

Εξέταση στο μάθημα  
**ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ**

του 9ου εξ. Δε 22-1-2018

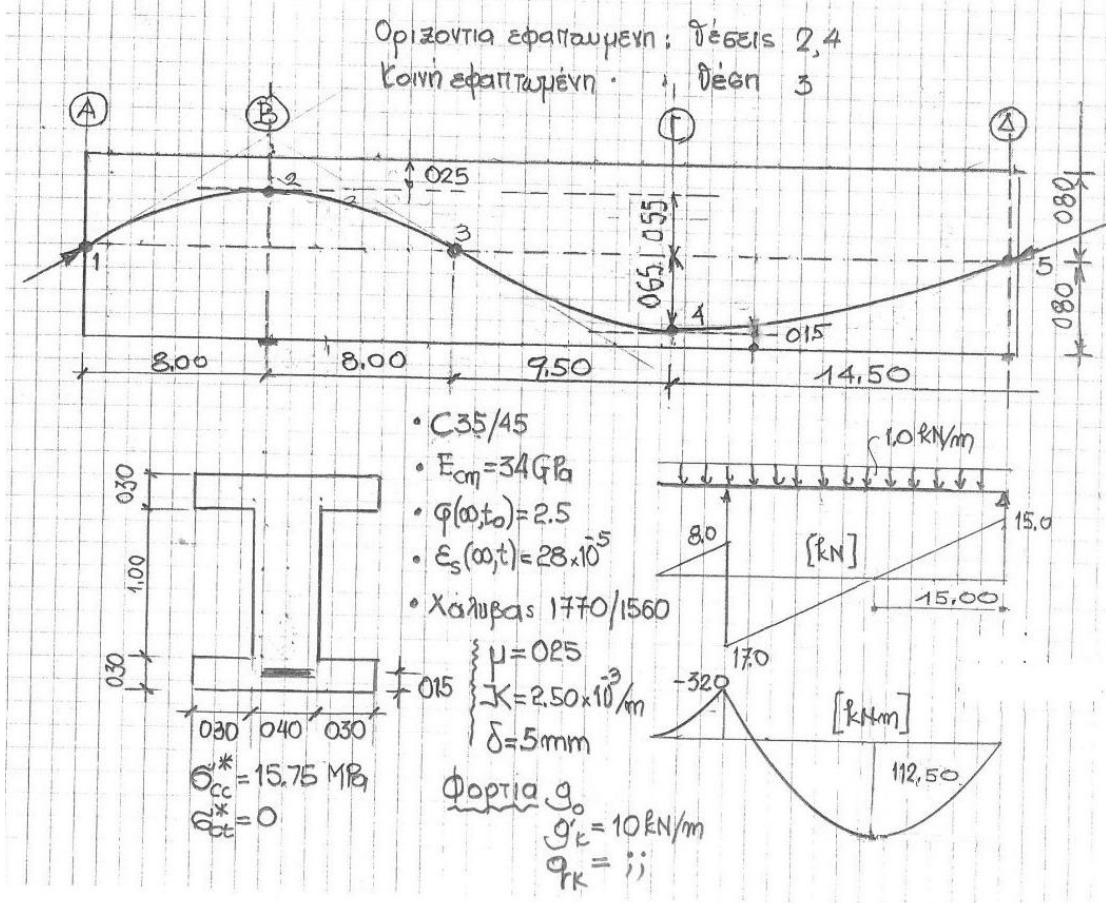
Διάρκεια 3h. Επιτρέπεται η χρήση μόνον του διανεμηθέντος Τυπολογίου, η χρήση άλλων βιβλίων και κάθε είδους σημειώσεων (είτε προσωπικών είτε του Εργαστηρίου) απαγορεύεται.

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> (βαθμ. 10)** Για την μονοπροέχουσα προεντεταμένη δοκό, η οποία φορτίζεται (εκτός από το ί.β.) από πρόσθετο μόνιμο  $g_k=10\text{kN/m}$  και από κινητό  $q_k$ , με τα δεδομένα του σχήματος, ζητούνται:

1. **α)** Να χαραχθεί το ανηγμένο διάγραμμα μειώσεων αρχικής προεντάσεως  $P_0(x)/P_0(\Delta)$  για την περίπτωση μονόπλευρης τάνυσης από δεξιά (άκρο  $\Delta$ ) (υπολογισμός στα σημεία 4, 3, 2 και 1). **β)** Με την αρχική υπόθεση ότι  $\epsilon_{p,0}=7.0\%$  να υπολογισθεί η επιμήκυνση  $\Delta L$  του τένοντα. **γ)** Να υπολογισθεί το μήκος πέρατος επιρροής της ολισθήσεως και να προσδιορισθεί η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση του τένοντα στο προεντεινόμενο άκρο  $\Delta$ .
2. **α)** Να υπολογισθεί, μετά από έλεγχο της διατομής  $\Gamma$ , η μέγιστη αρχική δύναμη  $P_0(\Delta)$  που μπορεί να επιβληθεί στο προεντεινόμενο άκρο  $\Delta$  για φόρτιση μόνο από το ί.β. (βοηθητικός δίνεται το διάγραμμα ροπών κάμψεως της δοκού για καθολική μοναδιαία φόρτιση). **β)** Με βάση τα προηγούμενα, να υπολογισθεί το απαιτούμενο εμβαδόν  $A_p$  του χάλυβα προεντάσεως.
3. **α)** Να υπολογισθούν οι απώλειες λόγω ερπυσμού και συστολής ξηράνεως. Να αγνοηθούν η χαλάρωση του χάλυβα προεντάσεως και η συμβολή του κινητού φορτίου (μπορεί να χρησιμοποιηθεί η απλοποιημένη σχέση: παρονομαστής = 1) **β)** Να υπολογισθεί, μετά από έλεγχο της διατομής  $\Gamma$ , η μέγιστη τιμή του κινητού φοτίου,  $q_k$ , το οποίο μπορεί να φορτίζει το σύνολο ή τμήμα του μήκους της δοκού. Να χαραχθούν τα διαδοχικά διαγράμματα τάσεων καθύψος της διατομής  $\Gamma$ .
4. Να χαραχθούν τα διαγράμματα: **α)** αντιφορτίων και **β)** αντιτεμνουσών δυνάμεων (συναρτήσει της δυνάμεως προεντάσεως  $P_0$ ). Για απλούστευση, αγνοήσατε τις μειώσεις κατά μήκος του φορέα και θεωρήσατε την  $P_0$  σταθερή κατά μήκος του φορέα. Προσέξατε ότι η χάραξη αποτελείται από τμήματα τριών διαφορετικών παραβολών (1-3, 3-4 και 4-5).
5. Να υπολογισθεί η ροπή αντοχής της διατομής  $\Gamma$  με την παραδοχή ότι ο χάλυβας προεντάσεως είναι σε διαρροή.

**Σημ. 1:** Για τους ελέγχους της διατομής  $\Gamma$ , επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν οι μέγιστες τιμές της ροπής κάμψεως, (παρά ότι εμφανίζονται σε άλλες θέσεις).

**Σημ. 2:** Τα ερωτήματα 4 και 5 είναι, και μπορούν να απαντηθούν, ανεξάρτητα από τα προηγούμενα.



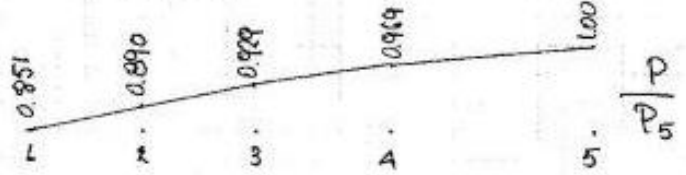
Notizen: 1) 5-4  $\tan \alpha_{5-4} = \frac{1,3}{14,5} = 0,0897$   $\alpha_{5-4} = 5,12^\circ = 0,0893 \text{ rad}$   
 4-3  $\tan \alpha_{4-3} = \frac{1,3}{9,5} = 0,1368$   $\alpha_{4-3} = 7,79^\circ$   
 3-2  $\tan \alpha_{3-2} = \frac{1,1}{8,0} = 0,1375$   $\alpha_{3-2} = 7,83^\circ$  }  $\alpha = 7,81^\circ = 0,1362 \text{ rad}$   
 2-1  $\tan \alpha_{2-1} = \frac{1,1}{8,0}$

$$P_4 = P_5 [1 - 0,25(0,0893 + 2,5 \cdot 10^3 \cdot 14,5)] = 0,941 P_5$$

$$P_3 = P_5 [1 - 0,25((0,0893 + 0,1362) + 2,5 \cdot 10^3(14,5 + 9,5))] = 0,884 P_5$$

$$P_2 = P_5 [1 - 0,25((0,0893 + 2 \cdot 0,1362) + 2,5 \cdot 10^3(14,5 + 9,5 + 8,0))] = 0,830 P_5$$

$$P_1 = P_5 [1 - 0,25(0,0893 + 3 \cdot 0,1362) + 2,5 \cdot 10^3(14,5 + 9,5 + 8,0 + 8,0)] = 0,776 P_5$$

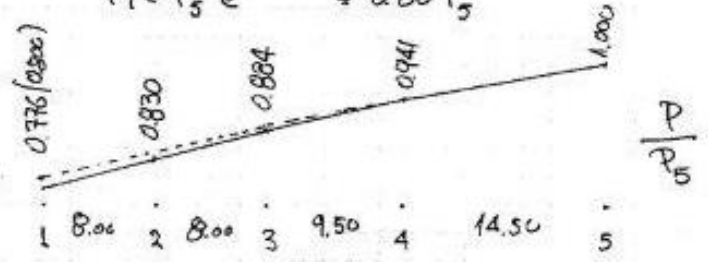


Δεξιο και αριστερά  
 0,0893 rad  
 0,1362 rad  
 0,1362 rad

Notizen: 1)  $P_4 = P_5 [1 - 0,25 \cdot 0,0893 - 2,5 \cdot 10^3 \cdot 14,5] = 0,941 P_5$   
 $P_3 = P_5 [0,941 - 0,25 \cdot 0,1362 - 2,5 \cdot 10^3 \cdot 9,5] = 0,884 P_5$   
 $P_2 = P_5 [0,884 - 0,25 \cdot 0,1362 - 2,5 \cdot 10^3 \cdot 8,0] = 0,830 P_5$   
 $P_1 = P_5 [0,830 - 0,25 \cdot 0,1362 - 2,5 \cdot 10^3 \cdot 8,0] = 0,776 P_5$

με τον ευθύγραμμο τρόπο θα προκύπτει απίστευτα:

$$P_1 = P_5 e^{-0,2224} = 0,80 P_5$$



$$\Delta L = 7\% \left[ \frac{0,776 + 0,830}{2} \cdot 8,0 + \frac{0,830 + 0,884}{2} \cdot 8,0 + \frac{0,884 + 0,941}{2} \cdot 9,5 + \frac{0,941 + 1,000}{2} \cdot 14,5 \right]$$

$$= 7\% [6,424 + 6,896 + 8,669 + 14,072] = 0,252 \text{ m}$$

Εστω  $x_0 < 14,50 \text{ m}$   $k_x = \frac{1,000 - 0,941}{14,5} = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

$$x_0 = \sqrt{\frac{0,005}{0,0041 \cdot 7\%}} = 13,20 \text{ m}$$

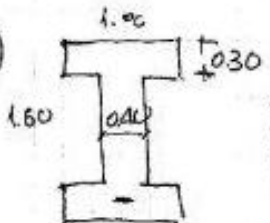
Νύση: Χαλύβας 1770/1560

- ΕΠΟΣ του  $\chi_0$   
 $\max \sigma_{p, \chi_0} = \min [0,8 \cdot 1770, 0,9 \cdot 1560] =$   
 $= \min [1416, 1404] = 1404 \text{ MPa}$

- ΕΠΟΣ του  $\chi_0$   
 $\max \sigma_{p, \chi_0} = \min [0,75 \cdot 1770, 0,85 \cdot 1560]$   
 $= \min [1327, 1326] = 1326 \text{ MPa}$

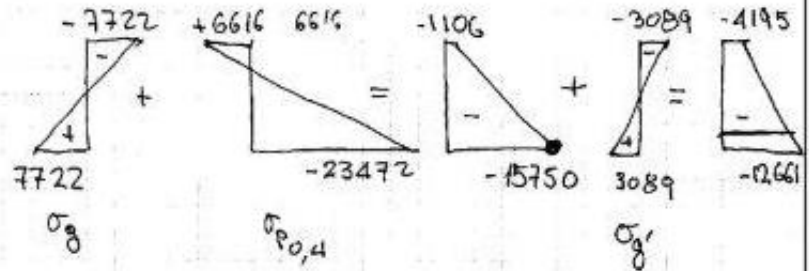
$\sigma_{p, \chi_0} = \sigma_{p,5} [1 - 4 \cdot 1/100 \cdot 13,2] = 0,946 \cdot \sigma_{p,5}$

Αρα αν  $\sigma_{p, \chi_0} = 1326 \Rightarrow \sigma_{p,5} = \frac{1326}{0,946} = 1402 \text{ MPa} < 1404 \text{ MPa}$

2) 
 $A = 1,6 \cdot 1,0 - 2 \cdot 0,30 \cdot 1,00 = 1,00 \text{ m}^2$   
 $I = \frac{1,6 \cdot 1,6^3 - 0,6 \cdot 1,0^3}{12} = 0,2913 \text{ m}^4$   
 $W_{1,2} = I / 0,8 = 0,3642 \text{ m}^3$   
 $A_2 = -\frac{1}{1,00} + \frac{0,65}{0,3642} = 0,785 \text{ m}^2$   
 $A_1 = - \quad - \quad -2,785 \text{ m}^2$   
 $g = 25 \cdot 1,0 = 25 \text{ kN/m} \quad g' = 10 \text{ kN/m} \quad g+g' = 35 \text{ kN/m}$   
 $M_{qg} = 25 \cdot 112,5 = 2812,5 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_2 = \frac{2812,5}{0,3642} = 7722,4 \text{ kPa}$   
 $\Rightarrow P_{0,4} \leq 7722,4 / 0,785 = 9837 \text{ kN}$   
 $P_{0,4} \leq (15750 + 7722,4) / 2,785 = 8428 \text{ kN} \quad \text{max } P_{0,4} = 8428 \text{ kN}$   
 $\Rightarrow P_{0,5} = 8428 / 0,941 = 8957 \text{ kN}$

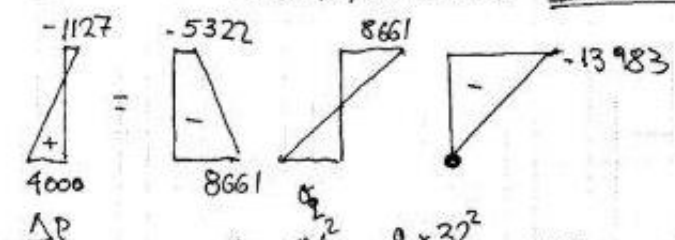
Νύση:  $A_p = 8957 / 140,2 = 63,9 \text{ cm}^2$

3)  $\sigma_g' : M_{qg}' = 1125 \text{ kNm} \Rightarrow \sigma_{1,2g}' = \pm \frac{1125}{0,3642} = 3089 \text{ kPa}$



$P_{0,5} = 2,5 \quad E_C = 34 \text{ GPa} \quad \epsilon_s = 28 \cdot 10^{-5}$

$\Delta P = A_p \cdot \Delta \sigma_{p,5} = 63,9 (0,28 \cdot 19,5 + \frac{195}{34} \cdot 2,5 \cdot 1,1867)$   
 $= 63,9 (5,46 + 17,02) = 1436 \text{ kN}$

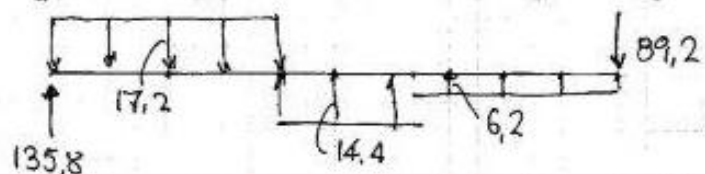


$q_{\max} : M_q = \frac{q l^2}{8} = \frac{q \cdot 32^2}{8} = 128 q$   
 $\Rightarrow \sigma_q = \pm \frac{128 q}{0,3642} = 351,5 q$   
 $q \leq \frac{8661}{351,5} = 24,6 \text{ kN/m}$   
 $q \leq \frac{15750 - 5322}{351,5} = 29,7 \text{ kN/m}$   
 $\Rightarrow \underline{q_{\max} = 24,6 \text{ kN/m}}$

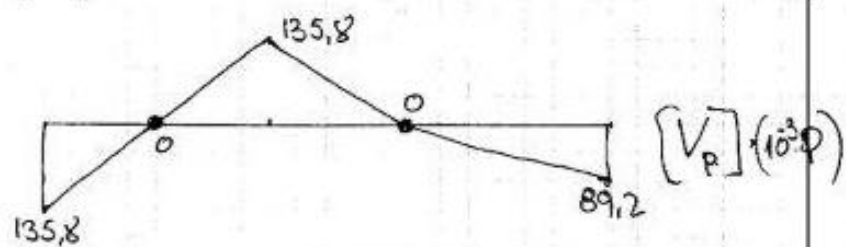
4) Αντιφάση  $q_{13} = \frac{B \cdot P \cdot f}{l^2} = \frac{B \cdot 0.55 P}{16^2} = 17,2\% P$

$q_{34} = \frac{B \cdot 0.63}{19,0^2} P = 14,4\% P$       $q_{45} = \frac{B \cdot 0.65}{29,0^2} = 6,2\% P$

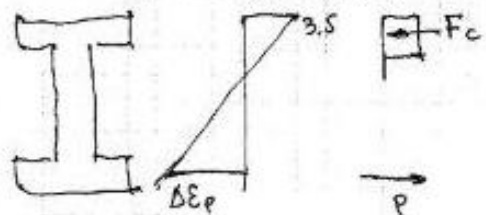
$P_L = P \cdot \sin \alpha_1 = 135,8\% P$       $P_S = P \cdot \sin \alpha_5 = 89,2\% P$



(ελεγχος  $135,8 - 17,2 \times 16,0 + 14,4 \times 9,5 + 6,2 \times 14,5 - 89,2 = 0 \checkmark$ )



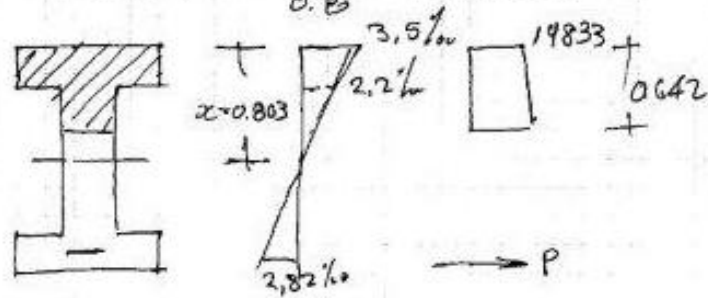
5)  $f_{ypd} = \frac{1560}{1,15} = 1356,5 \text{ MPa} = 135,65 \text{ kN/cm}^2$   
 $P = 135,65 \times 63,9 = 8668 \text{ kN}$ ,  $f_{cd} = 0,85 \frac{35}{1,5} = 19,833 \text{ MPa}$



$P = F_c \rightarrow 8668 = 19,833 A_c \Rightarrow A_c = 0,437 \text{ m}^2 (\geq 0,30 \text{ m}^2)$

$\Rightarrow 0,437 = 0,3 + c \cdot 0,4 \Rightarrow c = 0,3425 \text{ m}$

$\Rightarrow x = \frac{0,30 \cdot 0,3425}{0,8} = 0,803 \text{ m}$



Παρίολο που η μέση παραμόρφωση στο άνω πέδιλο ( $\frac{3,5+2,2}{2} \rightarrow 2\%$ ) δεχόμαστε ως αυτή την κατάρσιση παραμόρφωσης

$\rightarrow M_R = 1,0 \times 0,3 \times 19833 \times 1,3 + 0,3425 \times 0,4 \times 19833 \times (1,45 - 0,30 - \frac{0,3425}{2})$   
 $= 7735 + 2659 = \underline{\underline{10394 \text{ kNm}}}$