαρής κάμψης.

Η τιμή της εξωτερικής ροπής τροποποιείται σε

$$M_{sd} + N_{sd} \cdot (h/2 - d_1) \text{ για θλιπτική } N_{sd} \text{ ή}$$

$$M_{sd} - N_{sd} \cdot (h/2 - d_1) \text{ για εφελκυστική αξονική}$$

Η σχέση ισοδυναμίας των ροπών είναι η (2):

$$M_{sd} + N_{sd} (h/2 - d_1) = M_{Rdu}$$

$$M_{Rdu} = F_{cd} \cdot (d - 0,4x) + F_{sd2} \cdot (d - d_2)$$

- Στον κεντροβαρικό άξονα του φορέα που είναι ο άξονας αναφοράς της M_{sd} , οπότε για την διατύπωση της M_{Rdu} οι μοχλοβραχίονες των εσωτερικών δυνάμεων μετρούνται από τον κεντροβαρικό άξονα.

Η σχέση ισοδυναμίας των ροπών γράφεται:

$$M_{sd} = M_{Rdu}$$

$$M_{Rdu} = 0,68 f_{cd} \cdot b \cdot h \cdot (h/2 - 0,4x) + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot (h/2 - d_2) + A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (h/2 - d_1)$$

Από την ισοδυναμία αξονικών δυνάμεων και ροπών προκύπτουν οι σχέσεις (1) και (2).

$$N_{sd} = N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd2} - F_{sd1} \quad (1)$$

$$M_{sd} + N_{sd} (h/2 - d_1) = F_{cd} \cdot (d - 0,4x) + F_{sd2} \cdot (d - d_2) \quad (2)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι ισχύει $\epsilon_{s1} > \epsilon_y$ οι σχέσεις (1) και (2) αναλύονται στις παρακάτω σχέσεις (1*) και (2*):

$$N_{sd} = 0,68 b \cdot x \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} - A_{s1} \cdot f_{sd} \quad (1^*)$$

$$M_{sd} + N_{sd} (h/2 - d_1) = 0,68 b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4x) + A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot (d - d_2) \quad (2^*)$$

$$\epsilon_{s1} / (d - x) = 3,5 / x \quad (3)$$

$$\epsilon_{s2} / (x - d_2) = 3,5 / x \quad (4)$$

Η διαδικασία τόσο του ελέγχου όσο και του σχεδιασμού είναι ίδια μ' αυτή για δοκούς με θλιβόμενο οπλισμό.

Ανάλογα με τη μορφή του σχεδιασμού ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

- ♦ Αν είναι γνωστός ο οπλισμός A_{s1} και A_{s2} και ζητείται η M_{Rdu} ,

Από τη σχέση (1*) προκύπτει η τιμή του x (θέτοντας κατ αρχήν ότι $\sigma_{sd2}=f_{sd}$, δηλ. ότι $\varepsilon_{s2} > \varepsilon_y$) και από τη σχέση (2*) προκύπτει η τιμή της M_{Rdu} .

Αντικαθιστώντας την τιμή του x στη σχέση (3) και (4) προκύπτει η τιμή των παραμορφώσεων ε_{s1} και ε_{s2} και ελέγχεται η πλαστιμότητα του φορέα και κατά πόσον ισχύει η παραδοχή ότι είναι

$$\varepsilon_{s2} > \varepsilon_y.$$

Αν προκύψει $\varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_y$ τότε:

τίθεται στην (1*) και (2*) η τιμή της σ_{s2} ίση με

$$\sigma_{sd2} = E_s \cdot \varepsilon_{sd2}$$

και επαναλαμβάνεται η διαδικασία.

- ♦ Αν είναι γνωστή η M_{Rdu} και ζητείται ο οπλισμός A_{s1} και A_{s2}

Το εμβαδόν A_{s2} τίθεται ως ποσοστό του A_{s1} .

Στα υποστυλώματα τίθεται συνήθως (λόγω της εναλλασσόμενης σεισμικής δράσης η οποία αποτελεί την κύρια καμπτική δράση στους φορείς αυτούς) συμμετρικός οπλισμός, δηλ. $A_{s2} = A_{s1}$.

Αντικαθιστώντας το A_{s2} συναρτήσει του A_{s1} στις σχέσεις (1*) και (2*) παραμένουν άγνωστοι μόνον το x και το A_{s1} .

Από την (1*) προκύπτει η τιμή του x συναρτήσει του A_{s1} ,

Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή του x στην (2*) προκύπτει η τιμή του A_{s1} , και απ' αυτήν η τιμή και του A_{s2} .

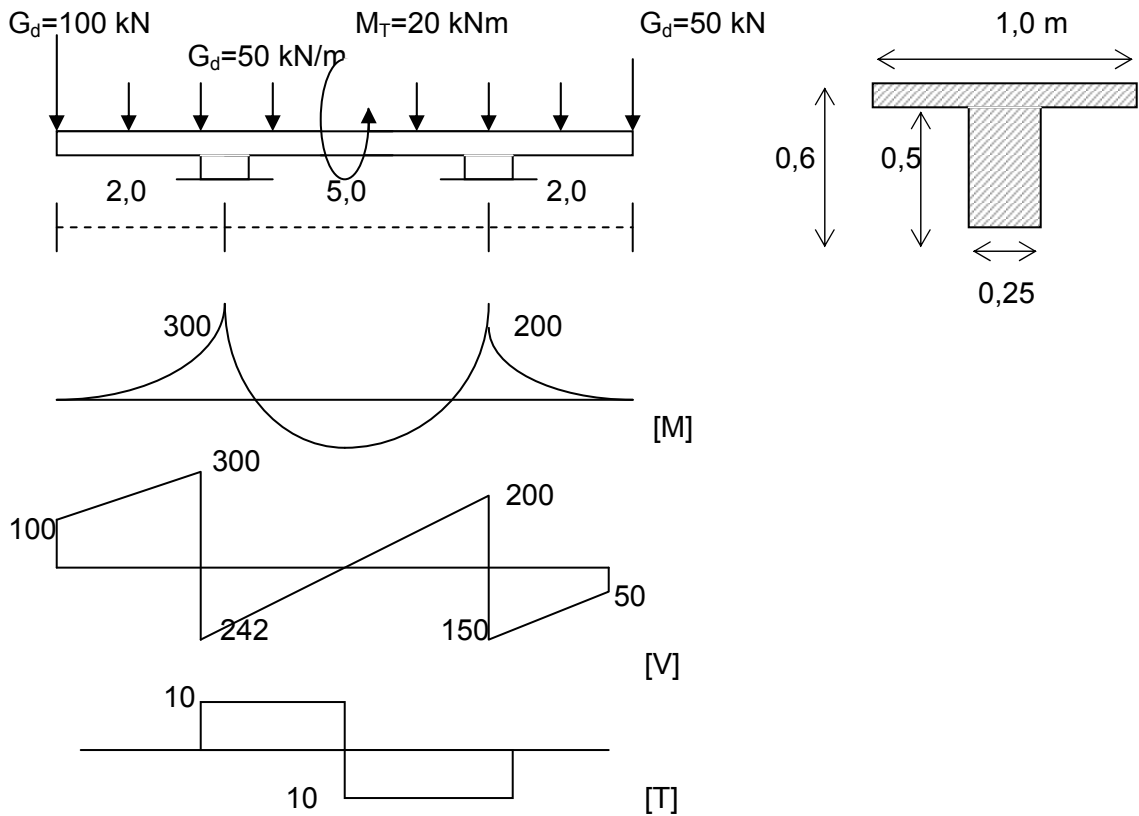
Αντικαθιστώντας την τιμή του x στις σχέσεις (3) και (4) προκύπτουν οι τιμές του ε_{s1} και ε_{s2} .

11. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

11.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ

Ζητείται ο καμπτικός, διατμητικός και στρεπτικός οπλισμός της δοκού στο σχήμα

Στοιχεία δοκού: C16, S400



❖ ΚΑΜΨΗ

- ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΥΨΟΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΕΣ

$$d = h - 0,05 = 0,60 - 0,05 = 0,55 \text{ m}$$

$$f_{cd} = 16 \cdot 10^3 / 1,5 = 10,7 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{sd} = 400 \cdot 10^3 / 1,15 = 347,8 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$$

- ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕ ΠΙΝΑΚΕΣ

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd} [\text{kNm}]}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0,0012 \cdot M_{sd} / b$$

$$A_s [\text{cm}^2] = \omega \cdot b [\text{cm}] \cdot d [\text{cm}] \cdot f_{cd} / f_{sd} = 1,69 \cdot \omega \cdot b$$

• **ΔΙΑΤΟΜΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ**

άνοιγμα AB : $M_{AB} = 152 \text{ kNm}$

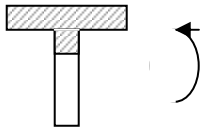
παρεία στηρίξεως A : $M_A = -0,9 \times 300 = -270 \text{ kNm}$

παρεία στηρίξεως B: $M_B = -0,9 \times 200 = -180 \text{ kNm}$

• **ΕΥΡΕΣΗ ΟΠΛΙΣΜΟΥ ΜΕ ΠΙΝΑΚΕΣ**

Άνοιγμα AB :

$M = +152 \text{ kNm}$



$b = 1.00 \text{ m}$

$\mu_{sd} = 0,046$

$h_f/d = 10/55 = 0,18$

$b_{eff}/b_w = 100/25 = 4$ }

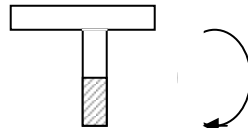
$\omega = 42/1000$

$A_s = 7,0 \text{ cm}^2$

4Φ16 (8,04 cm²)

Στηρίξη A

-270 kNm



$b = 0,25 \text{ m}$

$\mu_{sd} = 0,33$

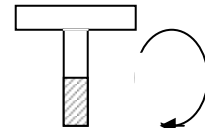
$\omega = 0,46$

$A_s = 19,2 \text{ cm}^2$

6Φ20 (18,8 cm²)

Στηρίξη B

-180 kNm



$b = 0,25$

$\mu_{sd} = 0,22$

$\omega = 0,21$

$A_s = 11,0 \text{ cm}^2$

4Φ20 (12,5 cm²)

• **ΔΙΑΤΜΗΣΗ**

1. ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΟΠΛΙΣΜΟΣ

- στο άνοιγμα $\rho_{wmin} = 0,0016$, $s = 200 \text{ mm}$ } = Φ6/20

- κοντά στις στηρίξεις Φ8/20 σε μήκος: $l_{kp} = 2 \cdot h_p = 2 (0,6 - 2 \cdot 0,05) = 1,0 \text{ m}$

2. ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Απόσταση Δx εμφάνισης διατμητικής ρωγμής : $\Delta x = 0,20 + 0,55 = 0,75 \text{ m}$

Διαφορά V_{sd} στο μήκος Δx :

$$\Delta V = \Delta x \cdot q = 0,75 \cdot 50 = 37,5 \text{ kN}$$

Τέμνουσα σχεδιασμού

$$V_{sd}' = 212,5 - 37,5 = 175 \text{ kN}$$

3. ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

$$\text{Συνδετήρες } A_{sw}'/s \text{ [cm}^2/\text{m}] = \frac{[V_{sd} \text{ [kN]} - V_{cd} \text{ [kN]}] \cdot 10}{\eta \cdot 0,9 \cdot d \text{ [m]} \cdot f_{wd} \text{ [kN/m}^2]}$$

(η : αριθμός σκελών συνδετήρα)

(A_s' : εμβαδόν ενός σκέλους)

$$V_{cd} = V_{Rd1} \text{ [kN]} = \tau_{Rd} \cdot [\text{kN/m}^2] \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_{\bullet}) \cdot b_w \text{ [m]} \cdot d \text{ [m]}$$

$$\rho_{\bullet} = A_s \text{ [cm}^2 \text{]} / (b_w \text{ [m]} \cdot d \text{ [m]}) \quad k = 1,6 - d \text{ [m]} > 1,0$$

$$\tau_{Rd} = 0,22 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \quad k = 1,6 - 0,55 = 1,05 \text{ m} \quad b_w = 0,25 \text{ m} \quad d = 0,55 \text{ m}$$

$$\rho_l = A_s / (b_w \cdot d) = 8,04 / (25 \cdot 55) = 0,007$$

$$V_{Rd1} = 0,22 \cdot 1000 \cdot 1,05 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,007) \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 45 \text{ kN}$$

Επιλέγονται διτμητοι συνδετήρες => $\eta = 2$

$$A_{s'}/s = (V_{sd}' - 45) / (2 \cdot 0,9 \cdot 0,55 \cdot 220 \cdot 10^3 / 1,15) = \underline{\underline{6,9 \text{ cm}^2/\text{m}}}$$

ΣΤΡΕΨΗ

• Τυπιοι σχεδιασμού

$$\text{Συνδετήρες } A_s/s [\text{cm}^2/\text{m}] = \frac{T_{sd} [\text{kNm}] \cdot 10^4}{2 \cdot A_k [\text{m}^2] \cdot f_{wd} [\text{kN}/\text{m}^2]}$$

$$A_k = (b-t) \cdot (d-t) \quad t = \max\{2c, A_c/u\} \quad u : \text{περίμετρος} \quad c : \text{πάχος επικάλυψης}$$

$$\text{Διαμήκης } A_l [\text{cm}^2] = \frac{T_{sd} [\text{kNm}] \cdot 10^4 \cdot u}{2 \cdot A_k [\text{m}^2] \cdot f_{sd} [\text{kN}/\text{m}^2]}$$

• Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

$$t = \max\{2 \cdot 3,0, (25 \cdot 60) / [2 \cdot (25 + 60)]\} = 8,8 \text{ cm} = 0,088 \text{ m}$$

$$A_k = (0,25 - 0,088) \cdot (0,60 - 0,088) = 0,088 \text{ m}^2 \quad u = 2 \cdot (25 + 60) = 170 \text{ cm} = 1,7 \text{ m}$$

• Εύρεση οπλισμού συνδετήρων

$$\text{Συνδετήρες για στρέψη} : A_{sw}/s = 10 \cdot 10^4 / (2 \cdot 0,088 \cdot 220 \cdot 10^3 / 1,15) = 3,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Συνολικοί συνδετήρες (διατήρηση και στρέψη)} : A_{sw}/s = 6,9 + 3,2 = 10,1 \text{ cm}^2/\text{m}, \Rightarrow \underline{\underline{\Phi 10/8}}$$

• Οπλισμός συνδετήρων κατά μήκος της δοκού:

$$\text{Ελάχιστος οπλισμός για διάτμηση και στρέψη} : A_{sw}'/s = 1,5 (\Phi 6/20) + 3,2 = 4,7 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \underline{\underline{\Phi 8/9 (4,8)}}$$

$$\text{Τεμνουσα που αντιστοιχεί στον οπλισμό αυτό} : V_{sd}' = 20 \cdot 4,8 + 45 = 141 \text{ kN}$$

Στις περιοχές με $V_{sd} > 141 \text{ kN}$ θέτουμε $\Phi 10/8$ Στις περιοχές με $V_{sd} < 141 \text{ kN}$ θέτουμε $\Phi 8/9$

• Εύρεση διαμήκους οπλισμού

Διαμήκης στρέψης :

$$A_l = 10 \cdot 10^4 \cdot [2 \cdot (25 + 60)] / (2 \cdot 0,088 \cdot 400 \cdot 10^3 / 1,15) = 3,0 \text{ cm}^2$$

αριθμός ράβδων για να είναι ισοκατανεμημένοι στην περίμετρο: 6

$$\text{Διάμετρος μιας ράβδου } 3,0/6 = 0,5 \text{ cm}^2 \Rightarrow \Phi 8 \Rightarrow \underline{\underline{6\Phi 8}}$$

• Ενοποίηση διαμήκους κάμψης και στρέψης

Στην κάτω πλευρά: από κάμψη: 8,04 από στρέψη: 3,0/3 = 1,0 cm²

$$\text{Συνολικά} : 9,04 \text{ cm}^2, \text{ πι. δοκών} \Rightarrow \underline{\underline{4\Phi 18}}$$

Στην πάνω πλευρά: από κάμψη : 8,04 · 1/3 = 2,7 cm²

$$\text{Συνολικά} : 2,7 + 1,0 = 3,7 \Rightarrow \underline{\underline{3\Phi 14}}$$

11.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΔΟΚΟΥ

• ΣΤΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ - ΦΟΡΤΙΑ - ΟΠΛΙΣΜΟΣ

Ζητείται το ελάχιστο ύψος δοκού με μήκος, στατικό σύστημα, φορτία και οπλισμό αυτά της δοκού του προηγούμενου παραδείγματος.

1. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΚΑΜΨΗ $\mu_{sd} < \mu_{lim}$ (για να μην προκύπτει θλιβομενος οπλισμος)

Υποθετουμε $d=0,55$ m.

Ανοιγμα AB Διατομη πλακοδοκος $h_f/d=0,18$, $b_{eff}/b_w=4$ } $\Rightarrow \mu_{lim}=0,212$

$$\mu_{sd}=150/(1,0 \cdot d^2 \cdot 16 \cdot 10^3 / 1,5) = \mu_{lim}=0,212 \quad \Rightarrow \quad \underline{d=0,26 \text{ m}}$$

Στηριξη A,B: Διατομη ορθογωνικη , S400 $\mu_{lim}=0,33$

$$\mu_{sd}=270/(0,25 \cdot d^2 \cdot 16 \cdot 10^3 / 1,5) = 0,33 \quad \Rightarrow \quad \underline{d=0,54 \text{ m}}$$

2. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΔΙΑΤΜΗΣΗ $V_{sd}=V_{Rd2}$

$$V_{sd}=175 \text{ kN} \quad (v=0,7-16/200=0,62)$$

$$V_{Rd2}=0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot 0,9d = 0,4 \cdot 0,62 \cdot 16 \cdot 1000 / 1,5 \cdot 0,9d \Rightarrow$$

$$V_{sd}=175 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \underline{d=0,24 \text{ m}}$$

3. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ $T_{sd}=T_{Rd1}$

$$T_{sd}=10 \text{ kNm}$$

$$\text{Εστω } d=0,55 \text{ οπότε } t = \max\{2,3, (25 \cdot 60) / [2 \cdot (25+60)]\} = 8,8 \text{ cm} = 0,088 \text{ m}$$

$$A_k = (0,25 - 0,088) \cdot (0,60 - 0,088) = 0,088 \text{ m}^2 \quad v=0,70 \cdot (0,70 - 16/200)$$

$$T_{Rd1} = 2 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t = T_{sd} \Rightarrow$$

$$2 \cdot 0,43 \cdot 16 \cdot 1000 / 1,5 \cdot (0,25 - 0,088) \cdot (d - 0,088) \cdot 0,088 = 10 \text{ kNm} = > \quad \underline{d=0,15 \text{ m}}$$

4. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΔΙΑΤΜΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΡΕΨΗ $(T_{sd}/T_{Rd1} + V_{sd}/V_{Rd2})^2 = 1$

$$10 / [2 \cdot 0,43 \cdot 16 \cdot 1000 / 1,5 \cdot (0,25 - 0,088)]$$

$$(d - 0,088) \cdot 0,088 + 175 / [0,4 \cdot 0,62 \cdot 16 \cdot 1000 / 1,5 \cdot 0,9d] = \sqrt{1} \quad \Rightarrow \quad \underline{d=0,42 \text{ m}}$$

Το ζητούμενο d είναι το μεγαλύτερο από τα προηγούμενα $\underline{d=0,54 \text{ m}} \Rightarrow \underline{h=0,60 \text{ m}}$

11.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΔΟΚΟΥ

• ΣΤΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ - ΦΟΡΤΙΑ - ΟΠΛΙΣΜΟΣ

Ζητείται το μέγιστο φορτίο δοκού με μήκος, διαστάσεις, στατικό σύστημα και οπλισμό αυτά της δοκού στο παράδειγμα 10.1.

1. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

• Ανοιγμα AB $A_s = 4\Phi 16 = 8,04 \text{ cm}^2$

$$\omega = A_s \cdot f_{sd} / (b \cdot d \cdot f_{cd}) = 0,042$$

Απο πίνακα πλακοδοκού για $h_f/d = 0,18$ και $b_{eff}/b_w = 4 \Rightarrow \mu_{sd} = 0,05$

$$\mu_{sd} = \mu_{Rd} = M_{Rd} / (b \cdot d^2 \cdot f_{cd}) \Rightarrow M_{Rd} = 0,05 \cdot 1,0 \cdot 0,55 \cdot 0,55 \cdot 16 \cdot 1000 / 1,5 = 161 \text{ kNm}$$

$$M_{sd} = g_d \cdot 8,0^2 / 8 + (M_A + M_B) / 2, \quad M_A = -100 \cdot 2,0 - g_d \cdot 2,0^2 / 2 = -2 \cdot g_d - 200$$

$$M_B = -50 \cdot 2,0 - g_d \cdot 2,0^2 / 2 = -2 \cdot g_d - 100$$

$$M_{sd}^{AB} = 6 \cdot g_d - 150 \text{ kNm}$$

$$M_{sd} = M_{Rd} \Rightarrow 6 \cdot g_d - 150 = 161 \Rightarrow \underline{g_d = 52 \text{ kN/m}}$$

• Στηριξη Α, $A_s = 6\Phi 20 = 18,9 \text{ cm}^2$

$$\omega = A_s \cdot f_{sd} / (b \cdot d \cdot f_{cd}) = 0,046$$

Απο πίνακα ορθογωνικής διατομής $\mu_{Rd} = 0,34 \Rightarrow M_{Rd} = 270 \text{ kNm}$

$$M_A^{παρ} = M_{Rd} \Rightarrow 0,9 (2 \cdot g_d + 200) = 270 \Rightarrow \underline{g_d = 50 \text{ kN/m}}$$

2. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΔΙΑΤΜΗΣΗ

• ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ : $V_{Rd3} = V_{SD}$

Στηριξη Α: Συνδετήρες $\Phi 10/9$

$$A_s' / s = 6,9 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad V_{cd} = 0,22 \cdot 1000 \cdot 1,05 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,007) \cdot 0,25 \cdot 0,55 = 45 \text{ kN}$$

$$A_s' / s = (V_{Rd3} - 45) / (2,0 \cdot 9 \cdot 0,55 \cdot 220 \cdot 10^3 / 1,5) = (V_{Rd3} - 45) / 20 \Rightarrow A_s' / s = (V_{Rd3} - 45) / 20 \quad V_{Rd3} = 20 \cdot A_s' / s + 45$$

$$A_s' / s = (V_{Rd3} - 45) / 20 = \underline{6,9 \text{ cm}^2 / \text{m}} \Rightarrow V_{Rd3} = 175 \text{ kN}$$

Απόσταση Δx εμφάνισης διατμητικής ρωγμής : $\Delta x = 0,20 + 0,55 = 0,75 \text{ m}$

Διαφορά V_{sd} στο μήκος Δx : $\Delta V = 0,75 \cdot g_d \text{ kN}$

$$\text{Τεμνουσα υπολογισμού: } V_{sd}' = V_{sd} - 0,75 g_d = 100 + g_d \cdot 2,0 - 0,75 g_d = 100 + 1,25 g_d \quad V_{Rd3} = V_{SD} \Rightarrow 175 = 100 + 1,25 g_d \Rightarrow \underline{g_d = 50 \text{ kN/m}}$$

• ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ $V_{Rd2} = V_{sd}$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot 0,9d = 0,4 \cdot 0,62 \cdot 16 \cdot 10^2 / 1,5 \cdot 0,9 \cdot 0,55 = 175 \text{ kN} \quad (v = 0,7 - 16/200 = 0,62)$$

Τεμνουσα στατικής επιλυσης: $V_{sd} = 100 + g_d \cdot 2,0$

$$175 = 100 + g_d \cdot 2,0 \Rightarrow \underline{g_d = 37,5 \text{ kN/m}}$$

ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ : $g_d = 37,5 \text{ kN/m}$